



UNIVERSIDADE DE TRÁS-OS-MONTES E ALTO DOURO

ESCOLA DE CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS

Departamento de Educação e Psicologia

A Utilização de Meios e Recursos Didáticos no Ensino da Geometria no 3.º Ciclo do Ensino Básico e Secundário

Relatório Final de Estágio em Ensino da Matemática
no 3.º Ciclo do Ensino Básico e Secundário

Olívia Maria Ribeiro Pontes Teixeira Pinto

Vila Real, Julho de 2013



UNIVERSIDADE DE TRÁS-OS-MONTES E ALTO DOURO

ESCOLA DE CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS

Departamento de Educação e Psicologia

A Utilização de Meios e Recursos Didáticos no Ensino da Geometria no 3.º Ciclo do Ensino Básico e Secundário

Relatório Final de Estágio em Ensino da Matemática
no 3.º Ciclo do Ensino Básico e Secundário

Olívia Maria Ribeiro Pontes Teixeira Pinto

Orientadora: Professora Doutora Ana Paula Florêncio Aires

Vila Real, Julho de 2013

Relatório de Estágio apresentado à Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, elaborado com vista a obtenção do grau de Mestre em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e Secundário (em conformidade com o Decreto Lei n.º 74/2006 de 24 de março).

“Sempre me pareceu estranho que todos aqueles que estudam seriamente esta ciência acabam tomados de uma espécie de paixão pela mesma. Em verdade, o que proporciona o máximo de prazer não é o conhecimento e sim a aprendizagem, não é a posse mas a aquisição, não é a presença mas o acto de atingir a meta.”

Carl Friedrich Gauss

Agradecimentos

Este trabalho é resultado de um longo percurso cheio de momentos desafiadores que me enriqueceram, como pessoa e como profissional.

Gostaria de agradecer a todos aqueles que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização deste relatório.

Em primeiro lugar, à instituição Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, na figura do Magnífico Reitor, por ter criado as condições necessárias para a realização deste trabalho.

A todos os docentes, pelo acolhimento e pela partilha de saber.

Ao Professor Doutor Joaquim Escola, diretor do Departamento de Educação e Psicologia, por todo apoio, acompanhamento e dedicação.

À minha orientadora Professora Doutora Ana Paula Florêncio Aires, pelo apoio, amizade e acompanhamento que me deu através de todas as suas preciosas recomendações, estando sempre disponível para responder a todas as minhas questões e por ter ajudado a tornar possível a concretização deste trabalho.

À colega Helena Teixeira por toda a amizade e companheirismo.

Aos amigos que sempre tiveram uma palavra de apoio e me deram força para continuar.

À minha família que, em muitos momentos não me teve ao seu lado, em particular aos meus filhos José Pedro e Maria Clara pelo tempo que estive ausente, e ao meu marido José Carlos pelo apoio incondicional, pela paciência e por todo o amor, que me acompanhou neste projeto a que me propus incentivando-me, acreditando e a tornar real este meu sonho.

Resumo

No presente trabalho pretende-se descrever a atividade desenvolvida durante a Prática de Ensino Supervisionada (Estágio) e, em particular, apresentar os Meios e Recursos didáticos (MRD) construídos e utilizados ao longo do Estágio, bem como analisar e compreender de que forma estes poderão contribuir para a aprendizagem da Matemática.

Nos programas de Matemática do 3º Ciclo do Ensino Básico e Secundário é recomendado o uso de MRD, cuja utilização complementa a abordagem dinâmica ao estudo da Geometria.

O trabalho apresentado está dividido em três capítulos. O primeiro é dedicado à reflexão sobre a pertinência do tema em estudo e à importância do uso dos Meios e Recursos Didáticos no ensino da Matemática e em particular no ensino da Geometria. Apresentam-se e discutem-se várias definições que diversos autores foram enunciando de Meios e Recursos Didáticos, as suas funções e características, os princípios que legitimam a sua utilização, terminando com a apresentação e caracterização de alguns MRD, evidenciando algumas das suas vantagens.

No segundo capítulo, aborda-se o uso de Meios e Recursos Didáticos no Ensino da Geometria, fazendo uma breve referência aos Programas do Ensino Básico e Secundário e outros documentos que consideramos pertinentes.

Por fim, no último capítulo, apresenta-se o trabalho desenvolvido ao longo do estágio pedagógico, dando ênfase aos MRD construídos e utilizados, na procura de uma construção mais positiva e sólida de novos conceitos. Desta forma, o aluno cria uma maior ligação entre o concreto e o abstrato, compreendendo mais facilmente os conteúdos matemáticos trabalhados, contribuindo para uma melhoria no processo ensino-aprendizagem.

PALAVRAS-CHAVE

Meios e Materiais Didáticos, Materiais Manipuláveis, Matemática, Processo ensino-aprendizagem, Ensino Básico e Secundário, Prática de Ensino Supervisionada (Estágio).

Abstract

The present report proposes to describe the activity performed during the Supervised Teaching Practice (Internship) and, in particular, to present the Didactic Means and Resources (MRD) built and used along the stage, as well as analyze and understand how these may contribute to the learning of mathematics.

In mathematics programs of the 3rd Cycle of Basic and Secondary Education is recommended to use MRD, to complement the dynamic approach to the study of Geometry.

The presented work is divided into three chapters. The first is devoted to reflection on the relevance of the topic under study and the importance of the use of Didactic Means and Resources in mathematics education and in particular the teaching of geometry. There are presented and discussed various definitions that several authors were enunciating Ways and Means of Teaching, its functions and features, the principles that legitimize their use, ending with the presentation and characterization of some MRD, showing some of its advantages.

The second chapter addresses the use of Didactic Means and Resources in Teaching Geometry, doing a brief review of the Program of Basic and Secondary Education and other documents considered relevant.

Finally, the last chapter presents the work done over the teaching practice, giving emphasis to the MRD created and used, in search of a more positive and solid construction of new concepts. Thus, the student creates a greater bond between the concrete and the abstract, understanding more easily the worked mathematical contents, contributing to an improvement in the teaching-learning process.

KEYWORDS

Didactic Means and Resources, manipulatives, Math, Teaching-learning process, Basic and Secondary Education, Supervised Teaching Practice (Internship).

Índice

Lista de Siglas	iii
Lista de Figuras	iii
Lista de Quadros	V
Lista de Anexos	vi
Introdução	vii
Capítulo 1 – Meios e Recursos Didáticos	1
1.1. Definição de Meios e Recursos Didáticos	3
1.2. Funções e características	9
1.3. Princípios para a utilização dos Meios e Recursos Didáticos	13
1.4. Apresentação e Caracterização de alguns Meios e Recursos Didáticos – Materiais Manipuláveis	16
1.4.1. Ábaco	17
1.4.2. Tangram	18
1.4.3. Geoplano	22
1.4.4. Origami	25
1.4.5. Blocos Padrão	27
1.4.6. Material de Cuisenaire	30
1.4.7. Polydron	32
1.4.8. Espelhos	33
1.4.9. Sólidos Geométricos	35
1.4.10. Material Multibase (Base 10)	36
Capítulo 2 – O Uso de Meios e Recursos Didáticos no Ensino da Geometria	38
2.1. Recomendações Curriculares e Programáticas	43
	55
Capítulo 3 – Prática de Ensino Supervisionada	
3.1. Caracterização da Escola	56
3.2. Caracterização das turmas	56
3.3. Atividade desenvolvida na Prática de Ensino Supervisionada	61
Conclusão	82

Bibliografia	85
WebBibliografia	90
Anexos	92

Lista de Siglas

MRD	Meios e Recursos Didáticos
TIC	Tecnologia da Informação e Comunicação
NCTM	National Council of teachers of Mathematics
APM	Associação de Professores de Matemática
NEE	Necessidades Educativas Especiais
LOGSE	La Ley de Ordenacion General del Sistema Educativo
PHDA	Perturbação de Hiperatividade e Défice de Atenção
SD	Síndrome de Down

Lista de Figuras

Figura 1.1.	Dimensões associadas à definição de meio didático	5
Figura 1.2.	Representação da relação de Recursos e Meios e Materiais Didáticos	6
Figura 1.3.	Ábacos	18
Figura 1.4.	Tangram	19
Figura 1.5	Tangram Circular.....	21
Figura 1.6. (a)	Construções/representações com o Tangram Circular.....	21
Figura 1.6. (b)	Construções/representações com o Tangram Circular.....	21
Figura 1.6. (c)	Construções/representações com o Tangram Circular.....	21
Figura 1.6. (d)	Construções/representações com o Tangram Circular.....	21
Figura 1.6. (e)	Construções/representações com o Tangram Circular.....	21
Figura 1.6. (f)	Construções/representações com o Tangram Circular.....	21
Figura 1.6. (g)	Construções/representações com o Tangram Circular.....	22
Figura 1.6. (h)	Construções/representações com o Tangram Circular.....	22
Figura 1.6. (i)	Construções/representações com o Tangram Circular.....	22
Figura 1.7. (a)	Geoplanos Quadrados	23
Figura 1.7. (b)	Geoplanos Quadrados	23
Figura 1.8. (a)	Geoplanos Circulares	24

Figura 1.8. (b)	Geoplanos Circulares	24
Figura 1.8. (c)	Geoplanos Circulares (Fonte: http://tienda.aprendiendo-matematicas.com/geometria/68-geoplano-circular.html)	24
Figura 1.9.	Origami	26
Figura 1.10.	Blocos Padrão (Fonte: http://catalogosp.vanzetti.com.br/index.php/mosaico-blocos-padrao/).....	28
Figura 1.11.	Material de Cuisenaire	30
Figura 1.12.	Barras de Cuisenaire	31
Figura 1.13.	Polydron	33
Figura 1.14.	Espelhos	34
Figura 1.15.	Sólidos geométricos	35
Figura 1.16.	Material Multibase	36
Figura 3.1.	Idades dos alunos do 10º Ano de Escolaridade	57
Figura 3.2.	Habilitações Académicas dos pais dos alunos do 10º Ano de Escolaridade	57
Figura 3.3.	Idades dos alunos do 9º Ano de Escolaridade	58
Figura 3.4.	Habilitações Académicas dos pais dos alunos do 9º Ano de Escolaridade	59
Figura 3.5.	Moeda de um euro	67
Figura 3.6.	Bolas de duas cores	68
Figura 3.7. (a)	Polydron	69
Figura 3.7. (b)	Polydron	69
Figura 3.8. (a)	“Cubos de madeira” seccionados	70
Figura 3.8. (b)	“Cubos de madeira” seccionados	70
Figura 3.9. (a)	“Cubos de madeira” seccionados, utilização de uma folha colorida exemplificativa do plano de “corte”	70
Figura 3.9. (b)	“Cubos de madeira” seccionados, utilização de uma folha colorida exemplificativa do plano de “corte”	70
Figura 3.9. (c)	“Cubos de madeira” seccionados, utilização de uma folha colorida exemplificativa do plano de “corte”	70
Figura 3.10.	“Cubos de madeira” seccionados, quando o plano intersecta três faces do cubo	71

Figura 3.11. (a)	“Cubos de madeira” seccionados, quando o plano interseca quatro faces do cubo	72
Figura 3.11. (b)	“Cubos de madeira” seccionados, quando o plano interseca quatro faces do cubo	72
Figura 3.12. (a)	“Cubos de madeira” seccionados, quando o plano interseca cinco faces do cubo	72
Figura 3.12. (b)	“Cubos de madeira” seccionados, quando o plano interseca cinco faces do cubo	72
Figura 3.13. (a)	“Cubos de madeira” seccionados, quando o plano interseca as seis faces do cubo	73
Figura 3.13. (b)	“Cubos de madeira” seccionados, quando o plano interseca as seis faces do cubo	73
Figura 3.14. (a)	“Cubos de madeira” seccionados (fotografias obtidas durante a lecionação das aulas)	74
Figura 3.14. (b)	“Cubos de madeira” seccionados (fotografias obtidas durante a lecionação das aulas)	74
Figura 3.15. (a)	Maquete feita em cartolina, exemplificativa dos oito octantes	75
Figura 3.15. (b)	Maquete feita em cartolina, exemplificativa dos oito octantes	75
Figura 3.16. (a)	Superfícies esféricas seccionadas	76
Figura 3.16. (b)	Superfícies esféricas seccionadas	76
Figura 3.17.	Círculo em papel de cor azul	78

Lista de Quadros

Quadro Resumo 1	– Tópicos de Geometria para o Ensino Básico	44
Quadro Resumo 2	– Distribuição dos temas em cada ano, no Ensino Secundário	50
Quadro Resumo 3	– Calendarização das Regências com respetivo tópico lecionado	62

Lista de Anexos

Anexo 1 – Plano de Aula - Conceito Frequencista de Probabilidade.

Anexo 2 – Trabalho de Grupo nº1 – Conceito Frequencista de Probabilidade.

Anexo 3 – Ficha de Trabalho – Secções no Cubo.

Anexo 4 – Ficha de Trabalho – Coordenadas no Espaço.

Anexo 5 – Ficha de Trabalho – Planos Coordenados no Espaço.

Anexo 6 – Quadro resumo de Simetrias no Espaço.

Anexo 7 – Ficha de Trabalho – Lugares Geométricos.

Anexo 8 – PowerPoint – Lugares Geométricos.

Anexo 9 – Ficha de Trabalho – Geometria no plano e no espaço.

Anexo 10 – Tarefa - Ângulos e arcos.

Introdução

Este relatório de estágio pretende evidenciar o trabalho desenvolvido ao longo da Prática de Ensino Supervisionada (Estágio) e, além disso, justificar a seleção e pertinência do tema que nos propusemos desenvolver: Utilização de Meios e Recursos Didáticos (MRD) no Ensino da Geometria no Ensino Básico e Secundário.

A principal motivação para a escolha do tema, deveu-se ao facto de se considerar que uma grande parte dos alunos demonstrou muitas dificuldades na compreensão, na respetiva visualização e interpretação de conceitos geométricos. Considerou-se pertinente, na construção e compreensão do conhecimento matemático, em particular no Ensino da Geometria, a utilização e manipulação de MRD pelos alunos ao longo da leção de certos temas, com o objetivo prioritário de facilitar a aprendizagem dos alunos na visualização dos conceitos matemáticos.

Ao longo da Prática de Ensino Supervisionada, foram utilizados diversos Meios e Recursos Didáticos, que a escola onde se realizou o estágio dispunha no seu Centro de Recursos e outros materiais que foram intencionalmente criados, depois de constatar certas dificuldades que muitos alunos revelaram na compreensão de determinados conceitos matemáticos. Também se recorreu a Programas de Geometria Dinâmica, o software Geogebra e, em outras ocasiões, fizemos uso da projeção de filmes da Escola Virtual, bem como apresentações feitas em PowerPoint. Desta forma, proporcionamos aos alunos uma visualização mais realista dos conceitos geométricos, o que lhes permitiu uma aprendizagem mais sólida, traduzindo-se numa participação mais ativa, sempre com o apoio do professor.

O contexto em que decorre a aprendizagem é um dos fatores que mais influência tem na aprendizagem da Matemática, contudo são vários as causas que podem também desempenhar um papel considerável na assimilação dos conteúdos matemáticos pelos alunos, pelo que se torna necessário utilizar diversas estratégias, entre elas, a utilização de Meios e Recursos Didáticos na sala de aula.

Matos e Serrazina (1996, p.193) mencionam que são diversos os autores (Bruner, 1960; Dienes, 1970; Reys, 1974) que defendem que ambientes onde se

verifique a integração de materiais manipuláveis no ensino da Matemática, favorecem e desenvolvem uma atitude mais positiva relativamente à aprendizagem de novos conceitos.

Quando um professor se interessa pelo processo de ensino e aprendizagem do aluno, tudo muda! Para se chegar aos alunos não é suficiente ter os conhecimentos científicos, é preciso muito mais e no ensino da Matemática, em particular no ensino da Geometria, é importante que os alunos consigam visualizar a matéria dada, o que nem sempre é fácil atendendo ao nível de desenvolvimento cognitivo dos alunos no ensino básico, ou até secundário. É importante que os professores façam um esforço no sentido de encontrar a melhor forma de expor a matéria, utilizando uma linguagem simples e se possível recorrendo a exemplos do quotidiano, tentando captar a atenção dos alunos.

No processo de ensino-aprendizagem da Matemática é importante a atividade mental desenvolvida nos e pelos alunos. A utilização de Meios e Recursos Didáticos pode permitir ao aluno construir, modificar, interagindo com o mundo físico ao seu redor e com os seus pares, a aprender fazendo e explorando, desmistificando a conotação negativa que se atribui à Matemática.

Além disso, nos programas oficiais de Matemática quer do Ensino Básico quer do Ensino Secundário são recomendados o recurso a materiais manipuláveis e a software de Geometria Dinâmica. Em particular, no programa de Matemática do Ensino Básico é dito:

“Os materiais manipuláveis (...) constituem recursos cuja utilização complementa a abordagem dinâmica ao estudo da Geometria. Tanto os recursos computacionais como os modelos geométricos concretos permitem desenvolver a intuição geométrica, a capacidade de visualização e uma relação mais afectiva com a Matemática” (Ponte et al., 2007, p.51).

O trabalho apresentado é constituído por três capítulos, o primeiro é dedicado à importância do uso dos Meios e Recursos Didáticos na Matemática e, em particular, na Geometria, as suas funções e características, alguns princípios de utilização e apresentação e caracterização de alguns Meios e Recursos Didáticos.

No segundo capítulo, aborda-se o uso de Meios e Recursos Didáticos no Ensino da Geometria, fazendo uma breve referências às Recomendações e Programáticas acerca deste tema.

O último capítulo é dedicado às atividades desenvolvidas ao longo da Prática de Ensino Supervisionada, dando ênfase aos Meios e Recursos Didáticos construídos e utilizados, na procura de uma maior aceitação e compreensão de novos conhecimentos matemáticos por parte dos alunos, contribuindo para uma melhoria no processo ensino-aprendizagem.

Capítulo 1

Meios e Recursos Didáticos

Neste primeiro capítulo procuramos dedicar uma atenção especial ao estudo da importância da utilização dos Meios e Recursos Didáticos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Pretendendo-se compreender como a utilização destes pode ser importante na construção dos conhecimentos, na captação da atenção dos alunos para os novos conceitos e como poderá fazer a ponte entre o concreto e o abstrato.

No que concerne ao ensino da Matemática este não deve consistir somente no domínio de regras e na simples aquisição de conhecimentos isolados mas, também, na utilização da matemática para resolver problemas e situações do dia-a-dia.

“Para realizar o seu trabalho, o professor precisa de se sentir à vontade no seu conhecimento dos conceitos, técnicas e processos matemáticos, conhecer o currículo, os recursos e os materiais disponíveis, assumir uma atitude profissional de gosto e investimento na profissão e manifestar disponibilidade para experimentar novas abordagens e para participar de modo activo na comunidade educativa” (Ponte & Serrazina, 2000, p.12).

A matemática pode ser ensinada como uma espécie de experiência lúdica que para os alunos seria como se estivessem a jogar, não se apercebendo que ao mesmo tempo que jogam vão adquirindo conhecimentos que se fossem obtidos de modo tradicional não seriam tão bem compreendidos pelos alunos e tão pouco resultariam daí aprendizagens significativas.

“ (...) o professor deve deixar de ser o centro de interesse de uma turma de alunos. O professor deve permitir que os alunos interajam muito mais uns com os outros, que aprendam uns com os outros, que sejam participantes em todos os domínios do fenómeno educativo. (...) A questão central é que o estudante se torne um participante activo em vez de um receptor passivo” (Serrazina & Matos, 1988, p.2).

A utilização de MRD é sugerida nos Programas de Matemática tanto do Ensino Básico como do Ensino Secundário. Se os MRD contribuírem para uma aprendizagem mais adequada e sólida, estes deveriam ser utilizados pelos professores na leccionação das suas aulas. Contudo, é importante que os professores estejam cientes de que nenhum MRD, por si só seja garantia de sucesso no processo ensino-aprendizagem. O sucesso da utilização destes, por parte do professor, está dependente da planificação da proposta pedagógica de ensino a implementar.

Para Albuquerque et al., a formação de professores de Matemática deve ter em conta a utilização de MRD por parte daqueles bem como dos alunos, designadamente:

- “materiais manipuláveis dos mais diversos tipos, que permitem a utilização e a construção de modelos matemáticos próprios para a visualização e compreensão de conceitos básicos da matemática, nomeadamente em aritmética, geometria, e álgebra;
- a possibilidade de utilizar as oficinas da escola na construção de modelos e mecanismos matemáticos;
- o acesso a calculadoras, computadores e a software dedicado ao ensino da Matemática, como por exemplo o software para a geometria dinâmica e os manipuláveis virtuais (applets Java e outros)” (2008, p.11).

O professor deverá atuar como um mediador na construção do conhecimento matemático, orientando as atividades que o aluno deverá realizar e, ao mesmo tempo, promover uma ação reflexiva sobre os novos conceitos durante a atividade experimental.

“(...) o aluno aprende em consequência da atividade que desenvolve e da reflexão que sobre ela faz. A atividade do aluno é assim um elemento fulcral do processo ensino-aprendizagem. Ao professor cabe favorecê-la, planeando e conduzindo aulas que tenham em conta as características e interesses dos alunos e tirem partido dos recursos existentes” (Ponte et al., 1997, p.72).

Segundo Veloso et al. (2009, p.23), “há que ter alguns cuidados para que a experiência dos alunos não se limite a “brincadeiras” com os objectos, mas implique realmente actividade intelectual. Esses cuidados passam necessariamente pela comunicação entre professor e aluno – oral ou escrita – em que o professor se

certifica que há raciocínios matemáticos envolvidos na experiência.”

“Desde os primeiros anos de escolaridade até ao fim do secundário, o professor deve propor aos seus alunos a manipulação, visualização e construção de modelos matemáticos dos mais variados tipos. As finalidades, contextos e propostas serão naturalmente diferentes conforme a maturidade dos alunos” (Albuquerque et al., 2008, p.12).

Este capítulo inicia-se com a apresentação de algumas definições de “Meios e Recursos Didáticos” recolhidas a partir de diversos autores, contudo não se pretende apresentar uma definição mas antes identificar as características comuns dos MRD.

No desenvolvimento deste capítulo, para uma melhor compreensão da utilização de Meios e Recursos Didáticos, identificamos e exploramos a integração de alguns Materiais Manipuláveis, procedendo a respetiva caracterização e discutindo as possíveis vantagens associadas ao seu uso. Importa contudo esclarecer que não é nossa intenção fazer uma lista extensiva e explicativa de todos os materiais manipuláveis existentes, optando-se por selecionar alguns materiais tendo por base o que é mais habitual encontrar nas escolas e a importância didática de que se revestem.

Todas as figuras dos materiais manipuláveis foram obtidas por nós no laboratório de Didática da Matemática do Departamento de Matemática da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, com exceção da figura 1.8 (c) e da figura 1.10, das quais apresentamos a fonte na Lista de Figuras.

O presente trabalho pretende contribuir para uma melhor compreensão dos processos subjacentes à utilização de MRD no processo ensino-aprendizagem da Matemática.

1.1 Definição de Meios e Recursos Didáticos

Antes de nos debruçarmos sobre a importância da utilização dos Meios e Recursos Didáticos no processo ensino-aprendizagem da Matemática, em particular no Ensino da Geometria, importa definir com rigor o que se entende por Meios e

Recursos Didáticos. Atendiendo ao facto de que sobre os mesmos foram propostas inúmeras definições, procuraremos discutir algumas definições de MRD que foram dadas ao longo dos Anos por vários especialistas da área.

Sabucedo et al. (2002) e Rivas (2002) procedem ao levantamento de algumas definições de Meios e Recursos Didáticos que a seguir se apresentam:

“Un **medio educativo** no es meramente un material un instrumento, sino una organización de recursos que media la expresión de acción entre maestro y alumno” (Meredith, 1965, citado por Sabudedo et al., 2002, p.28).

“Un **medio** es un recurso instruccional que representa todos los aspectos de la mediación de la instrucción a través del empleo de eventos reproducibles. Incluye los materiales, los instrumentos que llevan esos materiales, a los alumnos y las técnicas o métodos empleados” (Allen, 1970, citado por Sabudedo et al., 2002, p.28).

“El **medio didático** es un objeto, un recurso instruccional que proporciona al alumno una experiencia indirecta o mediada de la realidad y que implica tanto la organización didáctica del mensaje que se desea comunicar como el equipo técnico necesario para materializar esse mensaje” (Castañeda, 1978, p.105, citado por Sabudedo et al., 2002, p.28).

“Los **medios** son las vías gráficas, fotográficas, electrónicas o mecánicas para capturar, processar y reconstruir información visual o verbal” (Gerlach, V. e Ely, D., 1979, p.251, citado por Sabudedo et al., 2002, p.29).

“Un **medio** es cualquier dispositivo o equipo que se utilice para transmitir información, de modo que puede ser equivalente al concepto de canal en el esquema clásico del processo de comunicación” (Sarramona, 1985, p.91, citado por Sabudedo et al., 2002, p.29).

“Un **medio** puede definirse como cualquier forma de instrumento o equipamento que se utiliza normalmente para transmitir información. Así son medios la radio, la televisión, el periódico, la pizarra, las cartas, los libros, las máquinas de enseñanza, etc” (Araujo & Chadwick, 1888, p.161, citado por Rivas, 2002, p.51).

“Podemos considerar los **medios** como “aquellos elementos materiales cuya función estriba en facilitar la comunicación que se establece entre educadores y educandos” (Colom, Sureda & Salinas, 1988, p.16, citado por Rivas, 2002, p.51).

“Los **medios educativos** son elementos curriculares que, por sus sistemas simbólicos y estrategias de utilización, propician el desarrollo de habilidades cognitivas en los estudiantes, en un contexto determinado, facilitando la intervención mediada sobre la realidad, la puesta en acción de determinadas estrategias de aprendizaje y la captación y comprensión de la información por el alumno” (Cabero, 1990, p.12, in Sabudedo et al., 2002, p.29; citado por Rivas, 2002, p.51).

“Los **medio y recursos didáticos** son todos los objetos, equipos y aparatos tecnológicos, espácios y lugares de interés cultural, programas o itinerarios medioambientales, materiales educativo... que, en unos casos utilizan diferentes formas de representación simbólica, y en outros, son referentes diretos de la realidad. Estando siempre sujetos al análisis de los contextos y principios didáticos e introducidos en un programa de enseñanza, favorecen la reconstrucción del conocimiento y de los significados culturales del curriculum” (Cebrián, M., 1991, in Sabudedo et al., 2002, p.29; citado por Rivas, 2002, p.51).

“Un **medio** es cualquier objeto o recurso tecnológico que articula, en un determinado sistema de símbolos, ciertos mensajes en orden a su funcionamiento instrutivo” (Alonso, C. e Gallego, D., 1993, p.21; citado por Sabudedo et al., 2002, p.29; citado por Rivas, 2002, p.51).

Das definições organizadas e apresentadas anteriormente, por Sabudedo et al. (2002) e Rivas (2002) pode-se proceder à identificação de uma série de aspetos que definem os meios didáticos, que se representam na figura seguinte:



Figura 1.1 – Dimensões associadas à definição de Meio Didático.
(adaptado de Sabudedo et al., 2002, p.30).

Zabalza (1990) citado por Isidro Moreno Herrero (2004, p.2) define um MRD da seguinte forma: o MRD “proveen al educador de pautas y criterios para la toma de decisiones, tanto en la planificación como en la intervención directa en el proceso de enseñanza”.

O mesmo autor, na mesma obra (citado por Sabucedo et al., 2002, p.30) considera que:

“Los **medios** serían aquellos recursos individuales (...) que se utilicen en dicho proceso mediacional; bien sea como soporte del mensaje comunicacional, bien como estrategia comunicacional, bien como elemento catalizador de comunicaciones”.

Reys em 1971 define **materiais manipuláveis** do seguinte modo: “objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia” (Reys, citado por Matos & Serrazina, 1996, p.193).

Por sua vez, Isidro Moreno Herrero (2004, p.3) considera que Recurso é um termo mais amplo, abrangendo os Meios e os Materiais Didáticos, disponibilizando as seguintes definições:

“(...) **recurso** es una forma de actuar, o más bien la capacidad de decidir sobre el tipo de estrategias que se van a utilizar en los procesos de enseñanza; es, por tanto, una característica inherente a la capacidad de acción de las personas.

Los **medios didáticos** podríamos definirlos como el instrumento del que nos servimos para la construcción del conocimiento; y, finalmente, los **materiales didáticos** serían los productos diseñados para ayudar en los procesos de aprendizaje.”

De forma gráfica, Isidro Moreno Herrero (2004, p.3), apresenta um esquema, que em seguida se expõe adaptado:

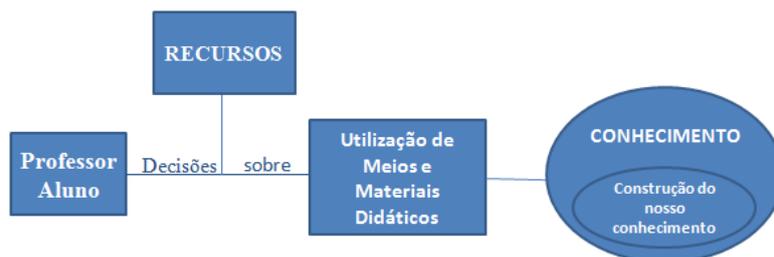


Figura 1.2 – Representação da relação de Recursos e Meios e Materiais Didáticos. (adaptado de Isidro Moreno Herrero, 2004, p.3).

Mais recentemente, o distinto especialista em Tecnologia Educativa, Graells (2011), tendo em conta que nem todos os materiais utilizados no processo ensino-aprendizagem são construídos com uma intuição didática, propõem as seguintes definições:

“**Medio didáctico** es cualquier material elaborado con la intención de facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Por ejemplo un libro de texto o un programa multimedia que permite hacer prácticas de formulación química.”

“**Recurso educativo** es cualquier material que, en un contexto educativo determinado, sea utilizado con una finalidad didáctica o para facilitar el desarrollo de las actividades formativas. Los recursos educativos que se pueden utilizar en una situación de enseñanza y aprendizaje pueden ser o no medios didácticos. Un vídeo para aprender qué son los volcanes y su dinámica será un material didáctico (pretende enseñar), en cambio un vídeo con un reportaje del National Geographic sobre los volcanes del mundo a pesar de que pueda utilizarse como recurso educativo, no es en sí mismo un material didáctico (sólo pretende informar).”

Neste trabalho, após análise detalhada de todas as definições e da identificação dos elementos que definem os MRD, o que se pretende transmitir é que estes podem ser qualquer instrumento que auxilie no processo ensino-aprendizagem, englobando todos os materiais existentes ou criados, todos os equipamentos e aparelhos tecnológicos que se possam utilizar, sempre com o único objetivo de

favorecer e desenvolver uma atitude mais positiva relativamente ao processo de ensino-aprendizagem.

No entanto, antes de decidir acerca do uso de qualquer Meio e Recurso Didático (MRD), como em qualquer atividade docente, o professor deve refletir e traçar objetivos, pois, o MRD não terá qualquer influência na aprendizagem se não tiver em conta a atuação do professor, podendo a intervenção deste ser determinante para o sucesso ou fracasso da aula e da utilização do MRD em questão.

Para Rivas (2002, p.51) das definições analisadas é possível identificar dimensões fundamentais que estão associadas à concetualização dos meios: deverão ser transmissores de informação, facilitar experiências indiretas da realidade, mediar e facilitar o processo de ensino-aprendizagem e, por fim, devem estar associados a um equipamento técnico e à organização didática das mensagens.

Ao longo deste trabalho, vai-se conceder primazia aos Materiais Manipuláveis, no quadro dos Meios e Recursos Didáticos no ensino da Matemática. Considerando, contudo, que todos os MRD, que se poderão utilizar na lecionação de qualquer conceito, poderá ser uma mais-valia na aquisição dos novos conteúdos por parte dos alunos.

“Os materiais manipuláveis (...) podem ter um papel fundamental como mediadores na aprendizagem dos diferentes temas de geometria (...) Mas os materiais por si só não conduzem a nenhuma aprendizagem, tendo o professor um papel fundamental neste processo. Os professores devem disponibilizar os materiais e organizar adequadamente o ambiente de aprendizagem, de modo a encorajar os alunos a explorar as figuras e as suas propriedades” (Breda et al., 2011, p.20).

Na atividade desenvolvida na Prática de Ensino supervisionada, que se vai desenvolver no terceiro e último capítulo, foram vários os MRD utilizados e descritos, desde Materiais Manipuláveis, como é o exemplo do Polydron; Materiais Manipuláveis criados, como por exemplo, diversos cubos de madeira com o objetivo de visualizar que a interseção de um cubo por um plano secante dá origem a um polígono, ou seja, uma secção plana; utilização de meios tecnológicos como o computador e tecnologia vídeo, com a projeção de filmes da Escola Virtual, com

recurso da internet, e de apresentações feitas em PowerPoint, como também a utilização de um programa de geometria dinâmica, o software Geogebra.

“A utilização das tecnologias é hoje imprescindível quando nos referimos ao ensino da Matemática e, em particular, ao da Geometria. A tecnologia não só influencia o modo como a geometria é ensinada e aprendida (...) As ferramentas tecnológicas permitem o acesso a modelos visuais poderosos, a que os alunos, em especial os mais novos, não teriam acesso tão facilmente. Deste modo, a tecnologia enriquece a extensão e a qualidade das investigações em geometria, ao fornecer um meio de visualizar noções geométricas sobre diferentes perspectivas. Ao trabalhar com programas de geometria dinâmica, a aprendizagem dos alunos é auxiliada pela resposta que a tecnologia pode proporcionar” (Breda et al., 2011, p.21).

São vários os autores com formação diferenciada, psicólogos, pedagogos e médicos que ao longo do tempo defenderam as vantagens da utilização dos MRD.

Montessori (1870-1952), médica, psicóloga e educadora, empenhou-se essencialmente na construção de materiais manipuláveis com o objetivo de ajudar crianças com necessidades educativas especiais. Esta pedagoga considerava que o treino sensorial num ambiente organizado e orientado poderia colaborar para o desenvolvimento cognitivo.

Piaget (1896-1980) defendia uma conceção de criança como ser ativo, manipulando vários tipos de materiais que associada a uma reflexão consciente e orientada visam aprendizagens mais significativas e reais, requerendo imagens mentais mais claras e a construção dos pensamentos abstratos mais sólidos, relativamente às crianças que realizam experiências com poucos materiais. Este considerava que a utilização de materiais manipuláveis é crucial em qualquer estágio de desenvolvimento.

Com a utilização dos MRD pretende-se captar a atenção dos alunos, permitindo-lhes uma visualização mais realista e sólida dos conceitos, contribuindo com esta utilização, para uma interação aluno-aluno e aluno-professor muito maior o que poderá ter uma influência muito positiva no processo de ensino-aprendizagem.

1.2 Funções e características

A integração dos Meios e os Recursos Didáticos, em contexto escolar, respondeu a funções diferenciadas visando uma utilização marcada pela eficiência.

Em seguida, apresentam-se as funções atribuídas por diversos autores:

Na linha de Sabucedo et al. (2002) e Rivas (2002, p.51), citando Gimeno Sacristán (1986, p.198), consideramos três funções que justificam o uso de Meios e Recursos Didáticos no ensino:

- a função motivadora, os MRD facilitam uma maior disponibilidade para a aprendizagem.
- a função portadora de conteúdos, sublinha o papel dos meios como suporte e auxílio à organização dos conteúdos de aprendizagem.
- a função estruturante, põe em evidência a importância da organização e da articulação da informação, facilitando os processos de ensino e aprendizagem.

Zabalza (1987), citado por Sabucedo et al. (2002) e Rivas (2002, p.51), propõem um conjunto mais alargado de funções quando se refere aos MRD e que passamos a enunciar: a função inovadora, a função motivadora, a função estruturadora da realidade, configuração do tipo de relação do aluno com os conhecimentos, a função solicitadora ou operativa e, por fim, a função formativa global. Destas funções destacamos, em relação às funções anteriores enunciadas, a função inovadora, a função solicitadora ou operativa e a função formativa global. No que concerne à função inovadora, Zabalza, destaca a importância da interação do sujeito com o ensino e aprendizagem, decorrentes do ajustamento ao novo MRD, na medida em que estes condicionam o modo como pensamos. A função solicitadora ou operativa, sublinha o carácter facilitador dos Meios e Recursos Didáticos em todas as ações educativas, pensadas sistematicamente a partir da função formativa global, isto é, o uso do meio está para além de uma visão meramente técnica.

Por sua vez, Cebrián de la Serna (1992, p.123-124), citado por Sabucedo et al. (2002, p. 34), defende que os MRD e tecnológicos permitem uma intervenção no currículo a oito níveis:

1. “Estruturantes do conteúdo académico.
2. Concretizadores do curriculum na prática.
3. Intérpretes e configuradores de sentido do curriculum.
4. Facilitadores para o desenvolvimento profissional.
5. Causa e motivo para a inovação curricular.
6. Representantes do conteúdo legítimo.
7. Controlo do curriculum estabelecido.
8. Exemplos de modelos de ensino e aprendizagem.”

Segundo Coriat (2001, p.62), a utilização dos MRD na sala de aula está limitado pela disponibilidade destes e pela criatividade de quem se interessa pelo processo de ensino e aprendizagem.

Segundo este autor “qualquer coisa” pode servir como MRD, pelo facto de que qualquer objeto admite uma leitura e interpretação matemática. No entanto, é aconselhável a utilização após processo de verificação que comprove a sua utilidade, respeitando o que o autor define como “Princípio de Prudência”.

Atendendo aos contextos da utilização dos Materiais Didáticos, na linha de Coriat (2001, p.64), consideramos que os mesmos devem usar-se preferencialmente de duas formas:

1. Tendo em conta o tipo de MRD a utilizar, o professor deve questionar-se em relação às atividades mais adequadas para que do seu uso decorra uma melhor aprendizagem de matemática por parte dos alunos.
2. Partindo de uma atividade que o professor tenha previamente preparado, este questionar-se-á em relação aos materiais que se revelam potencialmente mais aconselhados na aprendizagem dos alunos.

Coriat (2001, p.79) chama a atenção da diversidade de alunos e para os diferentes ritmos de aprendizagem que podem demonstrar, sobretudo os alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE).

Este autor considera que a Educação Especial é grandemente suportada pela intervenção de especialistas no domínio das NEE.

No ensino da Matemática com alunos NEE, Coriat (2001, p.80) defende que os MRD constituem uma boa solução à diversidade se forem, como previsto na “Ley de Ordenacion General del Sistema Educativo” (LOGSE), concretizados dois condicionamentos:

1. A través da manipulação garantir a aproximação dos conceitos abstratos da intuição.
2. Quebrar a tendência para a unicidade procedimento, ao permitir que se selecionem outros meios mais adequados às necessidades específicas dos alunos.

Para este autor se for aceite o princípio básico de que não só são os alunos que se têm que adaptar ao professor, mas também este aos alunos, então, quando o professor se confronta com a diversidade, necessariamente deverá ajustar as suas estratégias, o MRD, a estes de forma especial.

Salinas (1992), citado por Rivas (2002, p.51), aponta ainda como funções para os MRD, a função informativa, onde os meios permitem a aquisição dos novos conceitos e a relação destes com o conhecimento já adquirido, possibilitando também a visualização de conceitos que não podem ser observados diretamente; e a função motivadora, onde uma imagem poderá transmitir mais facilmente os conceitos de forma mais realista e estimulante, envolvendo de forma ativa o alunos e desenvolvendo a sua imaginação.

Zabala (1995), citado por Rivas (2002, p.54), sugere que um MRD pode orientar e guiar, exemplificar e ilustrar, e divulgar os conceitos matemáticos a estudar.

Por fim, considerando a proposta de Graells (2011), os MRD para além de transmitirem informação também são mediadores entre a realidade e os alunos, desenvolvendo nestes aptidões cognitivas. Os MRD podem desempenhar diversas funções, destacando as mais comuns no processo de ensino-aprendizagem:

- Proporcionar informação, na generalidade os MRD são transmissores de conhecimentos, por exemplo, os livros, os vídeos, os programas informáticos,...
- Conduzir as aprendizagens dos alunos, salientando o papel dos meios na instrução, na articulação e na organização da informação.
- Exercitar habilidades, sublinha o desenvolvimento da destreza e psicomotricidade com a ajuda dos recursos.
- Motivar, os MRD contribuem para o despertar e manter o interesse dos alunos pelos novos conceitos.
- Avaliar os conhecimentos, respondendo a questões e verificando os erros cometidos.
- Proporcionar simulação, através da observação, exploração e experimentação.
- Proporcionar o desenvolvimento da expressão e construção.

1.3 Princípios de utilização dos Meios e Recursos Didáticos

Em 1989, o NCTM¹, publicou o livro *“Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics”* que mais tarde, em 1991, é traduzido pela APM (Associação de Professores de Matemática) com o título *“Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar”*, onde se faz algumas recomendações acerca dos Meios e Recursos Didáticos que devem estar presentes na sala de aula:

- “Todas as salas de aula devem ser equipadas com conjuntos de materiais manipuláveis (por exemplo, cubos, placas, geoplanos, escalas, compassos, réguas, transferidores, papel para traçado de gráficos, papel pontado).
- Professores e alunos devem ter acesso a materiais apropriados para desenvolver problemas e ideias para explorações.
- Todos os alunos devem ter acesso a uma calculadora com funções adequadas ao tipo de tarefas sugeridas pelos currículos.

¹ National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) – Organização de Professores de Matemática dos Estados Unidos da América.

- Em cada sala de aula deverá haver pelo menos um computador permanentemente disponível para demonstrações e utilização pelos alunos.
- Deverão existir outros computadores que deverão estar disponíveis para utilização individual, em pequenos grupos ou pela totalidade da turma” (NCTM, 1991, p. 80).

Segundo Matos & Serrazina (1996, p.194), Bernstein, em 1963, definiu os seguintes princípios para a utilização de materiais:

- “Deve haver uma relação direta entre as operações realizadas com materiais e as que são levadas a cabo quando se faz a mesma Matemática com papel e lápis.
- O uso de materiais manipuláveis deve envolver algum movimento no processo de ilustração dos princípios matemáticos envolvidos.
- O uso de materiais manipuláveis deve fazer intervir tantos aspetos sensoriais quanto possível.
- O aluno deve ter o seu próprio material, ou ter oportunidade para o usar muitas vezes.
- Em geral a aprendizagem pode progredir da utilização de modelos físicos à utilização de gravuras e para a utilização só de símbolos.
- À criança deve ser permitido utilizar materiais manipuláveis, mas não obrigatório.
- Um material deve ser flexível e poder ser usado em muitas situações.”

Para a utilização dos Meios e Recursos Didáticos torna-se imperioso que os professores tenham muito claras certas condições no seu uso. Rivas (2002, p.52), citando Campuzano (1992), enumera uma série de condições que considera necessário, tais como:

- Os meios são instrumentos que favorecem o processo de ensino-aprendizagem, não substituindo o professor. Não se trata de substituir

o papel do professor por tecnologia, mas sim dotar o professor e o aluno de tecnologia.

- Como os MRD estão em constante evolução, isto é, com maior complexidade técnica e expressiva, a comunicação educativa é influenciada e terá de se adaptar. Permitindo uma utilização reflexiva, crítica e apropriada à realidade.
- Cada MRD possuiu características técnicas, expressivas e didáticas próprias, e por isso não há um meio melhor que outro, mas sim uns mais aconselhados para determinados fins que outros. E por isso é importante perceber o fim a que se destina o meio e a forma a rentabilizar mais e melhor a aprendizagem.
- A utilização de meios deve ter em conta a ideia de inovação, favorecendo um modelo comunicativo multidirecional, e também um plano pedagógico para a ação educativa com suporte teórico coerente a todas as escolhas realizadas pelo docente.
- Deve ser claro para o professor quais os objetivos a alcançar, como atingir as metas pretendidas, quais os meios a utilizar, como se comprovará que se conseguiu uns objetivos e outros não e o porquê de se alcançarem uns objetivos e outros não.

A indicação para a utilização de MRD, em muitos países aparece nos currículos dos anos 30, em Portugal nos anos 50, encontramos referência a alguns materiais. Contudo, não temos resultados conclusivos acerca da eficácia da utilização de MRD.

É importante em alguns casos, e determinante a forma como os professores introduzem os MRD na sala de aula, tendo em conta os objetivos traçados na planificação da aula e fazendo uma correta relação do MRD utilizado com o conceito matemático.

Para que a utilização dos MRD contribua para uma efetiva aprendizagem dos alunos é fundamental a comunicação entre o professor e o aluno, permitindo que o professor compreenda se a informação está a ser transmitida e compreendida como planeado e, finalmente, se o MRD utilizado se revelou adequado na explicitação do assunto matemático abordado.

Os critérios de seleção de um MRD a utilizar na sala de aula é uma questão problemática, pois não há nenhuma garantia que os alunos consigam chegar às conclusões pretendidas. Contudo, a construção pelos alunos dos conceitos pretendidos através dos MRD, pode ser influenciada quando utilizados em “contexto social”, isto é, com exemplos que lhes sejam familiares. (Por exemplo, no 9º Ano de Escolaridade, um dos temas tratados em Geometria, são os lugares geométricos podendo-se recorrer a exemplos como a bola de golfe para exemplificar uma esfera e a uma bola de ping-pong para exemplificar uma superfície esférica).

1.4 Apresentação e Caracterização de alguns Meios e Recursos Didáticos – Materiais Manipuláveis

Na adenda sobre Geometria que foi publicada pelo NCTM (2001, viii) “*Geometria do 2º e 3º Ciclos – Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*” referindo-se à utilização adequada dos materiais, define-os como sendo “ferramentas multisensoriais de aprendizagem, que proporcionam aos alunos uma forma de comunicarem através da modelação ou representação concreta dos conceitos.”

“Segundo Thornton e Wilson (1993), uma característica de um bom material manipulável é a sua aplicabilidade na modelação de um grande leque de ideias matemáticas” (citado por Matos & Serrazina, 1996, p.198).

O ideal seria os alunos terem bastante tempo para trabalhar com os materiais manipuláveis, utilizando-os em diversas situações, na introdução de conceitos novos como também no desenvolvimento de ideias matemáticas. Os materiais devem estar sempre disponíveis para que os alunos recorram a eles sempre que necessário.

Na aprendizagem, quando são utilizados materiais manipuláveis, há envolvimento físico dos alunos e contacto sensorial, aumentando os seus níveis de motivação.

Reys (1971) definiu critérios para seleccionar bons materiais manipuláveis, que devem:

- “Proporcionar uma verdadeira personificação do conceito matemático ou das ideias a ser exploradas;
- Representar o conceito matemático;
- Ser motivantes;
- Ser apropriados para usar, quer em diferentes Anos de escolaridade, quer em diferentes níveis da formação de conceitos;
- Proporcionar uma base para a abstracção;
- Proporcionar manipulação individual” (Matos & Serrazina, 1996, p.198).

De seguida fazemos uma breve apresentação e caracterização de alguns materiais manipuláveis mais usados no Ensino da Matemática.

1.4.1 Ábaco

O ábaco é provavelmente a primeira “máquina de calcular” criada pelo homem, tendo sido o primeiro instrumento de cálculo da humanidade, inventado pelos chineses, do qual também existem versões japonesas, russas e aztecas.

É formado por um suporte (de madeira ou de plástico) do qual saem hastes ou arames paralelos, em sentido vertical, que representam a posição dos números (unidades, dezenas, centenas,...) e nos quais deslizam os elementos de contagem (bolas, contas,...).

“Em função da idade dos alunos, são necessárias mais ou menos hastes. Para representar as quantidades, utilizam-se umas bolas (ou rodela) perfuradas que encaixam nas hastes, de modo que os alunos as possam pôr e tirar com facilidade” (Alsina, 2004, p. 51).

Os ábacos mais utilizados no processo de ensino-aprendizagem da Matemática são o ábaco vertical (as peças de contagem podem ser colocadas e retiradas) e o ábaco horizontal (as peças de contagem são passadas de um lado para o outro).



Figura 1.3 – Ábacos.

O Ábaco é um instrumento muito simples, usado no ensino da matemática em diversos contextos, dos quais destacamos:

- trabalhar o valor dos algarismos;
- trabalhar a leitura dos números ;
- trabalhar as operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), concretamente facilita a compreensão da adição com transporte e subtração com empréstimo.

Pode ser considerado como um modo de substituir o acto de contar pelos dedos.

1.4.2 Tangram

O Tangram é um quebra-cabeça de origem chinesa do qual se desconhece a data e autoria de invenção, existindo até várias lendas sobre a sua criação/invenção.

Segundo Alsina (2004, p.82) alguns autores assinalam tal invenção para a época da dinastia Chu (740-330 a. C.). O seu nome significa "7 tábuas da sabedoria".

A publicação mais antiga contendo problemas para resolver com o Tangram data do início do século XIX e rapidamente chegou à Europa e Estados Unidos, ficando conhecido pelo “Puzzle Chinês”.

A partir dessa data foram aparecendo no mercado vários tangrams em todos os tipos de material, desde pedra, cartão, plástico ou metal. O Tangram é constituído por sete peças (chamadas de tans) com as seguintes formas básicas: cinco triângulos (dois grandes, um médio e dois pequenos), um quadrado e um paralelogramo. Estas sete peças podem ser posicionadas de maneira a formar várias figuras.

“Na Europa é conhecido também pelo nome de tangram de Flecher, uma vez que este professor inglês formulou uma série de propostas interessantes de trabalho a partir deste recurso lúdico” (Fletcher e Ibbotson, 1965, citado por Alsina, 2004, p. 82).

Na figura seguinte, pode observar-se o tangram chinês clássico.



Figura 1.4 – Tangram.

Regras para a utilização do Tangram:

1. A construção deve ser feita sobre uma superfície plana;
2. As peças não podem sobrepor-se;
3. Numa construção todas as peças têm que ser utilizadas (não podem sobrar peças).

O uso do Tangram permite desenvolver:

- A capacidade de concentração e incentivar a investigação e a criatividade.
- A composição de diferentes tipos de polígonos;
- A visualização e representação de formas geométricas e figuras planas;
- A comparação e medição de áreas;
- A ordenação de peças por áreas;
- O estudo de figuras semelhantes, de paralelismo e perpendicularidade;
- A percepção espacial, análise, desenho e construção.

Segundo Alsina,

“O jogo do tangram é um recurso lúdico-manipulativo muito útil na preparação das noções de superfície e área. A sua utilização no ensino da Matemática é de grande interesse para aprofundar a análise das diferentes formas geométricas, tanto no que se refere às suas propriedades (lados formados por linhas rectas ou curvas, números de lados de cada figura, etc.), como nas relações que se podem estabelecer entre as diferentes figuras (composição e decomposição de figuras, etc.)” (2004, p. 82).

Para Vieira,

“O valor educativo deste material reside, entre outros aspetos, no desenvolvimento da capacidade de concentração e no incentivo à investigação e à criatividade. A possibilidade de manipular figuras geométricas, permitindo inúmeras composições e transformações, favorece uma abordagem aliciante da geometria” (2006, p.216).

A sua simplicidade e a capacidade de representar um tão grande número e variado de objetos, aliadas à dificuldade em resolver tais problemas construção/representação explica, de alguma forma, o fascínio deste material.

Para além deste tangram existe um outro que tem nove peças e de forma circular.

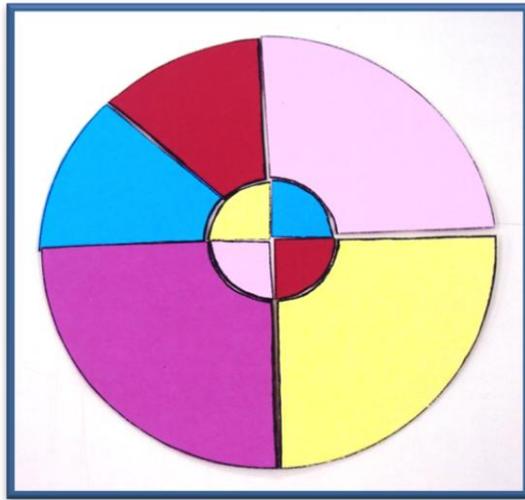
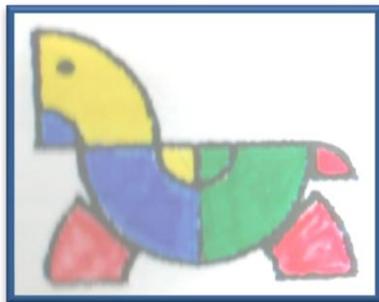


Figura 1.5 – Tangram circular.

O tangram circular é mais utilizado na educação pré-escolar, sendo o seu principal objetivo a construção de várias figuras, das quais destacamos:



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

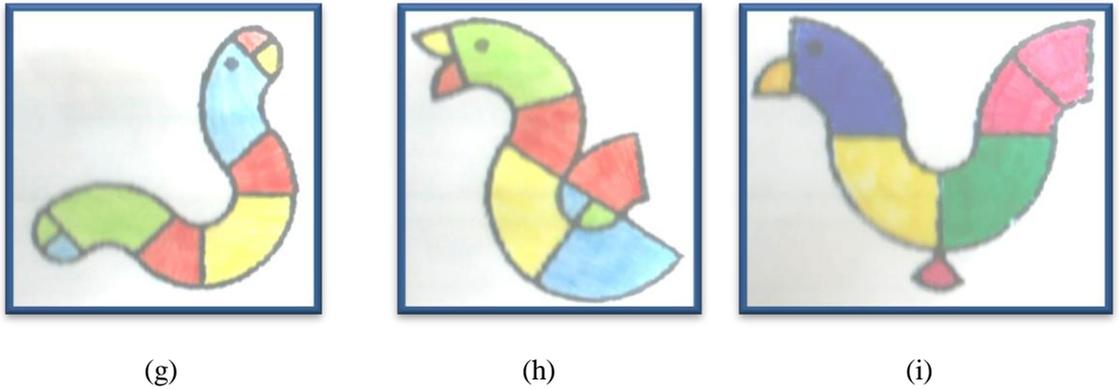


Figura 1.6 (a), (b), (c), (d), (e), (f), (g), (h) e (i) –
Construções/representações com o Tangram Circular.

1.4.3 Geoplano

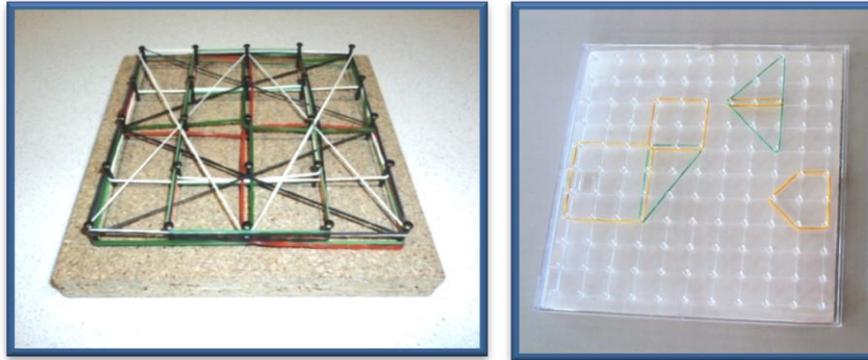
A primeira vez que se ouviu falar no Geoplano foi em 1954 através de um artigo escrito pelo Professor Caleb Gattegno do Instituto de Educação da Universidade de Londres.

O Geoplano é um material manipulável e dinâmico, uma vez que permite construir, movimentar e desfazer.

Há uma grande diversidade de geoplanos, existem de diferentes tamanhos e com os pinos (ou pregos) mais ou menos espaçados. O geoplano pode ser um tabuleiro quadrado, oval ou circular que tem pinos com determinada distribuição, de modo a formarem uma quadrícula (malha), podendo ter diversas texturas, para que se possam prender elásticos de várias cores. Permite trabalhar figuras e formas geométricas planas. Os diversos tipos de geoplanos complementam-se.

“O geoplano é um recurso manipulativo muito útil, sobretudo para a análise das figuras geométricas: as propriedades de cada figura (número de lados, diagonais, etc.); as relações que se estabelecem entre as diferentes figuras (composição e decomposição, etc.); as relações espaciais, usando sobretudo sistemas de coordenadas (posição, distância, etc.); a aplicação de algumas transformações; etc” (Alsina, 2004. P. 70).

Os Geoplanos quadrados podem ser 3x3, 5x5 ou até 10x10. O Geoplano 3x3 é aquele onde a malha tem três pregos (pinos) de cada lado (nove no total). Analogamente, o Geoplano 5x5 tem pregos em cada lado (vinte e cinco no total). Para os primeiros Anos de escolaridade recomenda-se o uso do Geoplano 3x3.



(a)

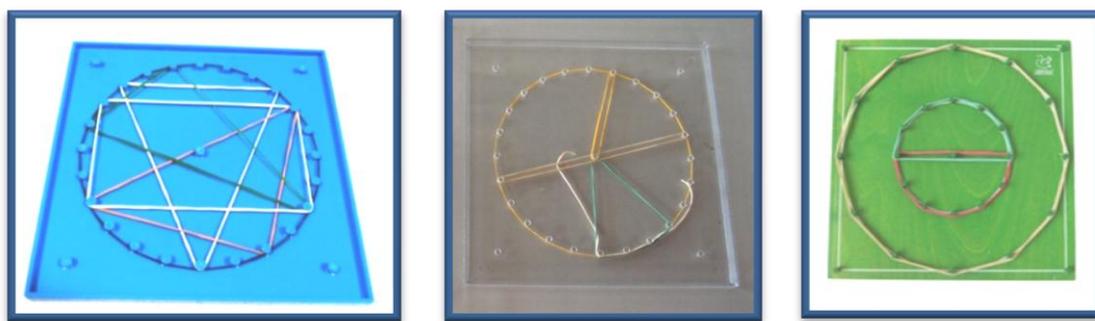
(b)

Figura 1.7 (a) e (b) – Geoplanos Quadrados.

Segundo Serrazina e Matos (1997, p. 9), os geoplanos são “utilizados com elásticos de várias cores, e podem ser complementados por papel ponteadado, quadriculado, isométrico e triangular. (...) A construção do geoplano deve ser participada pelos alunos. Dependendo do nível etário, ela poderá constituir uma atividade interdisciplinar.”

Os Geoplanos Circulares podem ser de dois tipos:

- Geoplano constituído por 24 pregos igualmente espaçados, dispostos sobre uma circunferência. (Figura 1.8 (a) e (b))
- Geoplano que para além dos 24 pregos dispostos sobre a circunferência, possui ainda 12 pregos dispostos sobre uma outra circunferência concêntrica com a anterior e cujo raio é metade do raio da primeira. (Figura 1.8 (c))



(a)

(b)

(c)

Figura 1.8 (a), (b) e (c) – Geoplanos Circulares.

Este material pode permitir:

- “Identificar e representar polígonos em diferentes posições;
- Reconhecer lados paralelos e perpendiculares;
- Transformar figuras geométricas planas;
- Desenhar frisos e pavimentações;
- Fazer uma composição a partir de um padrão dado;
- Completar um desenho a partir de um ou mais eixos de reflexão;
- Representar o transformado de uma figura por uma translação ou por uma rotação;

Reconhecer e comparar amplitudes de ângulos” (Araújo, F., 2006, p. 246).

Vantagens do Geoplano:

- O Geoplano é um material manipulável e dinâmico uma vez que permite construir, movimentar e desfazer. De facto, esta é uma das vantagens apontadas para o Geoplano quando comparado com a folha de papel.
- Permite visualizar a figura em diferentes posições e quando a solução encontrada não se revela a mais adequada pode corrigir-se imediatamente, permitindo ao aluno a confirmação rápida de conjecturas.

- A sua mobilidade e flexibilidade permite a visualização para além das figuras base que as crianças podem interiorizar a partir de atividades com figuras geométricas.

O Geoplano é um dos materiais manipuláveis mais usados para o ensino da Geometria nos vários níveis de escolaridade.

Segundo Alsina (2004, p. 69), o geoplano tal como o tangram favorece “ a análise das características e propriedades das formas geométricas a duas dimensões, das relações que se estabelecem entre elas e da representação geométrica. Para além disso, permitem resolver uma infinidade de problemas geométricos, usando a visualização, o raciocínio espacial e a modelação geométrica.”

1.4.4 Origami

Segundo Cebolo et al. (2006, p.129), o “Origami é, de forma simples, a arte de dobragem de papel. É uma arte milenar japonesa cujo nome de origem, orikami, significa dobrar papel”.

Existe uma grande diversidade de dobragem do papel, com respetivo significado simbólico no Oriente. Segundo a lenda, quem realizar mil tsurus (ave-símbolo do Origami, com significado da boa sorte, felicidade e saúde), com o pensamento concentrado no que deseja alcançar, conseguirá atingir os seus objetivos.

“Afirmam alguns estudiosos do Origami que o hábito de dobrar papéis é tão antigo quanto a existência da primeira folha de papel obtida na China, há aproximadamente 1800 anos, pela maceração de cascas de árvores e restos de tecidos. Na Europa, esta arte terá surgido por volta do século VIII” (Cebolo et al., 2006, p. 129).

As regras de dobragem do papel podem variar com a criatividade, contudo a principal consiste em que o papel deve ser quadrado e sem cortes. Este material manipulável pode desenvolver a capacidade criativa, contribuindo para o desenvolvimento da psicomotricidade.



Figura 1.9 – Origami.

Este material pode incentivar a exploração de conteúdos, tais como:

- Polígonos;
- Classificação de triângulos, de quadriláteros;
- Paralelismo e perpendicularidade entre retas;
- Diferenças e semelhanças de figuras;
- Ângulos;
- Simetrias;
- Áreas e perímetros;
- Medida;
- Proporções.

As competências que poderão ser desenvolvidas com as atividades com Origami são as seguintes:

- “A aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas através do uso de uma linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação.

- A tendência para procurar ver e apreciar a estrutura abstrata que está presente numa situação relativa à arte que envolva elementos geométricos.
- A aptidão para realizar construções geométricas e para reconhecer e analisar propriedades de figuras geométricas.
- Aptidão para efetuar medições e estimativas em situações diversas.
- Comunicação matemática.
- A aplicação correta de conceitos e vocabulário matemático.
- A valorização do pensamento crítico.
- O entendimento das relações espaciais” (Cebolo et al., 2006, p.130).

1.4.5 Blocos Padrão

Para Sousa (2006, p.179), os blocos padrão é “um material manipulável simples, mas também um instrumento de trabalho para professores e alunos com grande potencial para o desenvolvimento de competências matemáticas bem como para a abordagem de variados temas/conteúdos matemáticos.”

Os blocos padrão é um material manipulável que pode potenciar a criatividade e a abordagem dos conceitos de forma transversal. O aluno de forma espontânea, a brincar, vai orientando o seu raciocínio na associação, classificação e organização de peças.

Este material é constituído por seis formas geométricas com cinco cores diferentes, onde os lados das formas têm a mesma medida com exceção do trapézio que tem um dos seus lados paralelos com o dobro da medida de todos os outros.

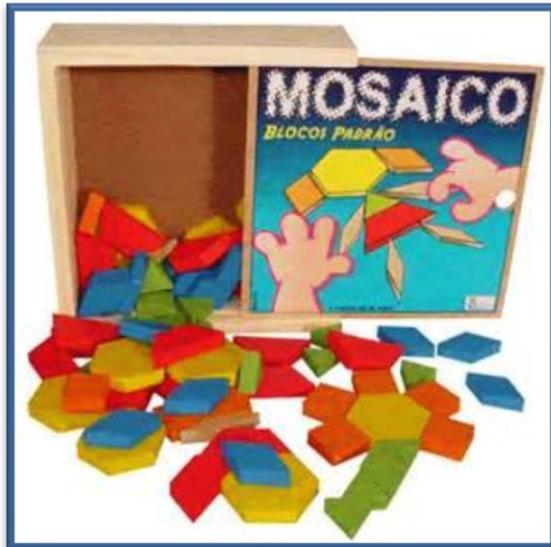


Figura 1.10 – Blocos Padrão (Fonte: <http://catalogosp.vanzetti.com.br/index.php/mosaico-blocos-padrao/>)

Os blocos padrão são constituídos por:

- Triângulos verdes;
- Paralelogramos azuis;
- Paralelogramos castanho-amarelados;
- Trapézios vermelhos;
- Hexágonos amarelos;
- Quadrados cor-de-laranja.

Temas/conteúdos que se podem abordar:

- Polígonos, as suas semelhanças e características;
- Frações;
- Números e operações;
- Simetrias;
- Ângulos;
- Perímetros;
- Áreas;

- Resolução de problemas ou de atividades de investigação;
- Jogos.

Segundo Sousa (2006, p.181), as atividades com blocos padrão podem promover determinadas competências:

- “A predisposição para procurar padrões e regularidades e para formular generalizações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos e geométricos;
- O reconhecimento de formas geométricas simples, bem como a aptidão para descrever figuras geométricas e para completar e inventar padrões;
- Aptidão para realizar construções geométricas simples e para reconhecer e analisar propriedades de figuras geométricas, nomeadamente recorrendo a materiais manipuláveis e a software geométrico;
- A compreensão dos conceitos de comprimentos e perímetro, área e amplitude, assim como a aptidão para utilizar conhecimentos sobre estes conceitos na resolução de problemas;
- A predisposição para procurar e explorar padrões geométricos e o gosto por investigar propriedades e relações geométricas;
- A aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial, explicitando-os em linguagem corrente” (Sousa, 2006, p.181).

Algumas vantagens dos blocos padrão:

- trabalhar a criatividade;
- Oferecem diversas possibilidades na construção de conceitos abstratos;
- trabalhar a ordenação e contagem.

1.4.6 Material de Cuisenaire

O Material Cuisenaire foi criado por Georges Cuisenaire Hottélet (1891-1980), nos anos 30 do século XX, professor belga do 1º Ciclo do Ensino Básico em Thuin. Este autor pretendia encontrar uma nova forma de ensinar matemática que não tivesse por base a memorização, mas experiências significativas. Este material começa por ser divulgado pelo professor espanhol Caleb Gattegno, em 1952 com a publicação do livro *Les nombres en couleurs* (Pérez, 1988, p.95).

Para Alsina (2004, p.34),

“as barras de cor são um material manipulativo especialmente adequado para a aquisição progressiva das competências numéricas. São um suporte para a imaginação dos números e das suas leis, tão necessário para passar ao cálculo mental. (...) são muito úteis para introduzir e praticar as operações aritméticas, mas que devem ser retiradas no momento adequado, para que os alunos passem a calcular mentalmente.”



Figura 1.11 – Material de Cuisenaire.

O material Cuisenaire é constituído por 241 barras coloridas, com a forma de prismas quadrangulares com alturas múltiplas da do cubo e com espessura de um centímetro, com dez cores e dez comprimentos diferentes.

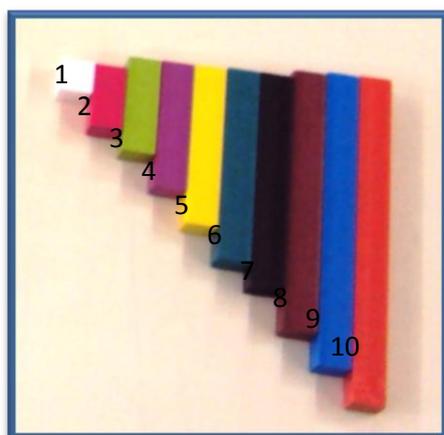


Figura 1.11 – Barras de Cuisenaire.

“As barras de cor são formadas por um conjunto de pequenas régua de madeira (ou plástico) de diferentes tamanhos e cores. Cada número é 1 cm mais comprido que o anterior” (Alsina, 2004, p. 34).

Este material permite:

- Desenvolver a capacidade de associação e da dedução;
- Desenvolver a comunicação e o raciocínio matemático;
- Adquirir um saber manipulando o Material, facilitando a compreensão dos conceitos matemáticos.

E além disso, tal como é salientado por Oliveira,

“O trabalho com as Barras de Cuisenaire desenvolve a atenção, a memória, a imaginação, as capacidades de cálculo mental, de associação, de dedução, de construção de noções matemáticas e de abstração. Também desenvolve capacidades visuais, de tacto, de motricidade fina e do sentido de espaço” (Oliveira, 2006, p.166).

Este material é aplicável na:

- Ordenação de número;
- Composição e decomposição de número;
- Simetrias;
- Sólidos geométricos;
- Construir gráficos de colunas;

- Frações e decimais;
- Áreas e volumes;
- Padrões.

Para Goutard (1963), citado por Oliveira (2006, p.166), “ a vantagem do Material Cuisenaire é permitir à criança a compreensão das estruturas matemáticas, em diferentes níveis de complexidade sem que dê por isso e, mais tarde, libertá-la da necessidade de recorrer a um suporte material para resolver os problemas matemáticos.”

Contudo, segundo Oliveira (2006, p.169), estudos recentes consideram que o material cuisenaire é “pouco adequado para desenvolver o conceito de número uma vez que o número é uma quantidade discreta ou seja, uma barra será sempre uma barra independentemente do seu comprimento. (...) Para trabalhar com elas a criança necessita de desenvolver a capacidade de abstracção que lhe permita associar cada barra a uma número.”

1.4.7 Polydron

O Polydron é um material potencialmente motivador, que permite a manipulação individual, a construção e a exploração de modelos geométricos sólidos num mundo de três dimensões, e que é matematicamente apropriado para representar certos conceitos.

É aconselhável a sua utilização na sala de aula, através de atividades que permitam trabalhar diversos conceitos matemáticos, como apresentaremos no terceiro capítulo, um exemplo de aplicabilidade, onde é descrita a atividade desenvolvida na Prática de Ensino Supervisionada, com recurso de polydron.

O interior de cada figura é um polígono para permitir que o sistema seja criado rápida e facilmente.



Figura 1.12 – Polydron.

Algumas vantagens:

- Permite desenvolver a motricidade fina;
- Permite-nos ver o que está dentro e fora do sólido;
- Permite obter facilmente a planificação do sólido construído.

1.4.8 Espelhos

A manipulação do espelho na construção e desenho de modelos geométricos permite muitas descobertas e desenvolve capacidades de raciocinar, classificar e transformar.

Uma figura plana diz-se simétrica se for possível dividi-la por uma reta (eixo de simetria), de forma que as duas partes se possam sobrepor por dobragem.

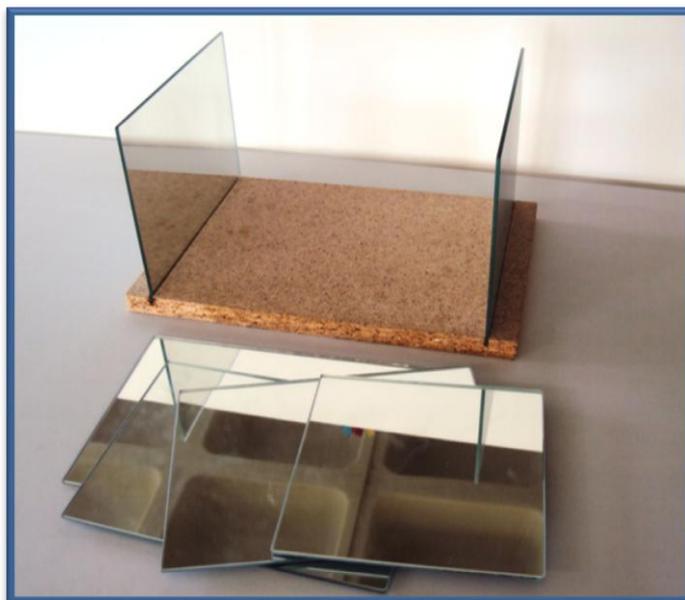


Figura 1.13 – Espelhos.

Com os espelhos é possível trabalhar, no plano ou no espaço, todos os tipos de isometrias, variados frisos, rosáceas e padrões, como também simetrias de alguns poliedros.

No entanto, os espelhos têm, para Veloso et al. (2009, p.24), duas importantes limitações:

1. “A de transformar um semi-plano (ou semi-espaço) no semi-plano (ou semi-espaço) complementar, em vez de transformar todo o plano (espaço) nele próprio.(...)”
2. A segunda limitação é que embora seja sempre possível obter, com os espelhos, a transformada de uma figura composta de duas ou três reflexões, posicionando devidamente dois ou três espelhos, não é possível “eliminar do campo visual” a figura intermédia. Por exemplo, não é possível obter com um livro de espelhos uma rosácea (...) só com simetrias de rotação; também não é possível obter, com três espelhos, a imagem de uma figura por uma reflexão deslizante, sem que se veja a imagem pela reflexão.”

1.4.9 Sólidos geométricos

Os sólidos geométricos constituem um material importante na representação de figuras espaciais.

Os Sólidos geométricos são figuras geométricas tridimensionais. Podem ter superfícies curvas, planas ou ambas. Na aprendizagem das figuras geométricas pode-se recorrer a objetos tridimensionais existentes no mundo real, no entanto o recurso a estes sólidos geométricos, convencionalmente de madeira, facilitam a interpretação do espaço, dos objetos espaciais e as relações entre eles.

Permitem manipular, explorar, construir, transformar, relacionar.



Figura 1.15 – Sólidos geométricos.

“Em geometria há uma estreita relação entre a classificação, o estabelecimento de relações entre os objetos, a identificação de características e a construção de definições. Classificam-se os objectos geométricos porque isso ajuda a encará-los organizadamente e a obter e relacionar as suas características” (Breda et al., 2011, p.35).

1.4.10 Material Multibase (Base 10)

Este material foi criado pelo matemático húngaro Zoltan Paul Dienes, nos anos 50, podendo ser combinado com outros MRD.

O material Multibase é formado por peças geométricas planas e tridimensionais feitas de madeira ou plástico e é normalmente utilizado para a introdução do sistema de numeração. É constituído por unidades (cubo com um centímetro de aresta), por barras de dez cubos (dezena), por placas de dez barras (centena) e cubos de dez placas (milhar).

A manipulação das peças do material Multibase de forma correta, permite o estudo das quatro operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Revela-se ainda um auxiliar precioso na introdução dos algoritmos da adição com transporte e subtração com empréstimo.

A educadora Maria Montessori (1870-1952) foi uma das pioneiras na utilização de peças, com o intuito de representar o sistema decimal. Criou um material em tudo idêntico ao Material Multibase (Base10), designado por material dourado, por ser formado por peças de madeira.



Figura 1.16 – Material Multibase (Base 10).

O material Multibase poderia ser constituído por infinitas bases, contudo trabalhar com as mais simples é suficiente e produtivo, tais com a base 2, 3, 5 e 10. A ideia do funcionamento deste material consiste em utilizar a peça menor e transformá-la na peça imediatamente a seguir, em tamanho.

As atividades com este material são muito divertidas, contudo seguem uma sequência. Tal como acontece com todos os materiais manipuláveis a primeira atividade proposta aos alunos deve ser livre, isto é, uma atividade que lhes permita familiarizarem-se com o material, descobrindo a sua utilidade.

A realização das operações matemáticas facilita a aceitação dos alunos por ser uma atividade prática e visual, o aluno aprende a manipular, construindo o conhecimento, criticando e desenvolvendo novas formas de organização do seu pensamento e fazendo as conexões necessárias.

Com isto, todos os materiais podem contribuir para favorecer a aprendizagem, apesar das desvantagens associadas a cada um, no entanto, nenhum material deve ser excluído no processo de ensino-aprendizagem.

Capítulo 2

O Uso de Meios e Recursos Didáticos no Ensino da Geometria

Neste capítulo pretende-se evidenciar as recomendações curriculares relativamente ao uso de Meios e Recursos Didático (MRD) no Ensino Básico e no Ensino Secundário, em especial na lecionação do tema Geometria.

A Matemática, ao contrário de outras ciências, “não é uma ciência sobre o mundo, natural ou social, no sentido em que o são algumas das outras ciências, mas sim uma ciência que lida com objectos e relações abstractas” (Ponte et al., 2007, p. 2).

De facto, a Matemática e muito em particular a Geometria, trabalha com conceitos abstratos, como por exemplo, o conceito de área e volume, que não são mais que construções mentais que foram sendo desenvolvidas ao longo do tempo, pelo homem, por um lado, na tentativa de resolver problemas do seu dia-a-dia, por outro lado, com o propósito de ampliar os seus conhecimentos. Nesse sentido, o professor de Matemática de todos os níveis de escolaridade, deve ter como preocupação constante proporcionar aos seus alunos as melhores representações possíveis dos conceitos que tem que lecionar, e que são por natureza abstratos, de forma a torná-los concretos, no sentido de “presentes” para os seus alunos. Além disso, acresce que na Geometria a visualização dos conceitos assume um papel primordial, o que nem sempre é fácil de conseguir nas idades dos alunos do ensino básico, ou até secundário. Efetivamente e tal como é defendido por Ponte e Serrazina,

“Muitos conceitos em Geometria não podem ser reconhecidos ou compreendidos a menos que, visualmente, o aluno possa perceber exemplos e identificar figuras e propriedades associando-os a experiências anteriores” (Ponte & Serrazina, 2000).

E o facto de que, o espaço à nossa volta é composto de variadíssimas

formas geométricas, o que pode contribuir para que a Geometria se constitua como um tema familiar aos alunos e o seu interesse por ele seja natural, não é por si só, um fator que torne o seu estudo mais facilitado. Na realidade, são muitas as dificuldades sentidas pelos alunos na visualização de novos conceitos e por isso os MRD poderão dar um contributo fundamental, ajudando os alunos a construir conceitos e compreendê-los de forma mais consistente. Além disso, o conhecimento geométrico, especialmente na expressão gráfica das formas e nas relações matemáticas que se podem estabelecer, é fundamental ao desenvolvimento dos raciocínios dos alunos.

“O estudo da geometria deve estar relacionado com o mundo real. Os alunos devem ser estimulados a explorar as relações espaciais envolventes e devem procurar exemplos de relações geométricas no mundo físico. Inicialmente a geometria deverá ser informal, os alunos devem lidar com objectos geométricos, cortar, colar, ajustar, montar e discutir as suas propriedades numa linguagem de todos os dias. Gradualmente irão traduzindo definições e símbolos. Desta abordagem informal, haverá muitas oportunidades para uma descoberta activa, raciocínio indutivo, elaboração e testes de inferências e conjunturas e o desenvolvimento da percepção visual e da imaginação. Deve haver um cuidado em respeitar o ritmo dos alunos” (Serrazina & Matos, 1997, p.6).

O processo de aprendizagem da Geometria é uma questão que tem vindo a preocupar os especialistas da área e já na década de sessenta do século XX, Pierre Marie van Hiele e a sua esposa Dina van Hiele-Geldof, professores holandeses, apresentaram uma teoria de ensino aprendizagem da Geometria que ficou conhecida como a “Teoria de van Hiele”.

Segundo esta teoria a aprendizagem da Geometria desenvolve-se sequencialmente, pelo que são propostos cinco níveis de desenvolvimento mental para a construção dos conceitos geométricos:

- **Nível 1 – Visualização:** Os alunos compreendem as figuras globalmente, isto é, as figuras geométricas são entendidas de acordo com a sua aparência.
- **Nível 2 – Análise:** Os alunos compreendem as figuras como o conjunto das suas propriedades.

- **Nível 3 – Ordenação:** Os alunos ordenam logicamente as propriedades das figuras geométricas
- **Nível 4 – Dedução:** Os alunos entendem a geometria como um sistema axiomático.
- **Nível 5 – Rigor:** Os alunos estudam diversos sistemas axiomáticos para a Geometria.

Este modelo tem algumas propriedades, das quais destacamos:

1. Sequencial

O aluno deve, necessariamente, passar pelos vários níveis, sucessivamente, sendo que o sucesso num nível pressupõe a aquisição das estratégias dos níveis anteriores.

2. Progressão

“A transição de um nível para o seguinte não é um processo natural; ela acontece sob a influência de um programa de ensino-aprendizagem” (van Hiele, 1986, p.50).

A progressão nos diferentes níveis é determinada pelo ensino, pelo que o professor tem um papel primordial na definição de tarefas adequadas para os alunos poderem progredir para níveis superiores de pensamento geométrico.

3. Intrínseco e Extrínseco

Os objetos inerentes a um nível tornam-se os objetos do ensino no nível seguinte.

Por exemplo: No Nível 1, percebe-se apenas a forma da figura. Entretanto, a imagem é manipulada e é determinada pelas suas propriedades. No Nível 2, a figura é analisada e as suas componentes e propriedades são descobertas.

4. Linguagem

Cada nível tem os seus próprios símbolos linguísticos e os seus próprios sistemas de relações que ligam esses símbolos.

O “correcto” – muda de significado conforme o nível.

Por exemplo: Nos níveis 1 e 2, o quadrado pode ser diferente de retângulo, mas no Nível 3, o quadrado é um retângulo.

A Teoria de Van Hiele já serviu de base a educadores de diversos países para investigações sobre as concepções geométricas de alunos e professores e tem influenciado diversos projetos de desenvolvimento curricular.

Segundo Albuquerque et al. (2008, p.30), têm-se verificado algumas mudanças nos últimos anos nas orientações curriculares no ensino da geometria, “com um ênfase maior no desenvolvimento de capacidades de visualização espacial, associadas ao trabalho no espaço tri e bidimensional, na compreensão do processo de medição mais do que na memorização de fórmulas e na actividade experimental dos alunos através da construção de modelos e utilização de materiais manipuláveis adequados” (2008, p.30).

E são várias as capacidades desenvolvidas na aprendizagem da geometria, sendo a capacidade de visualização espacial a mais importante e evidente. E aqui entendemos a visualização espacial como uma das capacidades que é simultaneamente um agente facilitador da aprendizagem da Geometria, e que é desenvolvida através das experiências geométricas que os alunos possam realizar. “Engloba um conjunto de capacidades relacionadas com a forma como os alunos percebem o mundo que os rodeia e a sua capacidade de interpretar, modificar e antecipar transformações de objetos” (Matos & Gordo, 1993, p. 13).

Assim, na aprendizagem da Geometria torna-se importante tentar identificar quais as áreas nas quais existem dificuldades, especialmente relacionadas com problemas perceptivos. Segundo Matos e Serrazina (1996) é possível caracterizar sete capacidades diferentes relacionadas com a visualização espacial, que se expõem em seguida:

- Coordenação Visual-motora – é a capacidade de coordenar a visão com os movimentos do corpo.
- Perceção Figura-fundo – trata-se da capacidade visual de identificar um componente específico numa determinada situação e envolve a mudança de perceção de figuras contra fundos complexos.

- Constância Percetual – implica a capacidade de reconhecer figuras geométricas em diversas posições, tamanhos e contextos.
- Perceção da Posição do espaço – esta capacidade envolve a aptidão para distinguir figuras iguais mas colocadas com orientações diferentes.
- Perceção de Relações Espaciais – usamos quando conseguimos ver ou imaginar dois ou mais objetos em relação consigo próprios ou em relação connosco.
- Discriminação Visual – esta capacidade está envolvida quando procuramos analisar se duas figuras são iguais ou, sendo diferentes, quais as suas diferenças.
- Memória Visual – está associada com o ensino da Geometria, é a capacidade de recordar objetos que já não estão à vista.

Para Abrantes, Serrazina e Oliveira,

“A Geometria e a visualização espacial proporcionam meios de perceber o mundo físico e de interpretar, modificar e antecipar transformações relativas aos objetos. Estabelecer e comunicar relações espaciais entre os objetos, fazer estimativas relativamente à forma e à medida, descobrir propriedades das figuras e aplica-las em diversas situações são processos importantes do pensamento geométrico” (1999, p. 68).

Para além da capacidade de visualização espacial, existem outras capacidades que são, igualmente, desenvolvidas pela aprendizagem da Geometria: a capacidade de verbalização, que é entendida como a capacidade de trocar ideias, negociar significados e desenvolver argumentos; a capacidade de construir ou manipular objetos geométricos; a capacidade da organização lógica do pensamento matemático e uma última capacidade que deve ser desenvolvida pelas atividades geométricas e que diz respeito à aplicação dos conhecimentos geométricos noutras situações.

2.1 Algumas Recomendações Curriculares e Programáticas

No ensino da Matemática e em particular, no ensino da Geometria, é importante atribuir ao aluno um papel ativo, facilitando a aquisição do conhecimento e introduzindo novos métodos de ensino-aprendizagem.

Considera-se fundamental que os alunos compreendam de forma profunda os conceitos matemáticos, porém é igualmente importante, que os alunos tomem consciência que a sua aprendizagem é proactiva, e como tal, é fundamental a sua envolvimento profunda com as matérias lecionadas.

A linguagem e a forma de tentar chegar aos alunos, por exemplo através de Meios e Recursos Didáticos, podem fazer a diferença, assim como faz toda a diferença a disponibilidade do professor em ser realmente um professor.

Em Portugal, com os programas que foram publicados após a reforma do sistema educativo de 1986, reforma da responsabilidade do então ministro da Educação, Roberto Carneiro, a recomendação para o uso de materiais manipuláveis no ensino da Matemática começou a ser uma constante.

Apresentaremos, apenas as recomendações curriculares e programáticas do Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al., 2007) e do Ensino Secundário (Silva et al., 2001a), propostos pelo Ministério da Educação e que estiveram em vigor durante este ano letivo de 2012/2013. Também se fará referência às sugestões propostas no livro *A Matemática na Educação Básica* (Abrantes et al., 1999) e às advertências consagradas nas *Normas para o currículo e avaliação em Matemática escolar* do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1991), relativamente ao uso de MRD no ensino da Geometria.

O Programa de Matemática do Ensino Básico

A aprendizagem da Geometria no Ensino Básico deve ser feita de um modo informal partindo de modelos concretos do mundo real dos alunos, de modo a que possam formar os conceitos essenciais.

“A manipulação de materiais e a reflexão sobre as atividades realizadas têm um papel primordial na construção desses conceitos.

Cabe aos professores propor tarefas que promovam o desenvolvimento das capacidades espaciais, indispensáveis à progressão da aprendizagem da Geometria e de outras áreas da Matemática” (Ponte & Serrazina, 2000).

Os alunos devem ter oportunidades para realizar experiências que lhes permitam explorar, visualizar, desenhar e comparar objetos do dia-a-dia e outros materiais concretos. É nesta perspetiva que são definidos os objetivos curriculares para a geometria para estes níveis de ensino, apresentados no quadro resumo seguinte.

Quadro Resumo1 – Tópicos de Geometria para o Ensino Básico, retirado de (Ponte et al., 2007, p. 66-68).

1º Ciclo		2º Ciclo	3º Ciclo
1º e 2º Anos	3º e 4º Anos		
<p>Orientação Espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> - Posição e localização - Pontos de Referência e itinerários - Plantas <p>Figuras no Plano e Sólidos Geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Propriedades e Classificação - Interior, exterior e fronteira - Composição e decomposição de figuras - Linhas rectas e curvas - Reflexão <p>Dinheiro</p>	<p>Orientação Espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> - Posição e localização - Mapas, Plantas e Maquetas <p>Figuras no Plano e Sólidos Geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Propriedades e Classificação - Planificação do cubo - Círculo e circunferência - Noção de ângulo - Rectas paralelas e perpendiculares - Reflexão 	<p>Sólidos Geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera - Planificação e construção de modelos <p>Figuras no Plano</p> <ul style="list-style-type: none"> - Rectas, semi-rectas e segmentos de recta - Ângulos: amplitude e medição - Polígonos: propriedades e classificação 	<p>Sólidos Geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Área da superfície e volume - Critérios de paralelismo e perpendicularidade entre planos, e entre rectas e planos <p>Triângulos e quadriláteros</p> <ul style="list-style-type: none"> - Soma dos ângulos internos e externos de um triângulo - Congruência de triângulos - Propriedades, classificação e construção de quadriláteros

<ul style="list-style-type: none"> - Moedas, notas e contagem - Comparação e ordenação de valores - Estimação <p>Comprimento, Massa, Capacidade e Área</p> <ul style="list-style-type: none"> - Medida e unidade de medida - Comparação e ordenação - Medição - Perímetro - Estimação <p>Tempo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sequências de acontecimentos - Unidades de tempo e medida do tempo 	<p>Comprimento, Massa, Capacidade e Área</p> <ul style="list-style-type: none"> - Medida e medição - Unidades de medida SI - Perímetro, área e volume - Estimação <p>Tempo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Unidades de tempo - Intervalo de tempo - Estimação 	<ul style="list-style-type: none"> - Círculo e circunferência: propriedades e construção <p>Perímetros</p> <ul style="list-style-type: none"> - Polígonos regulares e irregulares - Círculo <p>Áreas</p> <ul style="list-style-type: none"> - Equivalência de figuras planas - Unidades de área - Área do triângulo e círculo <p>Volumes</p> <ul style="list-style-type: none"> - Volume do cubo, paralelepípedo e cilindro - Unidades de Volume <p>Reflexão, Rotação e Translação</p> <ul style="list-style-type: none"> - Noção e propriedades da reflexão, da rotação e da translação - Simetrias axiais e rotacionais 	<p>Circunferência</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ângulo ao centro, ângulo inscrito e ângulo excêntrico - Lugares geométricos - Circunferência inscrita e circunferência circunscrita a um triângulo - Polígono regular inscrito numa circunferência <p>Teorema de Pitágoras</p> <ul style="list-style-type: none"> - Demonstração e utilização <p>Trigonometria no Triângulo Rectângulo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Razões trigonométricas de ângulos agudos - Relações entre razões trigonométricas <p>Semelhança</p> <ul style="list-style-type: none"> - Noção de semelhança - Ampliação e redução de um polígono - Polígonos semelhantes - Semelhança de triângulos <p>Isometrias</p> <ul style="list-style-type: none"> - Translação associada a um vector - Propriedades das isometrias
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

A Geometria está presente nos três ciclos de Rnsinoe tem como ideia central o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos. O estudo das figuras geométricas bi e tridimensionais tem um papel importante neste tema. Este estudo começa no 1º Ciclo, no 2.º Ciclo os alunos são já chamados a relacionar propriedades geométricas, e no 3º Ciclo surgem situações de raciocínio hipotético-dedutivo proporcionando aos alunos um primeiro contacto com este modo de pensamento. Uma alteração de relevo em relação ao programa anterior, datado de 1991, é que se estuda logo desde o 1º Ciclo diversas transformações geométricas, primeiro de forma intuitiva e depois com crescente formalização. A Medida tem um peso importante no 1º Ciclo, que decresce nos ciclos seguintes, mas sendo um tema bastante rico do ponto de vista das conexões entre temas matemáticos e com situações não matemáticas, deve ser trabalhado ao longo dos ciclos.

No Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al., 2007) , em todos os ciclos é recomendada a utilização de MRD. Concretamente no 1º Ciclo do Ensino Básico é dito:

“O uso de materiais manipuláveis (estruturados e não estruturados) tem um papel importante na aprendizagem da Geometria e da Medida. Estes materiais permitem estabelecer relações e tirar conclusões, facilitando a compreensão de conceitos (...) como por exemplo: geoplanos, tangrans, pentaminós, peças poligonais encaixáveis, espelhos, miras, modelos de sólidos geométricos, puzzles, mosaicos, régua, esquadros e compassos (...) O computador possibilita explorações que podem enriquecer as aprendizagens realizadas (...) através de applets (...)” (Ponte et al., 2001, p. 21).

Contudo é indispensável o registo do trabalho realizado com os MRD e fazer uma reflexão do trabalho desenvolvido, pois a utilização por si só não garante a aprendizagem.

No 2º Ciclo os alunos ampliam o estudo feito no 1º Ciclo, onde descrevem, constroem e representam figuras no plano e no espaço. As isometrias, também abordadas no 1º Ciclo, com o estudo de frisos, é aprofundada com o estudo da reflexão e rotação. Também é aprofundado o conceito de área e volume e das propriedades dos polígonos e sua classificação. Enquanto no 1º Ciclo a noção de ângulo é adquirida intuitivamente, no 2º Ciclo introduz-se o conceito de amplitude e medem-se, constroem-se e classificam-se ângulos.

Também, no 2º Ciclo é reconhecida a importância da utilização dos MRD no Programa de Matemática no Ensino Básico para o processo de ensino-aprendizagem. Escreve-se a este propósito:

“No estudo deste tema, é fundamental o recurso a instrumentos de medida e de desenho...bem como a utilização de materiais manipuláveis...Todos estes instrumentos e materiais são um apoio importante para a aprendizagem em Geometria, em particular na exploração, análise e resolução de problemas de natureza geométrica e na realização de desenhos e construções com um rigor adequado. Os programas computacionais de Geometria Dinâmica e os applets favorecem igualmente a compreensão dos conceitos e relações geométricas, pelo que devem ser também utilizados” (Ponte et al., 2001, p. 37).

Relativamente ao 3º Ciclo, aprofunda-se o estudo de figuras no plano e de alguns sólidos geométricos e o estudo de relações de congruência. Também se amplia o conceito de translação associado a vetores e os conceitos de área e volume já trabalhados.

Também neste ciclo, o Programa incentiva a utilização de MRD,

“Os alunos devem recorrer a software de Geometria Dinâmica, sobretudo na realização de tarefas exploratórias e de investigação. Os materiais manipuláveis (por exemplo, tangram, peças poligonais encaixáveis e sólidos de enchimento em acrílico) constituem recursos cuja utilização complementa a abordagem dinâmica ao estudo da Geometria. Tanto os recursos computacionais como os modelos geométricos concretos permitem desenvolver a intuição geométrica, a capacidade de visualização e uma relação mais afetiva com a Matemática” (Ponte et al., 2001, p. 37).

O livro *A Matemática na Educação Básica*

Em Fevereiro de 1999 Paulo Abrantes, Lurdes Serrazina e Isolina Oliveira, três professores, publicaram um livro *A Matemática na Educação Básica* cujo principal objetivo era disponibilizar aos professores um auxiliar que os pudesse ajudar a concretizar as intenções educativas.

Relativamente ao ensino da Matemática, estes autores consideram que para “haver a apropriação de novas ideias e novos conhecimentos, não basta que o aluno participe em atividade concretas, é preciso que ele se envolva num processo de reflexão sobre essas actividades. O recurso aos materiais manipuláveis e aos instrumentos tecnológicos, por exemplo, é imprescindível como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares. Mas trata-se de um meio e não de um fim; o essencial está na natureza da actividade intelectual dos alunos” (Abrantes et al., 1999, pp. 23-24).

Mais concretamente, relativamente à aprendizagem da Geometria estes autores salientam que “o desenho, a manipulação e a construção no computador de objectos geométricos permitem a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal” (Abrantes et al., 1999, p.68) e que hoje em dia estão disponíveis vários ambientes geométricos dinâmicos como o *Cabri Geomètre* o *Geometer's Sketchpad*, que permitem uma nova abordagem no ensino e aprendizagem da geometria, isto é, “permitem a construção e manipulação de objectos geométricos e a descoberta de novas propriedades desses objectos, através da investigação das relações ou medidas que se mantêm invariantes” (Abrantes et al., 1999, p. 68).

Especificamente para o desenvolvimento da capacidade de visualização e raciocínio espacial recomendam o uso de *software* adequado pois este “permite a visualização quase imediata das imagens geradas quando os alunos fazem conjecturas sobre propriedades e relações (por exemplo, entre tipos de quadriláteros com base no estudo das diagonais) e procuram testá-las e justificá-las. A manipulação que é proporcionada pela utilização dessas ferramentas computacionais favorece a formação de imagens mentais, contribuindo para o desenvolvimento da capacidade de visualização e raciocínio espacial” (Abrantes et al., 1999, p.71).

Além disso, defendem ainda que a utilização de modelos geométricos pode beneficiar a compreensão de noções matemáticas, como é exemplo a utilização de um cubo para perceber melhor a noção de perímetro, área, volume ou o estudo de múltiplos.

O Programa do Ensino Secundário

No ensino da Matemática é importante que o professor estabeleça conexões entre os diversos temas de cada ano e de cada ano com os anos anteriores, permitindo aos alunos encararem a Matemática como um todo integrado e não como um conjunto fragmentado em temas, possibilitando a ampliação e consolidação de cada conceito, sempre que ele é retomado. O Programa de Matemática do Ensino Secundário de 2001, salienta que “as conexões entre os diversos temas são consideradas fundamentais neste programa, para que os alunos possam ver que os temas são aspectos complementares de uma mesma realidade” (Silva et al., 2001a, p. 7).

Neste Programa é dada uma posição de destaque à Geometria, dando indicações para que esta seja retomada em praticamente todos os outros temas do Programa. Procurando-se um equilíbrio entre a Geometria por via intuitiva e a Geometria Analítica, por forma a desenvolver tanto a resolução de problemas de geometria por via algébrica, como o raciocínio geométrico direto, sem esquecer o desenvolvimento de capacidades de visualização geométricas.

O 10º e o 11º Anos são iniciados com o estudo da Geometria no Plano e no Espaço, porque segundo preconizado no Programa de Matemática, a Geometria é,

(...) por excelência, um tema formativo no sentido mais amplo do termo que, pela resolução de problemas apropriados desenvolve variadas capacidades, desde a observação ao raciocínio dedutivo, ao mesmo tempo que deixa perceber verdadeiras conexões entre os vários temas da Matemática, da Álgebra à Análise e à Estatística. (...) Começar por este tema permite o desenvolvimento de capacidades de visualização e representação através de figuras que tão necessárias são para o estudo de todos os outros temas (Silva et al., 2001, p. 7).

Em seguida é apresentado um quadro resumo da distribuição dos temas em cada Ano, no Ensino Secundário.

Quadro Resumo 2 – Distribuição dos temas em cada Ano, no Ensino Secundário.

10º Ano	11º Ano	12º Ano
<p>Geometria no Plano e no Espaço I</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Resolução de problemas de Geometria no plano e no espaço. ▪ Geometria Analítica. ▪ O método cartesiano para estudar Geometria no plano e no espaço. <p>Funções e Gráficos. Funções polinomiais. Função Módulo.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Função, gráfico e representação gráfica. ▪ Estudo intuitivo de propriedades da: <ul style="list-style-type: none"> ▪ - função quadrática; ▪ - função módulo. ▪ Funções Polinómicas (graus 3 e 4). ▪ Decomposição de polinómios em factores. <p>Estatística</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Estatística – Generalidades ▪ Organização e interpretação de caracteres estatísticos (qualitativos e quantitativos). <ul style="list-style-type: none"> ▪ Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva). 	<p>Geometria no Plano e no Espaço II</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Problemas envolvendo triângulos. ▪ Círculo trigonométrico e funções seno, co-seno e tangente. ▪ Produto escalar de dois vectores e aplicações. ▪ Intersecção, paralelismo e perpendicularidade de rectas e planos. ▪ Programação linear (breve introdução) <p>Funções racionais e com radicais. Taxa de variação e derivada.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Problemas envolvendo funções ou taxa de variação. ▪ Propriedades das funções do tipo $f(x) = a+b / (cx+d)$ ▪ Aproximação experimental da noção de limite. ▪ Taxa de variação e derivadas em casos simples. ▪ Operações com funções. Composição e inversão de funções. <p>Sucessões reais.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Definição e propriedades. Exemplos (o caso das progressões) ▪ Sucessão $(1+1/n)^n$ e primeira definição de e ▪ Limites: infinitamente grandes e infinitamente pequenos. 	<p>Probabilidades e Combinatória</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Introdução ao cálculo de probabilidades ▪ Distribuição de frequências e distribuição de probabilidades ▪ Análise combinatória. <p>Funções exponenciais e logarítmicas. Limites e Continuidade. Conceito de Derivada e Aplicações.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Teoria de limites ▪ Cálculo diferencial ▪ Problemas de optimização. <p>Trigonometria e números complexos.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Funções seno, co-seno; cálculo de derivadas ▪ Introdução histórica dos números complexos ▪ Complexos na forma algébrica e na forma trigonométrica; operações e

	Limites reais e convergência.	interpretação geométrica.
Temas Transversais		
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Comunicação Matemática ▪ História da Matemática ▪ Resolução de Problemas e Atividades Investigativas ▪ Aplicação e Modelação Matemática ▪ Lógica e Raciocínio Matemático ▪ Tecnologia e Matemática 		

(Silva et al., 2001a, p. 9)

Em relação aos Meios e Recursos Didáticos, o Programa de Matemática do Ensino Secundário recomenda que todas as Escolas Secundárias devem dotar-se de Laboratórios de Matemática e aconselha o uso de materiais e equipamentos diversificados:

- “Material de desenho para o quadro e para o trabalho individual (régua, esquadro, compasso, transferidor,...);
- Material para o estudo da Geometria no espaço (sólidos geométricos, construídos em diversos materiais: placas, arames, palhinhas, acetatos, acrílico, plástico, “polydron”, sólidos de enchimento,...);
- Quadro quadriculado e papel milimétrico;
- Meios audiovisuais (retroprojector, acetatos e canetas, diapositivos, vídeo, ...);
- Livros de consulta e manuais;
- Outros materiais escritos (folhas com dados estatísticos, fichas de trabalho, fichas de avaliação, ...);
- Calculadoras gráficas com possibilidade de utilização de programas;
- Computadores;
- Sensores de recolha de dados quer para as calculadoras gráficas quer para os computadores.” (Silva et al., 2001a, p. 14).

O Programa aconselha ainda, o uso de tecnologia como a calculadora gráfica e computadores, pois considera que para serem atingidos todos os objetivos e

competências gerais exigidas pelo Programa, isso não será possível sem recorrer à dimensão gráfica, e esta só será plenamente atingida com o apoio de tecnologia. Não substituir o cálculo de papel e lápis pelo cálculo com o apoio da tecnologia, mas combinando adequadamente os diferentes processos de cálculo, estando sempre presente o cálculo mental.

O uso da tecnologia deve incentivar o aluno a ter uma participação mais ativa na sua aprendizagem. Por exemplo, relativamente ao uso da máquina de calcular gráfica, esta não deve ser utilizada só como instrumento de cálculo, mas também como um meio de pesquisa crítica. O Programa considera a utilização do computador como obrigatório, devido as potencialidades que se poderão usufruir, nomeadamente os programas de Geometria Dinâmica, de cálculo Numérico e Estatístico, de Gráficos e Simulações e de Álgebra Computacional. Estes programas podem fornecer diferentes perspectivas quer para os professores como para os alunos.

O uso da internet também é referenciado e incentivado pelo Programa, tendo em conta que todas as Escolas Secundárias têm acesso à internet, o professor poderá e deverá tirar partido deste meio de comunicação.

As Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar

Em 1989 a associação americana de professores de Matemática, National Council of teachers of Mathematics (NCTM), publicou um livro intitulado, na sua versão portuguesa, *Normas para o Currículo e Avaliação da Matemática Escolar*, onde propõe um conjunto de orientações para o currículo de Matemática desde a educação pré-escolar até ao fim do ensino secundário, isto é, 12.º Ano (NCTM, 1991). Neste livro é defendida a ideia que a aprendizagem da Matemática deve estimular a curiosidade e desenvolver a capacidade do aluno para formular e resolver problemas contribuindo para a compreensão e intervenção no mundo à nossa volta.

Assim, para os alunos são definidos cinco objetivos gerais: serem capazes de resolver problemas matemáticos, que aprendam a comunicar e a raciocinar matematicamente, que tenham confiança na sua capacidade de realizar Matemática e que aprendam a dar valor à Matemática.

Segundo as Normas, os objetivos anteriores implicam que os alunos devem:

- “Participar em numerosas e variadas experiências relacionadas entre si que os encoragem a dar apreço ao desenvolvimento da Matemática, a desenvolver hábitos de pensamento matemático e a compreender e apreciar o papel da Matemática na vida da humanidade;
- Ser encorajados a explorar, a fazer tentativas, e mesmo a fazer erros e a corrigi-los, de tal modo que ganhem confiança na sua capacidade de resolver problemas complexos;
- Ler, escrever e discutir Matemática, e ainda conjecturar, testar e construir argumentos sobre a validade de uma conjectura” (NCTM, 1991, p. 6).

Estas normas concedem uma atenção especial à utilização de Meios e Recursos Didáticos, tais como, as “tecnologias, incluindo calculadoras electrónicas, computadores e vídeo, deverão ser utilizadas quando for apropriado.” (NCTM, 1991, p.79)

Segundo o NCTM (1991), o estudo da Geometria no Ensino Básico,

“ajuda os alunos a representar e a dar significado ao mundo. Os modelos geométricos fornecem uma perspectiva a partir da qual os alunos podem analisar e resolver problemas, e as interpretações geométricas podem ajudá-los a compreender mais facilmente uma representação abstrata (simbólica). (...) Os alunos descobrem relações e desenvolvem o sentido espacial ao construírem, desenharem, medirem, visualizarem, compararem, transformarem, e classificarem figuras geométricas” (p. 133).

Aqui é recomendado o uso de programas de computador pelas possibilidades que estes encerram como por exemplo, construir figuras geométricas, determinar as medidas dos arcos, ângulos e segmentos, e que possibilitam um ambiente propício ao estudo de propriedades e relações geométricas. Além disso, salientam ainda que o “computador permite aos alunos construir formas em duas ou três dimensões num ecrã, e depois rodá-las, volta-las, ou deslizar-las para as ver numa nova perspectiva” (NCTM, 1991, p. 136).

Quanto à Geometria no Ensino Secundário esta pretende ser uma continuação da construção dos conceitos geométricos, anteriormente abordados.

“Os alunos devem ter oportunidade de visualizar e de trabalhar com objectos tridimensionais, por forma a desenvolverem um domínio do espaço fundamental na vida quotidiana e em muitas profissões. Modelos físicos e outros objectos do mundo real devem ser usados para fornecerem uma base sólida para o desenvolvimento da intuição geométrica dos alunos, de modo que eles possam apoiar-se nestas experiências para o seu trabalho com ideias abstractas” (NCTM, 1991, p.189).

Nos três anos do Ensino Secundário, o ensino da Geometria deve dedicar maior atenção ao estudo de figuras geométricas a três dimensões. Nesta ótica, o uso adequado de programas de computador (com representação tridimensional) assume-se como um elemento imprescindível nas tarefas propostas para trabalhar este tópico.

Capítulo 3

Prática de Ensino Supervisionada

O presente capítulo tem como principal objetivo apresentar o trabalho desenvolvido ao longo da Prática de Ensino Supervisionada (Estágio), realçando os Meios e Recursos Didáticos construídos e utilizados especialmente para a leção.

Este capítulo inicia-se com uma breve caracterização do contexto da escola e das turmas onde se desenvolveu o Estágio, pois para se planejar de forma adequada a prática letiva deve-se ter em conta, entre outros fatores, as características dos alunos e da turma, o contexto sociocultural onde o aluno está inserido e os recursos disponíveis.

Em seguida, apresenta-se a atividade desenvolvida no âmbito do Ensino da Geometria com utilização de Meios e Recursos Didáticos (MRD), terminando com a descrição das aulas onde estes foram selecionados e usados para a leção dos conteúdos.

O Estágio decorreu na Escola S/3 S. Pedro, tendo como Orientadora a Doutora Helena Monteiro e duas estagiárias de Matemática. No que concerne à orientação, a nível científico, esta ficou a cargo do Professor Doutor José Luís Cardoso, do Departamento de Matemática da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro.

A Professora Helena Monteiro, no corrente ano letivo, encontrava-se a lecionar uma turma do 9º Ano e duas turmas do 10º Ano. Assim, foram observadas e lecionadas aulas à turma C do 9º Ano de Escolaridade e à turma F do 10º Ano de Escolaridade. No primeiro semestre do presente ano letivo, foram observadas as três turmas e no segundo semestre foram observadas as turmas onde se realizou a Prática de Ensino Supervisionada.

3.1 Caraterização da Escola

A Escola na qual decorreu o estágio foi a Escola S/3 S. Pedro, localizada na capital de distrito em Vila Real, a qual é frequentada por alunos entre o 7º ao 12º Ano de Escolaridade, provenientes quer da cidade, quer de aldeias vizinhas.

Estando enquadrada numa zona residencial no centro da cidade de Vila Real, dispõe de muito espaço verde e com vários campos de jogos no seu envolvente.

A Escola S/3 S. Pedro, além das trinta e nove salas de aula distribuídas por quatro pisos, também dispõe, de salas de Tecnologia de Informação e Comunicação (TIC), laboratórios, oficinas e instalações de Educação Física e Desporto, mediante a especificidade de utilização e objetivo de ensino.

A Escola dispõe apenas de duas salas equipadas com quadros interativos, os quais não se encontravam em funcionamento e o grupo de Matemática não dispõe de um laboratório próprio, que permitisse usufruir facilmente de todos os Meios e Recursos Didáticos que a Escola possuía e poderia disponibilizar.

Para esta escola estavam previstas obras de reabilitação, contudo devido à conjuntura de crise profunda, as obras não avançaram. Realizando-se apenas pequenas intervenções mais emergentes.

3.2 Caraterização das Turmas

A atividade relativa à Prática de Ensino Supervisionada incidiu sobre a turma C, do 9º Ano de Escolaridade e sobre a turma F, do 10º Ano de Escolaridade do curso Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias. Na turma do 10º D foram realizadas somente observações e unicamente no primeiro semestre.

A Prática de Ensino Supervisionada foi iniciada na turma F do 10º Ano de Escolaridade. No início era constituída por quinze alunos, todos do sexo masculino, contudo dois destes alunos ingressaram no ensino profissional e um outro aluno mudou de turma, ficando esta turma somente com doze alunos. A professora Helena Monteiro era a diretora de turma do 10º F, para a qual foi construído um dossier com

vários documentos, em particular, a caracterização da turma, tendo em consideração os dados obtidos através de inquéritos realizados junto dos alunos.

A turma F do 10º Ano de Escolaridade era constituída por alunos maioritariamente com a idade de 15 anos, como podemos constatar pelo gráfico seguinte:

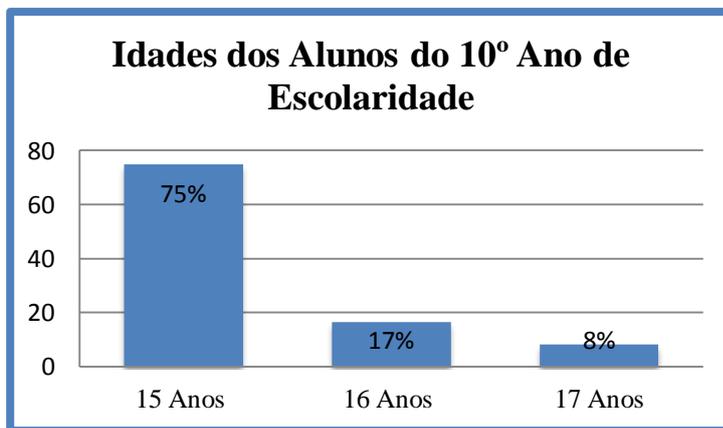


Figura 3.1 – Idades dos alunos do 10º Ano de Escolaridade.

Salienta-se que apenas um aluno não frequentou a Escola S/3 S. Pedro no ano letivo anterior e somente dois alunos haviam sofrido um processo de retenção em anos anteriores, um no 2º ciclo e no 3º ciclo e o outro aluno no ensino secundário. O meio de deslocação entre casa e escola mais utilizado é a pé com 50% dos casos. As habilitações académicas dos pais são variadas e existe apenas um caso de um aluno subsidiado.

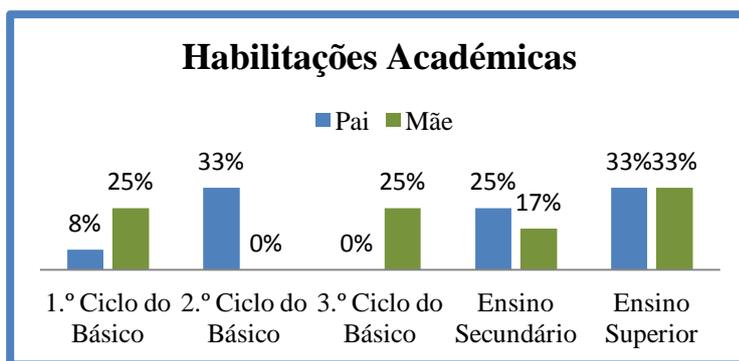


Figura 3.2 – Habilitações Académicas dos pais dos alunos do 10º Ano de Escolaridade.

No que respeita à responsabilidade formal pelo educando, em 67% dos alunos é a mãe a encarregada de educação e a maioria dos alunos vive com os pais e só três alunos tem os pais separados.

Do elenco das disciplinas frequentadas, a disciplina que reúne maior preferência pelos alunos é a Educação Física.

Os alunos desta turma vinham quase todos de diferentes turmas, sendo notória a união que se instalou e a empatia que estes alunos foram criando ao longo do ano letivo. Numa apreciação global consideramos que se trata de uma turma simpática e agradável para se lecionar, composta por alunos bons e menos bons, que foram lutando e vencendo com determinação os obstáculos.

A turma C do 9º Ano de Escolaridade era constituída por vinte alunos, treze rapazes e sete raparigas, cuja média de idades era de catorze anos, tendo todos frequentado a Escola S/3 S. Pedro no ano letivo anterior.

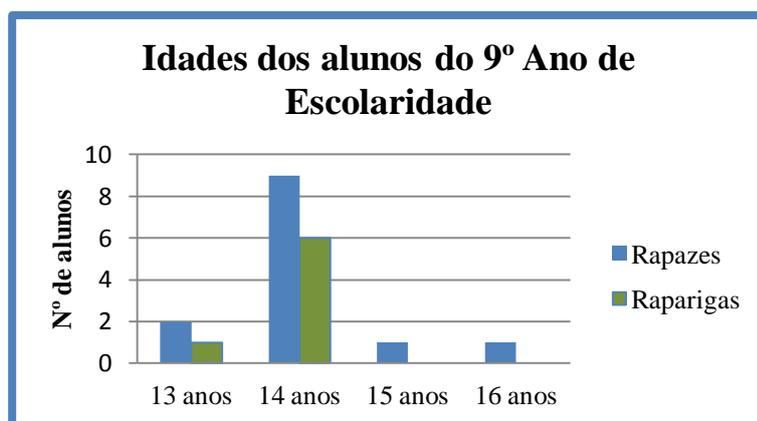


Figura 3.3 – Idades dos alunos do 9º Ano de Escolaridade.

Os dados relativos à caracterização desta turma foram cedidos pela Diretora de Turma, sofrendo a respetiva adaptação para a realização deste trabalho.

Esta turma integrava dois alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE), sendo-nos facultado, também pela Diretora de Turma, o Relatório de Avaliação Final destes alunos, donde transcrevemos a descrição das NEE de cada um:

- Para o primeiro aluno que vamos aqui designar de Nuno²:

“O educando apresenta Perturbação de Hiperatividade e Défice de Atenção (PHDA), perturbações específicas de aprendizagem e problemas de coordenação motora (Psicomotricidade). Evidencia um comprometimento acentuado no desempenho dos processos básicos da leitura e da escrita, estando diagnosticada dislexia com dificuldades na leitura compreensiva de enunciados e textos, na escrita e na nomeação dos códigos fonológicos.

O ritmo na execução das tarefas escolares é considerado lento. De acordo com as suas características tem dificuldades em iniciar e concluir atividades” (Relatório de Avaliação Final – Programa Educativo Individual do aluno).

- O segundo aluno que vamos designar de Miguel³:

Síndrome de Down (SD).

Apenas um aluno ficou retido em anos anteriores, no 3º Ano e no 9º Ano, estando, por isso, a frequentar pela segunda vez o respetivo ano. O Miguel apesar das suas limitações acompanha a turma há vários anos, progredindo ao ritmo das suas capacidades.

O meio de deslocação entre casa e escola mais utilizado é o automóvel com 65% dos casos. As habilitações académicas dos pais são variadas, sendo o Ensino Superior aquela que mais se destaca, principalmente nas mães dos alunos. Existindo três casos de alunos subsidiados.

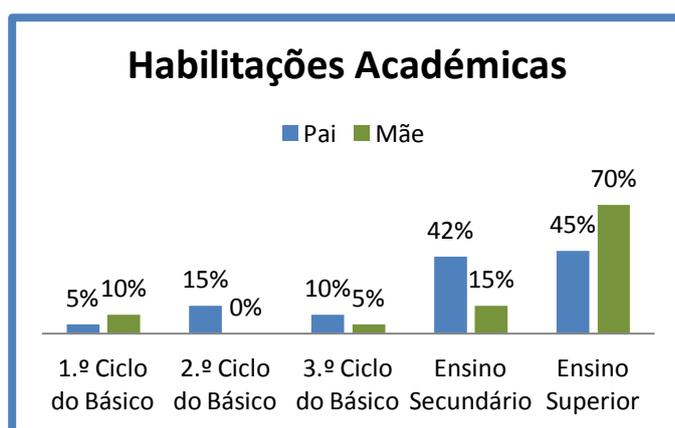


Figura 3.4 – Habilitações Académicas dos pais dos alunos do 9º Ano de Escolaridade.

² Nome Fictício

³ Nome Fictício

Em relação à responsabilidade formal do aluno, em 90% dos alunos é a mãe a encarregada de educação.

Das diversas disciplinas frequentadas, a disciplina que reúne maior preferência pelos alunos é Educação Física, contudo são também mencionadas outras disciplinas: Inglês, Educação Visual, Matemática, Ciências Físico-Química, Língua Portuguesa, História e Ciências da Natureza.

Em relação aos alunos que apresentam NEE, o Nuno que apresenta Perturbação de Hiperatividade e Défice de Atenção (PHDA), perturbações específicas de aprendizagem e dislexia⁴, frequentava todas as aulas e realizava todas as atividades propostas à turma. Revelava períodos de atenção muito curtos, mostrando alguma agitação agravada com o decorrer da aula, dificultando o processo de ensino-aprendizagem. Contudo foi conseguindo vencer as suas dificuldades, durante as aulas de Matemática teve sempre ao seu lado ou a professora estagiária ou a Professora responsável da turma para tentar colmatar as diversas dificuldades que sentia e também frequentava o apoio ao estudo a diversas disciplinas.

O Miguel só frequentava a aula de Matemática às sextas-feiras, sempre acompanhado da professora do Ensino Especial. De alguma forma, houve sempre, um esforço para integrar este aluno, nas matérias lecionadas dentro das limitações que este apresentava.

Transcrevemos de seguida um excerto do Relatório de Avaliação Final deste aluno:

“A nível da Matemática funcional, o desenvolvimento de atividades decorreu em contexto de sala de aula e o trabalho foi em parceria com a titular de turma. O acompanhamento ao Miguel foi realizado no seio da turma à semelhança do ano passado, revelou por

-
- ⁴ A 6 de Fevereiro do presente ano houve oportunidade de assistir a uma ação de formação sobre “Dislexia” e onde também foi abordado o tema do “Daltonismo”. Esta ação de formação, que decorreu na Escola S/3 S. Pedro, reveste-se de grande importância na formação de qualquer docente, nomeadamente foram analisados como pequenos gestos, a simples alteração do tipo de letra ou o tamanho desta, podem fazer diferença na aprendizagem de um aluno disléxico.

isso, maior motivação. Mostrou preferência pelo uso do computador, da máquina de calcular e material manipulável. Participou na aula sempre que oportuno e com tarefas exequíveis e direcionadas ao seu perfil de funcionalidade. Identificou os números até 1000, efetuou contagens de 2 em 2, de 5 em 5, de 10 em 10 de 100 em 100. Fez composição e decomposição de números até ao 400. Relacionou a unidade com a dezena e a centena. Trabalhou noções de tempo com o estudo do relógio, meses e estações do Ano, construção de calendário, identificou as moedas e notas do euro, realizou operações com valores monetários... Efetuou os testes de avaliação em simultâneo com os colegas da turma com a mesma responsabilidade, concentração e atitude, e sobretudo com bom desempenho” (Relatório de Avaliação Final – Programa Educativo Individual do aluno).

Os alunos desta turma já vêm juntos há alguns anos e por isso não estranham nada estes colegas com dificuldades de aprendizagem. Tratou-se de uma turma unida e muito simpática, de alunos educados, fáceis de lidar e ensinar.

3.3 Atividade desenvolvida na Prática de Ensino Supervisionada

Durante o ano de estágio, além das aulas observadas, lecionaram-se às turmas referidas anteriormente, um total de quarenta e seis horas distribuídas ao longo dos dois primeiros períodos.

No início do ano letivo, fomos convidadas, enquanto Professoras Estagiárias de Matemática da escola, a participar numa reunião com todos os professores do Grupo de Matemática onde se debateram diversos temas, tais como a planificação anual, teste diagnóstico, atividades em que o departamento de Matemática poderia participar ao longo do ano, entre outros assuntos. Além disso, também participamos sempre nas reuniões da direção de turma da orientadora pedagógica.

Tendo em conta a planificação definida para os anos de escolaridade referidos anteriormente, elaborada segundo os Programas de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al., 2007) e do Ensino Secundário (Silva et al., 2001a), propostos pelo Ministério da Educação, lecionaram-se os temas descritos no quadro seguinte.

Quadro Resumo 3 – Calendarização das Regências com respectivo tópico lecionado

Regências	Turma	Lição n.º	Tópico	Data	
1/2 3/4 5/6 7/8 9/10 11/12	9°C	11 / 12	Conceito Frequencista de Probabilidade	28/9/2012 ⁵	1º Período
	10°F	15 / 16	Radicais e operações com Radicais	3/10/2012	
	10°F	17 / 18	Radicais e operações com Radicais	8/10/2012	
	10°F	19 / 20	Radicais e operações com Radicais	10/10/2012	
	10°F	21 / 22	Módulo Inicial	12/10/2012	
	10°F	27 / 28	Sólidos Platónicos	19/10/2012 ⁶	
	10°F	31 / 32	Secções no Cubo	24/10/2012	
	10°F	37 / 38	Secções no Cubo	31/10/2012	
13/14	10°F	55 / 56	Geometria Analítica	23/11/2012	
15/16	10°F	57 / 58	Geometria Analítica	27/11/2012	
17/18	10°F	59 / 60	Geometria Analítica	28/11/2012	
19/20	10°F	61 / 62	Geometria Analítica	30/11/2012	
21/22	10°F	67 / 68	Geometria Analítica	7/12/2012	
23/24	10°F	69 / 70	Geometria Analítica	11/12/2012	
25/26	10°F	77 / 78	Geometria Analítica	8/01/2013	2º Período
27/28	9°C	79 / 80	Circunferência	9/01/2013	

⁵ A aula de 28/9/2012 não foi contabilizada como regência.

⁶ A aula de 19/10/2012 não foi contabilizada como regência.

29/30	9°C	81 / 82	Circunferência	11/01/2013
31/32	9°C	83 / 84	Circunferência	15/01/2013
33/34	9°C	85 / 86	Circunferência	16/01/2013
35/36	9°C	87 / 88	Circunferência	18/01/2013
37/38	9°C	89 / 90	Circunferência	22/01/2013
39/40	9°C	91 / 92	Circunferência	23/01/2013
41/42	9°C	93 / 94	Circunferência	25/01/2013
43/44	9°C	95 / 96	Circunferência	29/01/2013
45/46	9°C	97 / 98	Circunferência	30/01/2013
	11°		Noção Intuitiva de Limite	31/05/2013 ⁷

Antes da lecionação de cada aula, houve sempre a preocupação de a planificar, de acordo com o grupo de alunos, os objetivos de ensino, os conteúdos programados a lecionar e os Meios e Recursos Didáticos que consideramos mais adequados à concretização das aprendizagens, as estratégias de ensino/aprendizagem e processos que nos permitisse avaliar se os objetivos propostos foram atingidos e se o sucesso foi alcançado.

“Mais do que dispor de um simples repertório de métodos avulsos, o professor precisa de ser capaz de (i) conhecer bem os seus alunos de modo a planear eficazmente o seu ensino, (ii) de conduzir o seu ensino de modo dinâmico e organizado, atendendo às reacções e às contribuições dos alunos, e (iii) de reflectir sobre os resultados da sua prática, identificando problemas e propondo soluções” (Ponte & Serrazina, 2000, p.12).

A atividade relativa à Prática de Ensino Supervisionada, iniciou-se, como já referido, com o 10º Ano de Escolaridade, com uma turma composta por alunos na

⁷ A aula de 31/5/2013 não foi contabilizada como regência.

sua maioria com dificuldades na aprendizagem, na qual a utilização de Meios e Recursos poderia resultar de forma motivadora.

“As tarefas matemáticas em que os alunos se envolvem – problemas, investigações, exercícios, projectos, construções, aplicações, produções orais, relatórios, ensaios escritos, etc.- proporcionam o ponto de partida para o desenvolvimento da sua actividade matemática. As tarefas devem despertar curiosidade e entusiasmo, fazendo apelo aos seus conhecimentos prévios e intuições” (Ponte et al., 1997, p.73).

No que concerne à utilização de MRD, no 10º Ano, houve a preocupação de atender ao princípio da diversidade de recursos e da diferenciação de estratégias, tendo sido concedido um lugar importante ao manual adotado para haver uma harmonização nos procedimentos, fazendo uso de alguns dos seus exercícios propostos para os alunos realizarem na aula e como trabalho de casa. Foram criados MRD, de que se oferece como exemplo a elaboração de fichas informativas e de trabalho, questões-aula, trabalhos de grupo, para os alunos compreenderem e realizarem uma melhor consolidação dos conhecimentos adquiridos. Para além do quadro e do giz, utilizaram-se as tecnologias educativas, projetando-se filmes disponíveis da “Escola Virtual” ou recorrendo a software de apresentação como o PowerPoint relativo aos conteúdos em estudo. Devido à grande dificuldade revelada pelos alunos em geral na visualização geométrica de alguns conceitos e na capacidade de abstracção exigidas pelos conteúdos, foram criados “Materiais Manipuláveis” para desta forma se poderem colmatar as eventuais dúvidas.

A avaliação do trabalho desenvolvido foi por observação direta do trabalho dos alunos, das conversas e da colocação de questões aos mesmos, através das questões ou dúvidas colocadas pelos alunos e pelos resultados das questões de aula e testes de avaliação sumativos.

No segundo período, relativamente à atividade desenvolvida no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada só uma aula foi lecionada no 10º Ano de Escolaridade, concluindo assim as aulas de regências do Ensino Secundário e iniciando as restantes na turma C do 9º Ano de Escolaridade, isto é, no 3º Ciclo do Ensino Básico.

Enquanto nas aulas do 10º Ano de Escolaridade se procurou um equilíbrio entre a dimensão expositiva necessária à apresentação de conteúdos e à sua concretização, recorrendo-se aos MRD, tentando sempre dinamizar com o recurso à criação de materiais manipuláveis ou com a visualização de algum filme sobre os novos conteúdos a adquirir, no 9º Ano de Escolaridade, tendo em conta o novo Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al., 2007), usou-se um método de ensino mais centrado em atividades de investigação matemática, em que o conhecimento matemático era construído com a ajuda dos alunos.

Relativamente à utilização de MRD, no 9º Ano, houve também a preocupação de atender ao princípio da diversidade de recursos e da diferenciação de estratégias, tendo sido concedido um lugar importante ao manual e ao caderno de atividades adotados para haver uma harmonização nos procedimentos, fazendo uso de alguns dos seus exercícios propostos para os alunos realizarem na aula em articulação com trabalho de casa. Foram também realizadas tarefas das brochuras de apoio da Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC), pois teve-se em consideração os materiais de apoio ao novo Programa de Matemática, na forma de brochuras de apoio para os vários tópicos abordados durante o ano letivo. Dessas brochuras faziam parte várias tarefas, na forma de fichas de trabalho, que abordavam os conteúdos referentes ao tópico lecionado.

Com a realização destas tarefas, pretendia-se que o desenvolvimento da aula se centrasse, sobretudo, em atividades de investigação matemática, sendo o aluno a construir o seu próprio conhecimento, como preconizado pelo novo Programa de Matemática (Ponte et al., 2007).

Os alunos, para realizarem as atividades propostas, eram organizados em pares ou grupo de três ou quatro elementos, para discutirem entre si a realização dos vários exercícios propostos e conseguirem obter conclusões.

No final de cada tarefa, seguia-se uma fase de debate e apresentação dos resultados obtidos por cada um dos grupos, com o objetivo de sintetizar as conclusões alcançadas, sendo mais solicitados os grupos cujo trabalho tinha sido menos produtivo e que mostrava mais dificuldades. Assim o conhecimento matemático ia sendo construído com a ajuda dos alunos, tentando que todos se envolvessem no crescimento dos conhecimentos.

Além das tarefas, sempre que se considerou pertinente, e em função do trabalho que se pretendia desenvolver com os alunos, foram disponibilizados outros materiais, como fichas de trabalho, fichas formativas e questões-aula.

Na realização de algumas das tarefas realizadas, além do quadro utilizou-se a tecnologia informática, com destaque para o software Geogebra. Com o auxílio deste programa tornou-se mais fácil aos alunos analisarem e compreenderem alguns dos conceitos lecionados. Os alunos já tinham tido contacto com o programa e foi muito fácil para eles chegarem às conclusões pretendidas.

A avaliação do trabalho, desenvolvido por este nível de ensino, foi realizada por observação direta do trabalho dos alunos, das conversas e da colocação de questões aos mesmos, através das questões ou dúvidas colocadas pelos alunos e pelos resultados de questões de aula e testes de avaliação sumativos.

Todos os Meios e Recursos Didáticos, que concorram para que os alunos mais facilmente compreendam e assimilem os novos conceitos lecionados, constituem um precioso apoio no processo de ensino e aprendizagem. E aqui o professor deverá atuar como mediador na construção do conhecimento matemático, orientando o aluno a realizar uma ação reflexiva sobre o seu objeto de estudo durante a atividade experimental.

Em seguida, procederemos à identificação de alguns momentos onde foram utilizados Meios e Recursos Didáticos.

O primeiro exemplo de MRD utilizado na leção das aulas, consistiu na realização de um Trabalho de Grupo a pares, com o recurso a moedas de um euro, sacos com bolas de duas cores distintas e máquina de calcular. No início do ano letivo, sob orientação da Professora Helena Monteiro, foi planificada uma aula em conjunto com as duas estagiárias (Anexo 1) para o 9º Ano de Escolaridade, sobre “Conceito Frequentista de Probabilidade”, tendo sido elaborada um Trabalho de grupo, composto por duas tarefas, a realizar pelos alunos (Anexo 2). A leção da aula foi realizada em parceria com a orientadora e as estagiárias.

Esta aula não foi contabilizada como regência, pois teve o objetivo de estabelecer o primeiro contacto com os alunos.

Tarefa 1 (Lançamento sucessivo de uma moeda)

Iniciou-se a aula questionando os alunos acerca dos seus conhecimentos prévios sobre probabilidades. Seguiu-se a realização do primeiro Trabalho de Grupo (Trabalho de Grupo nº1), que permitiu utilizar as tarefas de frequências relativas para explorar a regularidade a longo termo em situações aleatórias e estimar a probabilidade de um acontecimento usando a frequência relativa.

Os alunos realizaram a Tarefa 1 (lançamentos sucessivos de uma moeda) a pares – um dos alunos lança a moeda e o outro escreve os resultados. Sugeriu-se que se registem os resultados no quadro, para que todos os alunos os pudessem registar para o caderno.



Figura 3.5 – Moeda de um euro.

Os resultados obtidos foram representados através de um gráfico de linhas, considerando no eixo horizontal o número de lançamentos da moeda e no eixo vertical a frequência relativa do resultado “face europeia”. Observa-se que, à medida que o número de lançamentos da moeda aumenta, as frequências relativas vão-se aproximando de um valor (interpretação frequencista da probabilidade), que neste caso sabemos ser 0,5 (interpretação clássica ou laplaciana). Para contabilizar um número maior de lançamentos, recorreu-se à máquina de calcular que permite realizar esta experiência para um número elevado de lançamentos.

Finalmente fez-se a apresentação das resoluções dos pares e a síntese das conclusões obtidas.

Tarefa 2 (Extrações sucessivas de uma bola de um saco com dez bolas de duas cores)

Esta tarefa permite explorar uma experiência com acontecimentos não equiprováveis e compreender e usar a frequência relativa como aproximação da probabilidade. A organização dos alunos para a implementação desta tarefa é semelhante à já introduzida com a tarefa 1 do Trabalho de Grupo nº1.



Figura 3.6 – Bolas de duas cores.

Finalmente fez-se a apresentação das resoluções dos pares e síntese das ideias apresentadas.

Nesta aula foi possível a integração do Miguel, tendo este realizado o Trabalho de Grupo com a respetiva ajuda, efetuando as tarefas de forma exequível e direcionadas ao seu perfil de funcionalidade. Este aluno mostrou-se bastante satisfeito durante o manuseamento dos MRD utilizados, quer no lançamento da moeda de um euro, quer na extração das bolas do saco, quer na utilização da máquina de calcular.

Numa outra aula, o MRD utilizado foi o material “**Polydron**”. Este material, referido no capítulo anterior, foi o recurso de que nos servimos na aula que tinha como objetivo que os alunos compreendessem o “porquê de haver apenas cinco sólidos regulares convexos”. Tendo em conta a importância do trabalho de grupo e na linha de Ponte et al. (1997, p.93), também consideramos que,

“Trabalhar em pequeno grupo permite aos alunos expor as suas ideias, ouvir os seus colegas, colocar questões, discutir estratégias e soluções, argumentar e criticar outros argumentos. (...) torna-se mais fácil arriscar os seus pontos de vista, avançar com as suas descobertas e exprimir o seu pensamento. Por isso, destinar mais tempo ao trabalho em pequenos grupos nas aulas de Matemática é uma das orientações curriculares mais salientes.”

Os alunos foram divididos por grupos, de três ou quatro elementos, e foi distribuído por cada grupo uma caixa com o material e por cada aluno uma ficha de trabalho para preencherem e chegarem às conclusões pretendidas.

A professora e a estagiária foram dando apoio aos grupos na resolução da ficha de trabalho, auxiliando os alunos no esclarecimento das dúvidas que iam surgindo. Esta tarefa de grupo e conseqüente manuseamento do “Polydron”, foi importante para que os alunos percebessem realmente o porquê de só haver apenas cinco sólidos regulares convexos.

As fotografias seguintes foram captadas no decorrer da aula:

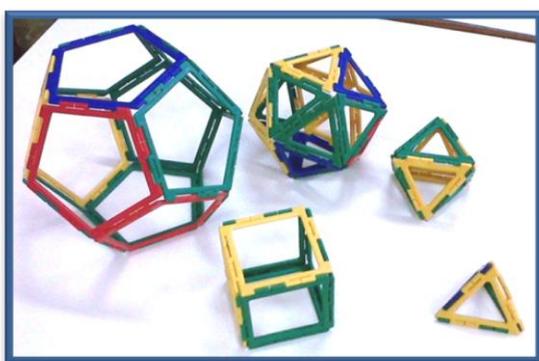


Figura 3.7 (a) – Polydron.

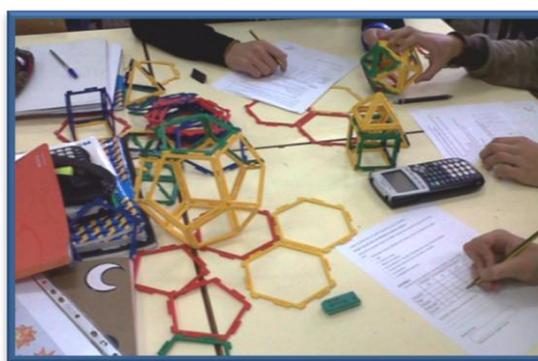


Figura 3.7 (b) – Polydron.

Devido à dificuldade de visualização por parte dos alunos, na lecionação da aula sobre “Secções do Cubo”, surge outro exemplo de MRD utilizado, que neste caso foi criado na tentativa de colmatar as dúvidas evidenciadas pelos alunos.

Por isso, com recurso à ajuda de uma empresa de carpintaria, construíram-se uns cubos em madeira com várias possibilidades de “corte”, onze cubos no total. A interseção de um sólido por um plano secante dá origem a um polígono, ou seja, uma secção plana. Na secção obtida pela interseção, colocaram-se umas folhas esponjosas coloridas para se destacar o polígono obtido.

Os alunos quando questionados sobre quantas faces seriam possíveis intersestar num cubo, quando este é intersetado por um plano (exemplificando com auxílio de uma folha de papel), a maior parte dos alunos respondeu que no máximo

se consegue intersecar quatro. Esta resposta demonstra bem a dificuldade de visualização apresentada.

Com o auxílio dos cubos de madeira e após a visualização de vários casos, os alunos visualizaram que o sólido poderia ser intercetado até às suas seis faces em simultâneo.

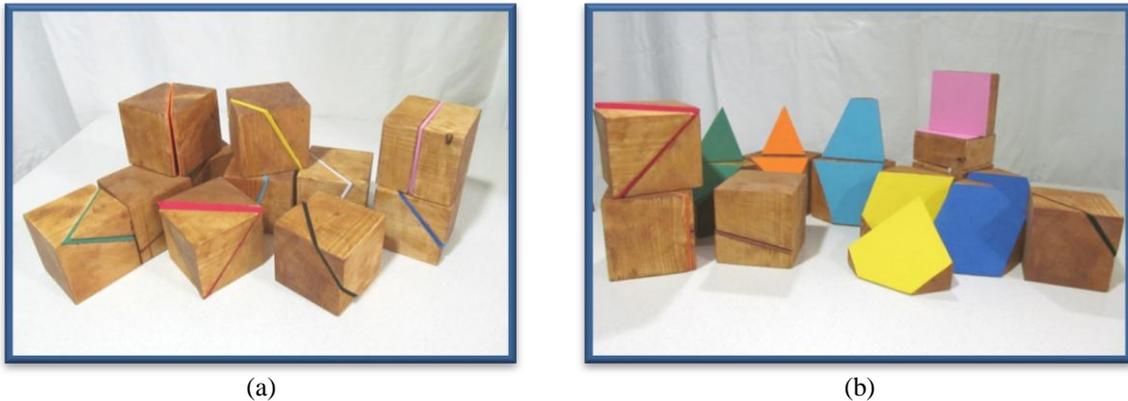


Figura 3.8 (a) e (b) – “Cubos de madeira” seccionados.

Um plano que intersete um poliedro em mais do que um ponto produz nele uma secção que é uma figura plana limitada por segmentos de reta. Estes segmentos resultam da intersecção das faces do poliedro com o plano secante ou plano de corte.

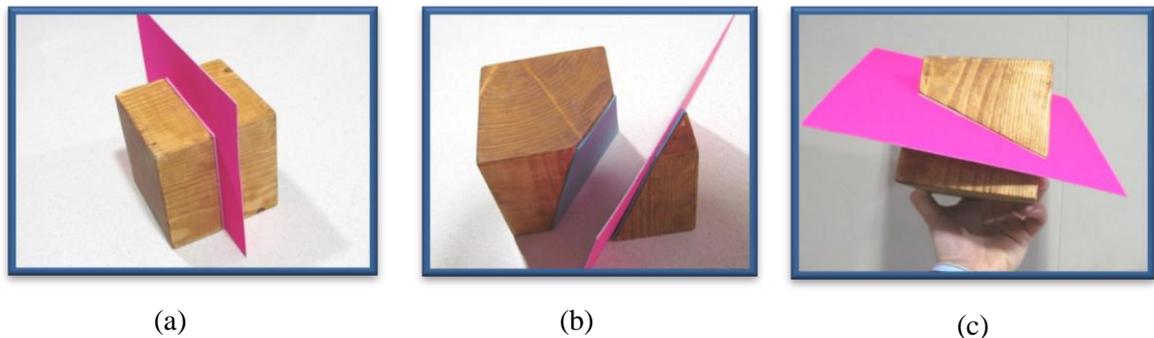


Figura 3.9 (a), (b) e (c) – “Cubos de madeira” seccionados, utilização de uma folha colorida exemplificativa do plano de “corte”.

A intersecção de um sólido por um plano secante é um polígono, ou seja, uma secção plana.

Ao intersecar um cubo por um plano pode-se obter várias secções:

1. O plano intersecta apenas três faces do cubo:

- A secção é um triângulo e consoante for o plano de corte, podemos obter triângulos equiláteros, isósceles ou escalenos.

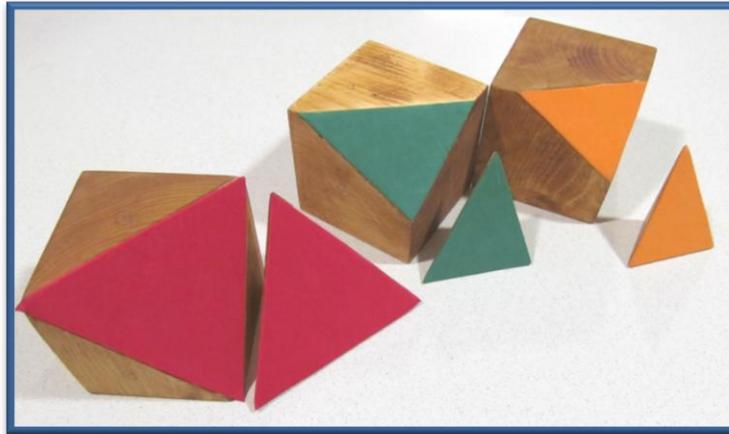
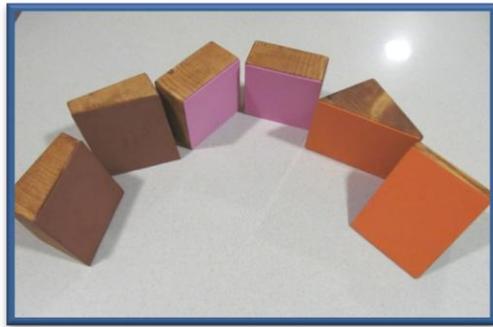


Figura 3.10 – “Cubos de madeira” seccionados, quando o plano intersecta três faces do cubo.

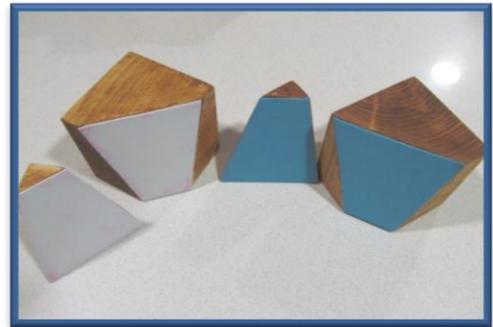
- Se o plano é paralelo a duas diagonais faciais do cubo, a secção que se obtém é um triângulo equilátero;
- Se o plano é paralelo a uma diagonal facial do cubo, a secção que se obtém é um triângulo isósceles;
- Se o plano “corta” as três faces do cubo e não é paralelo às diagonais do cubo, a secção que se obtém é um triângulo escaleno.

2. O plano intersecta apenas quatro faces do cubo:

- Se o plano é paralelo a uma face do cubo, a secção que se obtém é um quadrado;
- Se o plano é paralelo a uma aresta do cubo, a secção é um retângulo, embora exista uma posição em que a secção é quadrada;
- Se o plano intersecta quatro faces do cubo, paralelas duas a duas, a secção é um paralelogramo;
- Se o plano intersecta quatro faces do cubo, das quais duas são paralelas entre si, a secção é um trapézio.



(a)

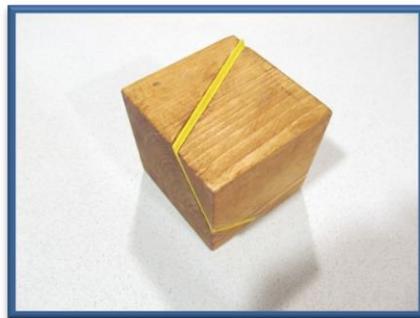


(b)

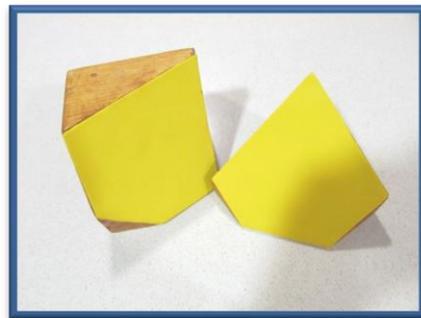
Figura 3.11 (a) e (b) – “Cubos de madeira” seccionados, quando o plano intersesta quatro faces do cubo.

3. O plano intersesta apenas cinco faces do cubo:

- A secção é um pentágono, se o plano intersesta cinco faces do cubo.



(a)



(b)

Figura 3.12 (a) e (b) – “Cubos de madeira” seccionados, quando o plano intersesta cinco faces do cubo.

4. O plano intersesta seis faces do cubo:

- A secção produzida no cubo, é um hexágono, se o plano intersesta seis faces do cubo.

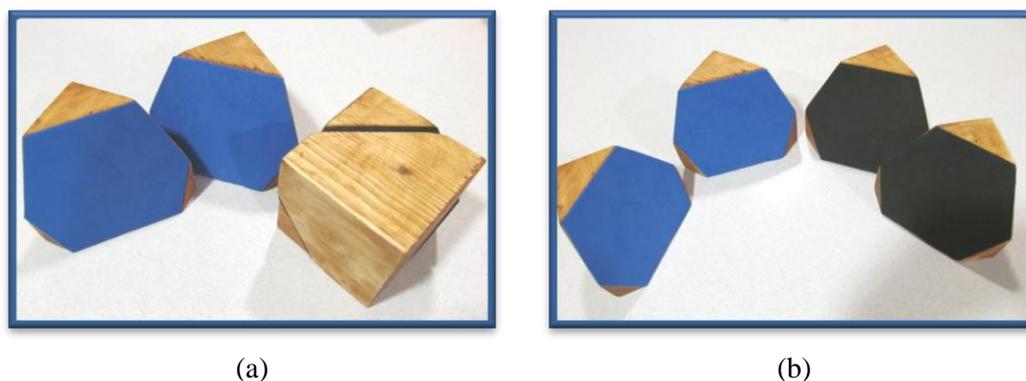


Figura 3.13 (a) e (b) – “Cubos de madeira” seccionados, quando o plano intersesta as seis faces do cubo.

Após esta apresentação e discussão, são descritas as Regras Básicas para a obtenção de uma secção, dado um sólido e três pontos nas suas faces que definem o plano, recorrendo ao quadro da sala da aula. Seguiram-se a resolução de exercícios de aplicação e consolidação (Anexo 3), os quais apresentam um grau de dificuldade crescente.

Na resolução dos exercícios de aplicação, foi notória a dificuldade sentida pelos alunos na realização destes, pois ao tentar intersestar o plano com o cubo, a maior parte dos alunos não intersestavam o cubo na totalidade, ficando muitas vezes a meio o traçado do corte.

Quando confrontados com os “cubos de madeira”, os alunos manifestavam o seu espanto e admiração, pela compreensão alcançada com o manuseamento e visualização deste MRD.

Por observação dos resultados obtidos na Ficha de avaliação de conhecimentos e do *feedback* recolhidos junto dos alunos, podemos considerar que este material manipulável desenvolvido, contribuiu para a construção de conceitos e para o desenvolvimento das aptidões geométricas dos alunos.

Fotos captadas em ambiente de sala de aula:



Figura 3.14 (a) e (b) – “Cubos de madeira” seccionados (fotografias obtidas durante a leção das aulas).

Na aula sobre o tópico “Geometria Analítica”, recorreu-se a situações do quotidiano para a introdução de referenciais no espaço: eixos coordenados, coordenadas de pontos no espaço e planos coordenados, mostrando aos alunos a necessidade do uso de referenciais na localização de pontos no espaço.

Durante a realização da planificação, procurou-se na internet MRD que ajudassem os alunos na visualização dos novos conceitos. Encontraram-se uns filmes que consideramos interessantes na ajuda à consolidação dos conceitos. Assim, no decorrer da aula foram visualizados dois filmes disponíveis na Escola Virtual introdutórios, respetivamente, a situações do quotidiano e eixos coordenados no espaço, correspondência entre o espaço e \mathbb{R}^3 , com as seguintes denominações: “Introdução” e “Referencial cartesiano no espaço”, no seguinte endereço eletrónico: (http://brip.escolavirtual.pt/page.php/resources/view_all?id=10mat_06&from=search).

Tendo em conta o princípio da diversidade de recursos e a diversidade de estratégias, fizemos a opção de utilizar pela primeira vez este MRD, constatando a grande atenção dos alunos e a valorização deste tipo de recurso.

Outro exemplo de utilização de MRD no Estágio surgiu quando foi preciso explicar aos alunos que os planos coordenados dividem o espaço em oito partes iguais a que se dá o nome de octantes. Para que estes conseguissem visualizar, construiu-se uma maquete feita em cartolina exemplificativa dos octantes. Antes da construção deste material pensou-se desenhar estes no quadro, mas logo se concluiu

que o melhor seria construir um material que permitisse a visualização dos octantes e que assim poderia ajudar, certamente, os alunos na construção de conceitos e no desenvolvimento das suas aptidões geométricas.

Apresenta-se de seguida a maquete, feita em cartolina e de diferentes cores para ser mais perceptível os oito octantes.

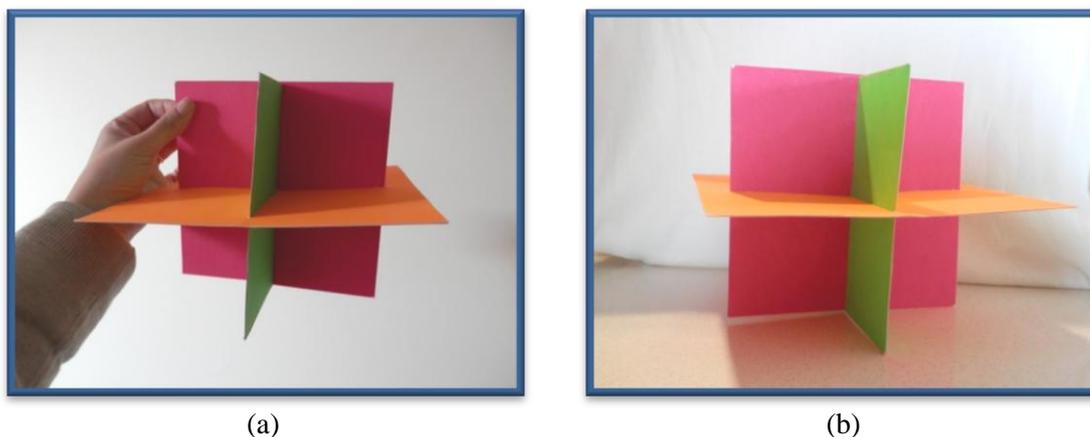


Figura 3.15 (a) e (b) – Maquete feita em cartolina, exemplificativa dos oito octantes.

Para a consolidação dos conceitos, realizou-se uma ficha de trabalho de “Coordenadas no espaço”, que se encontra em anexo (Anexo 4).

Na continuação da aula anterior de regência, os alunos também visualizaram dois filmes da Escola Virtual intitulados de “Planos paralelos aos eixos” e “Semiplanos” (http://brip.escolavirtual.pt/page.php/resources/view_all?id=10mat_06&from=search).

Em seguida os alunos realizaram uma ficha de trabalho sobre “Planos coordenados no espaço” (Anexo 5).

Na aula seguinte, também se realizou a projeção de um filme da Escola Virtual de relações entre pontos simétricos relativamente aos planos coordenados, aos eixos coordenados, à origem e aos planos bissetores dos diversos octantes, com a denominação de “Simetrias no Espaço” (http://brip.escolavirtual.pt/page.php/resources/view_all?id=10mat_06&from=search).

Na realização da planificação desta aula, considerou-se que seria importante elaborar um quadro síntese das Simetrias no Espaço, o qual se encontra em anexo (Anexo 6).

A última aula, relativa à Prática de Ensino Supervisionada lecionada no 10º Ano de Escolaridade, decorreu no início do segundo período escolar. Inicialmente realizou-se uma revisão dos lugares geométricos já estudados no plano e no espaço, procurando fazer a sua aplicação a novas situações, para que deste modo os alunos conseguissem compreender melhor os resultados possíveis da interseção de um plano paralelo aos planos coordenados com uma esfera (ponto, círculo e conjunto vazio). Como MRD, levou-se para a aula três superfícies esféricas, tentando explicar a diferença de quando temos uma esfera ou uma superfície esférica, ajudando os alunos na revisão dos conceitos e na sua compreensão.

A ideia inicial era construir uma esfera em madeira, tal como foi feito com os cubos, e esta esfera estar dividida em três partes. Como se pode observar na figura 3.16, a superfície esférica é a que está no meio (a cor de laranja). Dada a dificuldade técnica de execução deste MRD em madeira, não se realizou com o recurso a uma esfera mas com uma superfície esférica, onde se colaram folhas de papel, tentando deste modo simular uma esfera e quando esta é intersetada por um plano.

Considera-se que os alunos conseguiram, através deste material manipulável compreender melhor os conceitos que queríamos transmitir.

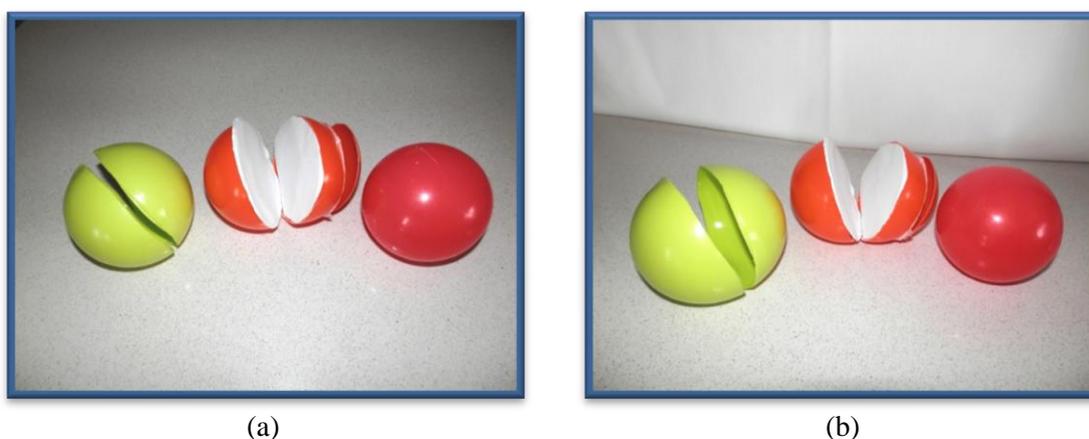


Figura 3.16 (a) e (b) – Superfícies esféricas seccionadas.

Nesta aula, além da revisão de conceitos, também estava planeado introduzir a determinação da equação da Mediatriz de um segmento de reta. Para isso, elaborou-se uma ficha de trabalho sobre “Lugares Geométricos” (Anexo 7), questionando em seguida os alunos sobre qual o novo lugar geométrico que serviu de auxílio na resolução do exercício. Para a realização desta ficha de trabalho, os alunos utilizaram como recurso, lápis, borracha, compasso e régua.

Ainda nesta aula, foi utilizado outro MRD: realizou-se a projeção de uma apresentação feita com o programa PowerPoint contendo definições, um exemplo para resolverem e a resolução da ficha de trabalho sobre “Lugares Geométricos” (Anexo 8).

Também se elaborou uma ficha de trabalho sobre Geometria no plano e no espaço que ficou para trabalho de casa (Anexo 9). Com esta ficha de trabalho pretendia-se que os alunos pudessem consolidar conhecimentos, aprofundar as noções/conceitos dos “Lugares Geométricos”.

Numa outra aula, lecionada ao 9º Ano de Escolaridade, onde se pretendia que os alunos identificassem elementos da circunferência, definissem ângulos ao centro, relacionassem a amplitude de um ângulo ao centro com a do arco correspondente, realizou-se uma tarefa (Anexo 10) retirada das brochuras de apoio da Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC).

Na realização desta tarefa utilizou-se um MRD, recorrendo-se a um programa de geometria dinâmica, o software Geogebra, para investigar o que era pedido. Os alunos foram distribuídos de tal forma que em cada computador ficaram quatro alunos e registou-se no quadro os vários passos que os alunos deveriam seguir para chegar ao pretendido. A aula correu muito bem, pois os alunos já tinham tido contacto com o programa e com a ajuda destes, todos os grupos conseguiram chegar às conclusões pretendidas. Seguiu-se a apresentação e discussão das conclusões obtidas pelos alunos, em resultado da utilização do software Geogebra. A utilização deste MRD permitiu, pelo *feedback* transmitido pelos alunos, que estes com elevado interesse e de forma ativa, sem que lhes fossem ensinados diretamente os novos conceitos, em discussão com os colegas de grupo e espírito colaborativo, chegassem por esforço próprio às conclusões pretendidas.

Nesta aula, foi também possível uma integração por parte do Miguel, tendo este trabalhado com este programa de geometria dinâmica, revelando destreza e enorme satisfação pelo facto de realizar as mesmas tarefas que os colegas de turma, apesar de ter objetivos direcionados ao seu perfil de funcionalidade.

Na aula, sem o recurso do “Geogebra”, onde se pretendia que os alunos identificassem elementos da circunferência, tais como, definir ângulos ao centro, relacionar a amplitude de um ângulo ao centro com a do arco correspondente e determinar a área de um setor circular, foi usado um outro MRD: foi distribuído por cada aluno um círculo em papel de cor azul.



Figura 3.17 – Círculo em papel de cor azul

Os alunos ao dobrarem duas vezes o círculo de papel obtiveram dois diâmetros e o ponto de interseção desses diâmetros é exatamente o centro do círculo. Seguiu-se a apresentação e discussão das conclusões obtidas pelos alunos, com elaboração de uma síntese.

Todas as correções realizadas, das atividades desenvolvidas, foram concluídas com a participação dos alunos, para desta forma aferir as dificuldades que eles sentiram na resolução dos exercícios e também para incentivar os alunos a terem uma participação ativa na aula.

Do conjunto de atividades, de estratégias utilizadas podemos atestar algumas dimensões positivas que legitimam as opções didáticas que orientaram a nossa prática de ensino supervisionada. Podemos verificar que a utilização dos MRD, desenvolveu um *feedback* imediato muito positivo dos alunos, com uma participação ativa e interesse em manusear os “Materiais Manipuláveis”, na observação da projeção de filmes da Escola Virtual e de apresentações feitas em PowerPoint, como também a utilização de um programa de geometria dinâmica, o software Geogebra.

Com os MRD, conseguiu-se captar a atenção dos alunos, permitindo-lhes uma visualização mais realista dos conceitos e possibilitando que os alunos, sempre com o apoio do professor, cheguem às conclusões pretendidas, beneficiando a dimensão positiva prevista no trabalho de grupo.

“Os alunos devem habituar-se a usar uma diversidade de ferramentas para raciocinar e comunicar, incluindo o quadro, o retroprojector, cartazes, a calculadora, o computador e outros materiais e suportes. (...) o trabalho com a calculadora e o computador, se for baseado em tarefas interessantes e desafiantes, pode favorecer a formulação de conjecturas por parte dos alunos, estimular uma atitude investigativa e enriquecer o tipo de raciocínio e de argumentos (...) O trabalho com outros materiais (por exemplo, no estudo da geometria) pode proporcionar igualmente situações muito ricas do ponto de vista do envolvimento dos alunos, do seu raciocínio e da comunicação matemática” (Ponte et al., 1997, p.87).

Na adenda sobre Geometria que foi publicada pelo NCTM (2001, ix) *“Geometria do 2º e 3º Ciclos – Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar”* sublinha a importância do trabalho cooperativo como promotor do diálogo, da discussão, do desenvolvimento de competências sociais e comunicativas na aprendizagem dos alunos na área da Matemática.

“Ambientes de trabalho caracterizados pela interacção dos alunos contribuem para a assimilação de conceitos, uma vez que os obriga a defender os seus pontos de vista face a desafios propostos pelos seus colegas. A validade desta abordagem é apoiada pelo trabalho de Vygotsky ([1934] 1986), que discutiu a natureza da linguagem e das atividades cognitivas, que se interligam progressivamente à medida que as crianças crescem” (NCTM, 2001, p.ix).

Como se considera de grande importância a visualização na compreensão de conceitos e solidificação de conteúdos, a utilização de MRD constituirá, certamente, uma mais-valia para a aquisição de conceitos e consequentemente atingir bons resultados.

Tendo em conta o princípio da diversidade de recursos e da diferenciação de estratégias para a leccionação das aulas foram utilizados diversos MRD já

enumerados, considerando que todos eles têm características próprias e desempenham diversas funções.

De seguida serão identificadas funções para os vários MRD utilizados, tendo por base as funções ponderadas por diversos autores já referidos no primeiro capítulo.

Considerando que todos os MRD que os alunos podem manipular possuem funções semelhantes, serão agrupados os materiais para a consideração das respetivas funções. Assim, nas seguintes aulas lecionadas:

- Na aula sobre o tópico “Conceito Frequencista de Probabilidade”, para a realização do Trabalho de Grupo nº1, a utilização de uma moeda de um euro e a utilização de um saco opaco com bolas de duas cores diferentes por grupo;
- Na aula que tinha como objetivo que os alunos compreendessem o “porquê de haver apenas cinco sólidos regulares convexos”, utilizou-se como recurso o material Polydron;
- Para a aula sobre “Secções do Cubo” construíram-se uns cubos em madeira com várias possibilidades de “corte”, onze cubos no total;
- Na aula onde um dos objetivos era explicar aos alunos que os planos coordenados dividem o espaço em 8 partes iguais que se dá o nome de octantes e para que estes consigam visualizar, construiu-se uma maquete feito em cartolina exemplificativa dos octantes;
- Na aula onde se pretendia que os alunos identificassem elementos da circunferência, foi distribuído pelos alunos um outro MRD, um círculo em papel de cor azul, com o objetivo destes chegarem às conclusões pretendidas.

Estes MRD, no nosso entender, preenchem várias funções, destacamos: a função motivadora, a função informativa ou portadora de conteúdo, a função estruturante, referenciadas por vários autores, nomeadamente estas três funções foram mencionadas por Gimeno Sacritan (1986, p.198) citado por Sabucedo et al. (2002) e Rivas (2002, p.51) e a função de simulação, referenciada por Zabalza (1987) citado por Sabucedo et al. (2002) e Graells (2011).

A função motivadora, na medida que facilita uma maior disponibilidade dos alunos para a aprendizagem, despertando e mantendo o interesse dos alunos pelos novos conceitos. Esta função foi referenciada por vários autores, tais como Gimeno Sacritan (1986, p.198) e Zabalza (1987) citados por Sabucedo et al. (2002) e Rivas (2002, p.51), Salinas (1992) citado por Rivas (2002, p.51) e por Graells (2011).

A função informativa ou portadora de conteúdo, onde os MRD desempenham o papel de transmissores de conhecimentos, proporcionando o suporte e auxílio na organização dos conteúdos de aprendizagem. Esta função é referenciada por Gimeno Sacritan (1986, p.198) e Zabalza (1987) citados por Sabucedo et al. (2002) e Rivas (2002, p.51), Cebrián de la Serna (1992, p.123-124) citado por Sabucedo et al. (2002, p. 34), Salinas (1992) e Zabala (1995) citados por Rivas (2002, p.51) e por Graells (2011).

A função estruturante, sublinha o papel dos meios na condução das aprendizagens dos alunos, na articulação e na organização da informação. Esta função é mencionada por Gimeno Sacritan (1986, p.198) e Zabalza (1987) citados por Sabucedo et al. (2002) e Rivas (2002, p.51), Cebrián de la Serna (1992, p.123-124) citado por Sabucedo et al. (2002, p. 34), Zabala (1995) citado por Rivas (2002, p.51) e por Graells (2011).

A função de simulação, proporcionando a exemplificação e ilustração, através da observação, exploração e experimentação.

Relativamente aos filmes da Escola Virtual visualizados pelos alunos, destacamos as três primeiras funções mencionadas anteriormente: a função motivadora, a função informativa ou portadora de conteúdo e a função estruturante, referenciadas por vários autores, nomeadamente por Gimeno Sacritan (1986, p.198) citado por Sabucedo et al. (2002) e Rivas (2002, p.51).

O recurso a um programa de geometria dinâmica, o software Geogebra, considera-se que a função motivadora, a função estruturante e a função de simulação, já referenciadas, são as que melhor caracterizam este recurso.

Conclusão

A concretização deste trabalho é resultado de um longo percurso cheio de momentos desafiadores que me enriqueceram, como pessoa e como profissional.

A opção pela realização de um trabalho com esta temática foi motivada pelas dificuldades demonstradas pelos alunos na aprendizagem e visualização de conceitos geométricos e consequente utilização de Meios e Recursos Didáticos, na tentativa de colmatar as eventuais contrariedades no processo de ensino-aprendizagem. O interesse despertado e o *feedback* positivo transmitido pelos alunos, quando foram utilizados os MRD, motivou a valorização e o gosto pessoal pelos mesmos.

Os Programas de Matemática aconselham o uso de Meios e Recursos Didáticos, contudo estes muitas vezes não estão disponíveis nas escolas e se estão, podem ou não ser utilizados. Tentou-se durante a Prática de Ensino Supervisionada, utilizar os MRD disponibilizados pela escola e criar novos materiais, de modo a despertar nos alunos um maior interesse pelos temas abordados, cooperando na compreensão dos novos conceitos matemáticos, interligando-os com os conteúdos já estudados anteriormente.

Em Geometria, é importante que os alunos consigam visualizar os novos conceitos geométricos que são propostos e para que isso aconteça é necessário os professores façam um esforço no sentido de encontrar a melhor forma de expor a matéria, utilizando uma linguagem simples, Meios e Recursos Didáticos e se possível recorrendo a exemplos do quotidiano, tentando captar a atenção dos alunos, ajudando-os a construir conceitos e entendê-los de forma mais sólida.

Refletindo sobre o trabalho realizado e tendo em conta a experiência vivida durante o estágio, consideramos importante construir e usar os MRD em função do trabalho desenvolvido pelos alunos, valorizando a construção dos novos conceitos a partir da exploração e das descobertas feitas por estes, utilizando as conexões entre diferentes temas matemáticos.

Gostaríamos de salientar o privilégio de se ter tido a possibilidade, durante a Prática de Ensino Supervisionada, de lecionar a alunos com dificuldades educativas

especiais, pois são alunos que requerem uma atenção permanente, mas que têm muito para nos ensinar e dar.

Seria interessante realizar e aplicar dois questionários. Numa primeira fase os alunos responderiam ao primeiro questionário após a aprendizagem de novos conceitos sem dispor de qualquer Meio e Recurso Didático e numa segunda fase, utilizando um MRD, responderiam ao outro questionário, por forma a concluir se o uso do MRD pode influenciar na aquisição e solidificação de novos conceitos.

Como não houve oportunidade de fazer um estudo de caso e aplicar questionários aos alunos depois de utilizados os MRD, foi possível recolher dados que nos permitem refletir sobre a prática de ensino sem contudo podermos generalizar as conclusões. As conclusões mais importantes que se podem tirar são resultado do *feedback* transmitido pelos alunos, valorizando as estratégias e os recursos de ensino. Esta conclusão resulta das inúmeras intervenções dos alunos, reforçando a facilidade sentida na compreensão dos conceitos, afirmações como estas “...agora percebi...” ou “...assim consigo perceber...”, aconteciam com regularidade no final destas atividades onde foram usados MRD.

O grande objetivo dos professores é que os seus alunos compreendam todos os novos conceitos de uma forma aprofundada, conseguindo relacionar entre si os conteúdos, sem recorrerem à memorização, pois memorizar não é a melhor forma de promover a aprendizagem.

O professor deverá ter a sensibilidade de perceber as diferenças individuais de aprendizagem de cada aluno e a necessidade de utilização dos MRD varia de indivíduo para indivíduo, pois alguns alunos conseguem passar rapidamente para representações figurativas de conceitos, enquanto outros precisam de mais tempo.

A formação contínua ao longo da vida é extremamente importante para o desempenho de qualquer pessoa, mas muito mais para um professor que terá que estar em constante atualização, quer de conhecimentos e dos programas adotados pelo Ministério da Educação, mas também relativamente às metodologias, estratégias, meios e recursos para melhor responder à diversidade de alunos, que têm vivências e realidades diferentes, tendo cada professor de adaptar-se a cada turma e a cada aluno com o objetivo de melhorar a qualidade do seu processo ensino-aprendizagem.

Os Meios e Recursos Didáticos devem estar sempre disponíveis para que os alunos recorram a eles, sempre que necessário, e disponham de tempo suficiente para manuseá-los, utilizando-os em diversas situações, não só na introdução de conceitos novos como também no desenvolvimento de ideias matemáticas.

Se a utilização de MRD promover e contribuir para uma aprendizagem mais motivadora e sólida, todos os professores deveriam fazer o esforço de os utilizar ou criar na falta destes. Contudo, como já referimos é fundamental que os professores estejam conscientes de que nenhum MRD por si só é garantia de sucesso no processo de ensino-aprendizagem.

O professor deverá atuar como um mediador na construção do conhecimento matemático, orientando o aluno a realizar uma ação reflexiva sobre o seu objeto de estudo durante a atividade experimental.

Após este estudo, importa destacar as dificuldades sentidas em encontrar um quadro mais alargado de referências bibliográficas dos materiais manipuláveis.

Para finalizar e depois de tudo o que foi exposto, pode-se concluir que a utilização de Meios e Recursos Didáticos pode influenciar fortemente na aprendizagem dos alunos, contudo, mais importante que a utilização de MRD, será a orientação do professor, por isso, este terá que compreender como trabalhar o uso dos MRD de forma correta, para tornar a aprendizagem dos alunos mais significativa e cativante. A paixão pelo ensino deverá animar o professor nas ações educativas, mobilizando a vontade de aprender dos alunos, contribuindo para a construção de ambientes positivos e ativos de aprendizagem.

Bibliografia

- Abrantes, P., Serrazina, L., Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Departamento de Educação Básica do Ministério da Educação.
- Albuquerque, C., Veloso, E., Rocha, I., Santos, L., Serrazina, L., Nápoles, S. (2008). *A Matemática na Formação Inicial de Professores*. Lisboa: Gabinete de Edição da APM.
- Alsina, À. (2004). *Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos*. Porto: Porto Editora.
- Araújo, F. (2006). Geoplano. In P. Palhares & A. Gomes. *Mat 1C – Desafios para um novo rumo. Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1º Ciclo do Ensino Básico*. Braga: IEC – UM. (pp. 246-251).
- Araújo, J. B., Chadwick, C. B. (1988). *Tecnología Educacional, Teorías de la Instrucción*. Barcelona: Paidós.
- Bernardo, J. (1993). *Técnicas y Recursos para el Desarrollo de las Clases*. Madrid: Rialp.
- Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, H., Oliveira, P. (2011). *Geometria e Medida no Ensino Básico*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Brun, J. (2000). *Didática das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Cebolo, V., Araújo, F., Cadeia, C. (2006). Matemática com Origami. In P. Palhares & A. Gomes. *Mat 1C – Desafios para um novo rumo. Programa de*

Formação Contínua em Matemática para Professores do 1º Ciclo do Ensino Básico. Braga: IEC – UM (pp.129-138).

- Coriat, M. (2001). *Materiales Didácticos y Recursos*. In E. Castro (Editor). *Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria*. Madrid: Editorial Síntesis (pp.61-81).
- Colom, A., Sureda, J., Salinas, J. (1988). *Tecnología y Medios Educativos*. Madrid: Cincel.
- Lopes, J., & Silva, H. S. (2010). *O Professor faz a Diferença*. Lisboa: Lidel.
- Matos, J. M. & Gordo, M. F. (1993). Visualização Espacial: Algumas Actividades. *Educação e Matemática*, 26, 13-17.
- Matos, J., & Serrazina, L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ministério da Educação (1990). *Programa do 1º Ciclo do ensino básico*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (1997). *Matemática – Programas 10º, 11º, 12.º Ano*. Departamento do Ensino Secundário. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- NCTM (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática. (tradução para a língua portuguesa, Doroty Geddes, com Juliana Bove et al. (1989). *Geometry in the Middle Grades*. Virginia: Association Drive.
- NCTM (2001). *Geometria dos 2º e 3º Ciclo. Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar. Coleção de Adendas. Anos de*

Escolaridade 5-8. Lisboa: Associação de Professores de Matemática. (tradução para a língua portuguesa, Doroty Geddes, com Juliana Bove et al. (1992). *Geometry in the Middle Grades*. Virginia: Association Drive.

- Oliveira, M. (2006). As Barras Cuisenaire – Um Material Polivalente. In P. Palhares & A. Gomes. *Mat 1C – Desafios para um novo rumo*. Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1º Ciclo do Ensino Básico. Braga: IEC – UM (pp.166-178).
- Pérez, J.C. (1988). *Numeros Decimales. Porque? Para que?*. Madrid: Editorial Sintesis.
- Ponte, J. P., Canavarro, A. P. (1997). *Matemática e Novas Tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P., Serrazina, M. (2000). *Didática da Matemática do 1º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P. (2004). Problemas y investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. In J. Giménez, J. P., Ponte, & L., Santos (coords), *La actividad matemática en el aula*. Barcelona: Graó (pp. 25-34).
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM (pp.11-34).
- Ponte, J. P., Boavida, A., Graça, M., Abrantes, P. (1997). *Didática. Brochura de Matemática para o Ensino Secundário*. Lisboa: Ministério da Educação e Departamento do Ensino Secundário.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. G., Oliveira, P. A. (2007). *Programa de*

Matemática do Ensino Básico. Lisboa: Direção Geral de Inovação e do Desenvolvimento Curricular do Ministério da Educação.

- Rivas, M. R. (2002). *Novas Técnoloxías Aplicadas á Educación: Aspectos Técnicos e Didáticos*. Vigo: Servicio de Publicacións da Universidade de Vigo.
- Sabucedo, A. C., Prieto, E. D., Ruiz, M. I. D., Forneiro, L. I., Abellás, A. P., Rivas, M. R., Gorgoso, M. C. S. (2002). *Uso dos medios e recursos tecnolóxicos nos centros do Concello de Orense*. Santiago: Tórculo Artes Gráficas, S. A.
- Serrazina, L., Matos, J. M. (1988). *O Geoplano na Sala de Aula*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Silva, J., Fonseca, M., Martins, A., Fonseca, C., Lopes, I. (2001a). *Programa de Matemática A – 10º Ano*. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento do Ensino Secundário.
- Silva, J., Fonseca, M., Martins, A., Fonseca, C., Lopes, I. (2002a). *Programa de Matemática A – 11º Ano*. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento do Ensino Secundário.
- Silva, J., Fonseca, M., Martins, A., Fonseca, C., Lopes, I. (2002c). *Programa de Matemática A – 12º Ano*. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento do Ensino Secundário.
- Sousa, F. (2006). Blocos Padrão. In P. Palhares & A. Gomes. *Mat 1C – Desafios para um novo rumo*. Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1º Ciclo do Ensino Básico. Braga: IEC – UM (pp.179-199).
- Veloso, E. (1998). *Geometria – Temas Actuais – Materiais para Professores*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

- Veloso, E., Bastos, R., Figueiras, S. (2009). Isometrias e Simetrias com Materiais Manipuláveis. *Educação e Matemática*, 101, 23-28.
- Vieira, L. (2006). Tangram. In P. Palhares & A. Gomes. *Mat 1C – Desafios para um novo rumo. Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1º Ciclo do Ensino Básico*. Braga: IEC – UM (pp.216-223).

WebBibliografia

- Bravo Ramos, J. L. (s.d.). Los Medios de Enseñanza: Clasificación, Selección y Aplicación. Universidade Politécnica de Madrid. <http://www.sav.us.es/pixelbit/pixelbit/articulos/n24/n24art/art2409.htm>. [Online; Acedido em 20 de Junho de 2013 às 15h20].
- CIAEM (2011). A utilização de Espelhos no Ensino de Geometria. <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/files/conferences/1/schedConfs/1/papers/1961/submission/review/1961-5099-1-RV.pdf>. [Online; Acedido em 14 de Junho de 2013 às 23h24].
- Ferreira, S. (2007). Os recursos didáticos no processo de ensino-aprendizagem – Estudo de caso da Escola Secundária Cónego Jacinto. <http://bdigital.cv.unipiaget.org:8080/jspui/bitstream/10964/142/1/Sheila%20Ferreira.pdf>. [Online; Acedido em 8 de Junho de 2013 às 15h32].
- Freitas, R. & Paiva, M. (2006). Multibase – Um novo Ambiente Virtual para apoiar a Aprendizagem da Matemática. <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/SIPEMAT06/artigos/freitaspaiva.pdf>. [Online; Acedido em 14 de Junho de 2013 às 23h24].
- IEFP (1997). Referencial de Formação Pedagógica Contínua de Formadores/as – Exploração Pedagógica de Recursos Didáticos do Audiovisual ao Multimédia. http://www.iefp.pt/formacao/formadores/formacao/ReferenciaisFormadores/FormacaoContinua/Documents/2094_MIOLO_1_48_K.pdf. [Online; Acedido em 30 de Maio de 2013 às 10h00].
- Herrero, I. M. (2004). La Utilización de Medios Y Recursos Didáticos en el Aula. Departamento de Didáctica y Organización de Madrid. <http://pendientedemigracion.ucm.es/info/doe/profe/isidro/merecur.pdf>. [Online; Acedido em 20 de Junho de 2013 às 9h42].

- Graells, P. M. (2011). Los Medios Didácticos. <http://peremarques.pangea.org/medios2.htm>. [Online; Acedido em 20 de Junho de 2013 às 9h18].

- Vale, I. (1999). Materiais manipuláveis na sala de aula: o que se diz, o que se faz. http://academia.edu/1493722/Materiais_manipulaveis_na_sala_de_aula_o_que_se_diz_o_que_se_faz. [Online; Acedido em 8 de Junho de 2013 às 15h10].

ANEXOS

ANEXO 1



GOVERNO DE
PORTUGAL

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
E CIÊNCIA

402874 - Escola S/3 S. Pedro – Vila Real



PLANO DE AULA

Matemática - 9.º Ano Turma: C

Tópico: Conceito Frequencista de Probabilidade

Data: 28 de setembro de 2012

Tempo de aula: 90 minutos

SUMÁRIO

Conceito frequencista de probabilidade.

Resolução de tarefas em grupo.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Utilizar as tabelas de frequência relativa para explorar a regularidade a longo termo em situações aleatórias.
- Estimar a probabilidade de um acontecimento usando a frequência relativa.
- Explorar uma experiência com acontecimentos não equiprováveis.
- Compreender e usar a frequência relativa como aproximação da probabilidade.

CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ALUNOS

- Organizar informação em tabelas e gráficos.
- Calcular percentagens.
- Noção de frequência relativa, cálculo da frequência relativa e experiência aleatória.

APRENDIZAGENS VISADAS

- Compreender e usar a frequência relativa para estimar a probabilidade; noção de probabilidade empírica (ou frequentista).

CAPACIDADES TRANSVERSAIS

- Raciocínio matemático;
- Comunicação matemática.

DESENVOLVIMENTO DA AULA

- Escrever e ditar o sumário.
- Questionar os alunos acerca dos seus conhecimentos prévios sobre probabilidades.
- Realização da **ficha de trabalho n.º1**, que permite utilizar as tarefas de frequências relativas para explorar a regularidade a longo termo em situações aleatórias e estimar a probabilidade de um acontecimento usando a frequência relativa.
- Os alunos realizarão as **tarefa 1** a pares – um lança a moeda e o outro escreve os resultados. Sugere-se que se registem os resultados no quadro, para que todos os passem para o caderno. Os resultados obtidos serão representados através de um gráfico de linhas, considerando no eixo horizontal o número de lançamentos da moeda e no eixo vertical a frequência relativa do resultado “face europeia”. Observa-se que, à medida que o número de lançamentos da moeda aumenta, as frequências relativas vão-se aproximando de um valor (interpretação frequentista da probabilidade), que neste caso sabemos ser 0,5 (interpretação clássica ou laplaciana).
Apresentação das resoluções dos pares e síntese das ideias apresentadas.
- Resolução da **tarefa 2** que permite explorar uma experiência com acontecimentos não equiprováveis e compreender e usar a frequência relativa como aproximação da probabilidade. A organização dos alunos para a implementação desta tarefa é semelhante à já introduzida com a tarefa 1 desta ficha de trabalho.
Apresentação das resoluções dos pares e síntese das ideias apresentadas.
- Marcação do trabalho de casa.

TRABALHO DE CASA

- Resolução dos exercícios do *Aplico o que aprendi* (pág. 16).

RECURSOS

Quadro, canetas, apagador, papel, lápis, manual adotado, ficha de trabalho, calculadoras, moedas de um euro, dez bolas coloridas (sete de uma cor e três de cor diferente).

AVALIAÇÃO DOS ALUNOS

Observação e análise da participação e empenho dos alunos nas tarefas propostas.

Apreciação da contribuição das atividades e comportamento dos alunos para o desenvolvimento das tarefas e na promoção da comunicação matemática.

ANEXO 2



GOVERNO DE
PORTUGAL

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
E CIÊNCIA

402874 - Escola S/3 S. Pedro – Vila Real



TRABALHO DE GRUPO N.º 1

Matemática - 9.º Ano Turma: C

Tópico: Conceito Frequencista de Probabilidade

Data: 28 de setembro de 2012

Tarefa 1 – Lançamentos sucessivos de uma moeda

1. Imagina que tens na mão uma moeda de um euro.

1.1. Se lançares a moeda ao ar, achas que vai sair face nacional ou face euro?

1.2. Lança uma moeda de um euro 50 vezes e regista o resultado da tua experiência anterior na tabela de frequências abaixo.



Face virada para cima	Nº de vezes	Frequência Relativa	Frequência relativa (%)
EURO			
Nacional			

1.3. Desenha o gráfico de barras correspondente.

1.4. Será que podemos afirmar que as moedas são equilibradas? Justifica a tua resposta.

Tarefa 2 – Extrações sucessivas de uma bola de um saco com dez bolas de duas cores

1. Retira uma bola de um saco com 7 bolas _____ e 3
bolas _____.

1.1. Retira uma bola do saco, regista a cor e coloca-a novamente no saco.

Repete a experiência 100 vezes e regista no quadro da tua experiência.



Bola retirada	Nº de vezes	Frequência Relativa	Frequência relativa (%)
Bola cor _____			
Bola cor _____			

1.2. Qual das cores te parece ser mais provável sair.

1.3. Desenha o gráfico que representa a relação entre o número de extrações de uma das bolas e a frequência relativa correspondente.

Conclusão:

ANEXO 3



GOVERNO DE
PORTUGAL

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
E CIÊNCIA

402874 - Escola S/3 S. Pedro – Vila Real



Ficha de Trabalho – Secções no Cubo

Matemática - 10.º Ano

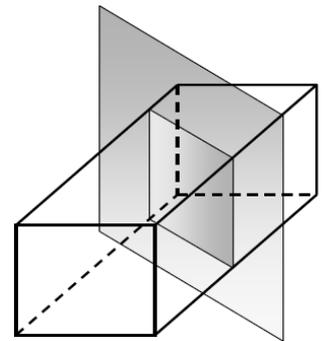
Nome: _____ N.º _____ Turma _____ Outubro 2012

PARTE I – INFORMAÇÃO

Quando intersectamos um sólido por um plano no espaço, chamamos **secção (ou corte)** à figura produzida pela intersecção do plano nas faces do sólido.

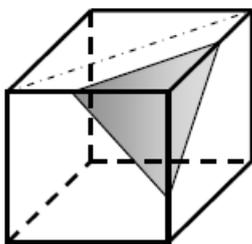
Para determinar as secções produzidas por cada plano deve ter-se em conta que:

- Dois pontos definem uma reta.
- Dois planos concorrentes intersectam-se segundo uma reta.
- Um plano intersecta dois planos paralelos segundo duas retas paralelas.



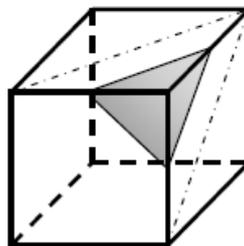
SECÇÕES NUM CUBO:

1. O plano intersecta apenas três faces do cubo – Triângulo



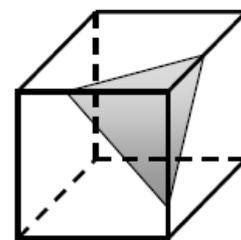
Triângulo Isósceles:

O plano é paralelo a uma diagonal facial do cubo.



Triângulo Equilátero:

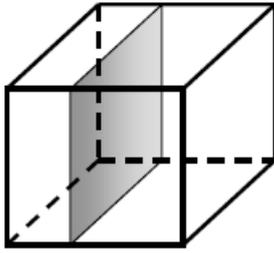
O plano é paralelo a duas diagonais faciais do cubo.



Triângulo Escaleno:

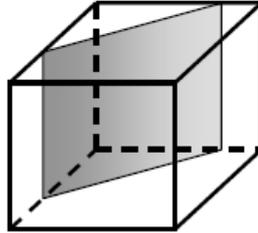
O plano não é paralelo a qualquer diagonal facial do cubo.

2. O plano intersecta apenas quatro faces do cubo – Quadrilátero



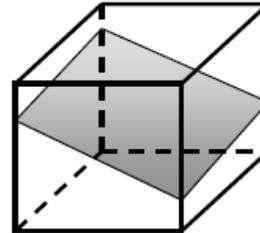
Quadrado:

O plano é paralelo a uma face do cubo.



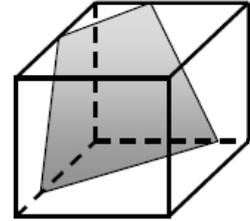
Retângulo:

O plano é paralelo a uma aresta do cubo.



Paralelogramo:

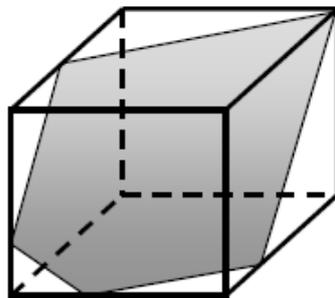
O plano intersecta quatro faces do cubo, paralelas duas a duas.



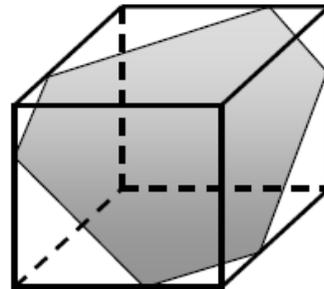
Trapézio:

O plano intersecta quatro faces do cubo, das quais duas são paralelas.

3. O plano intersecta apenas cinco faces do cubo – Pentágono

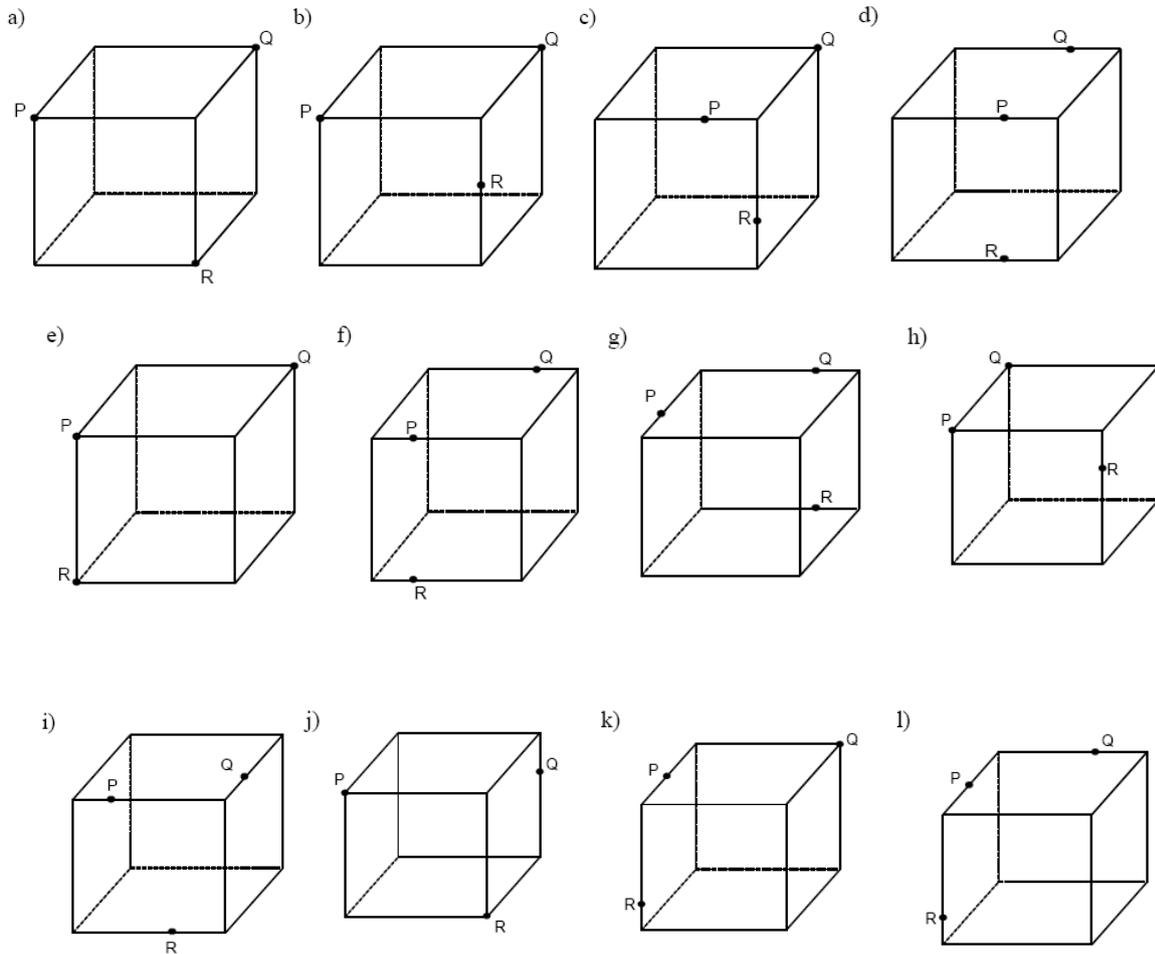


4. O plano intersecta seis faces do cubo – Hexágono



PARTE II – EXERCÍCIOS

1. Desenha sobre cada um dos cubos representados, a secção obtida pelo plano PQR e, em seguida, classifica-a:



2. Considere o cubo [ABCDEFGH], representado a seguir, de aresta 10 cm.

2.1. Indique a posição relativa:

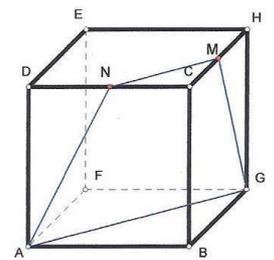
2.1.1. das rectas FE e BE;

2.1.2. da recta GC, em relação ao plano AHE;

2.1.3. das rectas EF e DC;

2.1.4. da recta ED e do plano MCN;

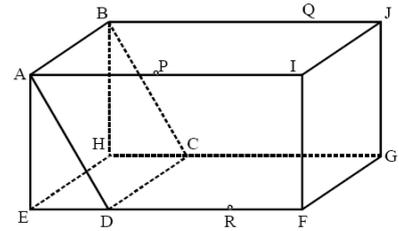
2.1.5. dos planos EHG e GMN.



2.2. Sendo M o ponto médio da aresta [CH] e N o ponto médio da aresta [DC], mostre que a secção obtida é um trapézio isósceles;

2.3. Determine o valor, aproximado às décimas, do perímetro e da área da secção.

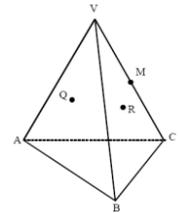
3. A figura representa um paralelepípedo retângulo seccionado pelo plano ABC, que o separou em dois sólidos diferentes. $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{EF} = 3\overline{ED}$ e $\overline{EA} = 2\overline{ED}$. O volume do sólido menor resultante da divisão é de 49cm^3 .



Determina:

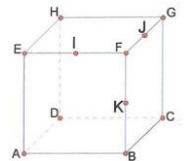
- 3.1. \overline{ED} ;
- 3.2. O volume do sólido maior obtido no corte;
- 3.3. A área da secção obtida pelo plano ABC;
- 3.4. Desenha a secção obtida no paralelepípedo pelo plano PQR.

4. Considera a pirâmide triangular representada na figura. Desenha a secção obtida pelo plano:

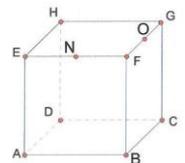


- 4.1. ABM;
- 4.2. paralelo a ABM e que contém o ponto médio de [VA];
- 4.3. definido pelos pontos M, Q e R, sabendo que $QE \in \Delta[AVB]$ e $RE \in \Delta[BCV]$.

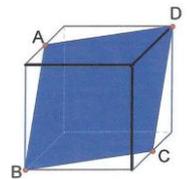
5. I, J e K são os pontos médios das arestas [EF], [FG] e [FB]. Sabe-se que o volume do cubo é de 72cm^3 . Identifique a secção produzida no cubo pelo plano IJK e calcule o valor exato do perímetro dessa secção. ($P = 3\sqrt[6]{648}\text{ cm}$)



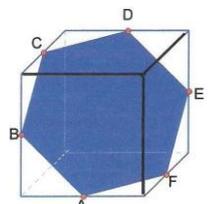
6. N e O são os pontos médios das arestas [EF], [FG]. Sabe-se que o volume do cubo é de 64 cm^3 . Calcule o valor exato do perímetro e da área da secção produzida no cubo pelo plano NOB. ($P = (4\sqrt{5} + 2\sqrt{2})\text{ cm}$ e $A = 6\text{ cm}^2$)



7. A e C são os pontos médios das arestas onde estes pontos estão contidos e B e D são vértices do cubo. Sabe-se que o volume do cubo é de 48cm^3 . Que designação tem o polígono produzido pela secção no cubo pelo plano ABC. Calcule o valor exato do seu perímetro. ($P = 4\sqrt[6]{6^2 * 5^3}\text{ cm}$)



8. A, B, C, D, E, e F são os pontos médios das arestas onde estes pontos estão contidos. Sabe-se que a área da secção produzida pelo plano mostrado na figura é de $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$. Calcule o perímetro da secção e o volume do cubo. ($P = 12\sqrt{3}\text{ cm}$ e $V = 48\sqrt{6}\text{ cm}^3$)



Bom Trabalho!

ANEXO 4



GOVERNO DE PORTUGAL

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

402874 - Escola S/3 S. Pedro – Vila Real



Ficha de Trabalho – Coordenadas no Espaço

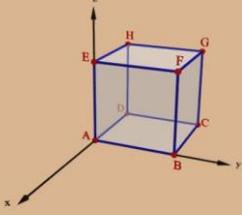
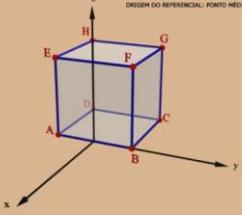
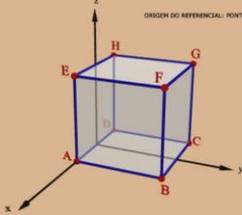
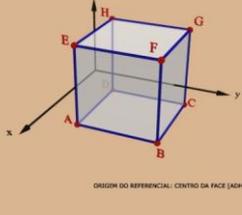
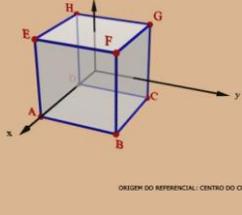
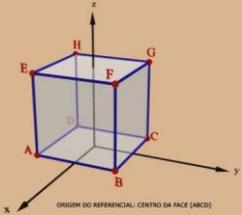
Matemática - 10.º Ano

Nome: _____ N.º _____ Turma _____ novembro 2012

Nas figuras estão representadas, em referencial tridimensional o.n., cubos de aresta 6 cm.

Considere a unidade do referencial 1 cm.

Indique em cada caso as coordenadas dos vértices.

	
<p>ORIGEM DO REFERENCIAL: PONTO MÉDIO DE [AB]</p> 	
<p>ORIGEM DO REFERENCIAL: PONTO MÉDIO DE [AC]</p> 	
<p>ORIGEM DO REFERENCIAL: CENTRO DA FACE [ADHE]</p> 	
<p>ORIGEM DO REFERENCIAL: CENTRO DO CUBO</p> 	
<p>ORIGEM DO REFERENCIAL: CENTRO DA FACE [ABCD]</p> 	

BOM TRABALHO!

ANEXO 5



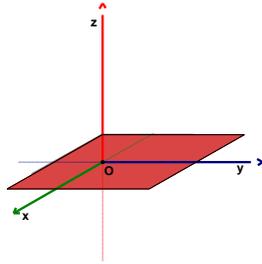
GOVERNO DE
PORTUGAL

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
E CIÊNCIA

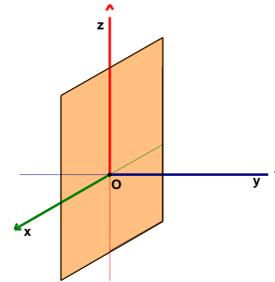
402874 - Escola S/3 S. Pedro – Vila Real



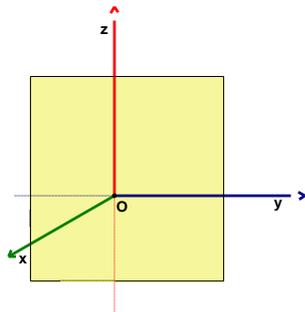
Ficha de Trabalho – Planos Coordenados no Espaço



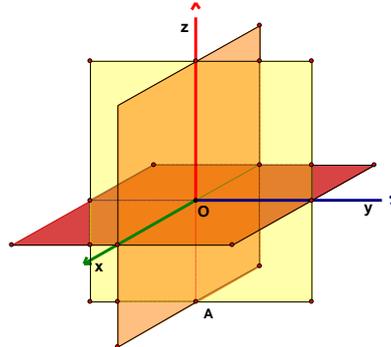
O plano _____ é constituído por todos os pontos de cota zero. É definido pela condição _____.



O plano _____ é constituído por todos os pontos de ordenada zero. É definido pela condição _____.

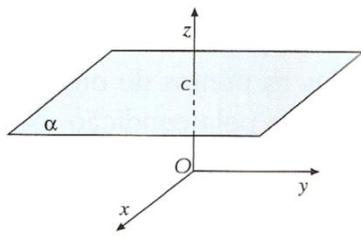


O plano _____ é constituído por todos os pontos de abcissa zero. É definido pela condição _____.

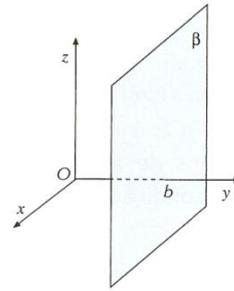


Os três planos coordenados dividem o espaço em oito regiões designadas por **Octantes**, sendo o primeiro formado pelos pontos que têm as três coordenadas positivas.

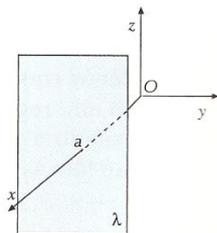
PLANOS PARALELOS AOS PLANOS COORDENADOS



Se um plano α é paralelo ao plano $x0y$, então todos os pontos de α têm a mesma _____. O plano α é definido por uma condição do tipo _____.



Se um plano β é paralelo ao plano $x0z$, então todos os pontos de β têm a mesma _____. O plano β é definido por uma condição do tipo _____.



Se um plano λ é paralelo ao plano $y0z$, então todos os pontos de λ têm a mesma _____. O plano λ é definido por uma condição do tipo _____.

ANEXO 6



GOVERNO DE PORTUGAL

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
E CIÊNCIA

402874 - Escola S/3 S. Pedro – Vila Real



Simetrias no Espaço

<p>P' é simétrico de P em relação ao plano xOy. $P(x, y, z) \rightarrow P'(x, y, -z)$</p>	
<p>P' é simétrico de P em relação ao plano xOz. $P(x, y, z) \rightarrow P'(x, -y, z)$</p>	
<p>P' é simétrico de P em relação ao plano yOz. $P(x, y, z) \rightarrow P'(-x, y, z)$</p>	
<p>P' é simétrico de P em relação ao eixo Ox. $P(x, y, z) \rightarrow P'(x, -y, -z)$</p>	
<p>P' é simétrico de P em relação ao eixo Oy. $P(x, y, z) \rightarrow P'(-x, y, -z)$</p>	
<p>P' é simétrico de P em relação ao eixo Oz. $P(x, y, z) \rightarrow P'(-x, -y, z)$</p>	
<p>P' é simétrico de P em relação ao ponto O. $P(x, y, z) \rightarrow P'(-x, -y, -z)$</p>	

ANEXO 7



GOVERNO DE
PORTUGAL

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
E CIÊNCIA

402874 - Escola S/3 S. Pedro – Vila Real



Ficha de Trabalho – Lugares Geométricos

Matemática - 10.º Ano

Nome: _____ N.º _____ Turma _____ Janeiro 2013

Lugar geométrico é o conjunto formado por todos os pontos que verificam uma determinada condição.

A figura representa um mapa de um jardim zoológico onde estão assinalados os locais de residência de alguns animais. O jardim zoológico vai receber um casal de coalas.

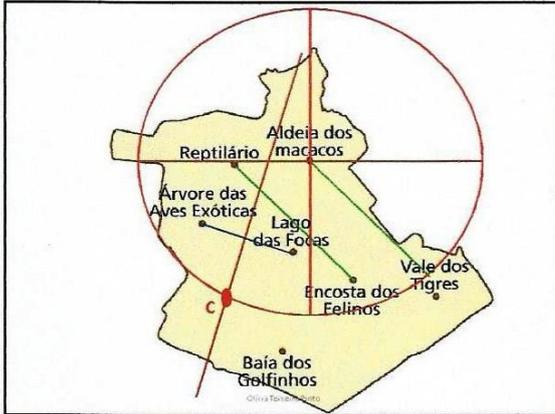


O local de residência dos coalas, no jardim zoológico, verifica as duas condições seguintes:

- Fica à mesma distância da Árvore das Aves Exóticas e do Lago das Focas;
- A sua distância à Aldeia dos Macacos é igual à distância entre o Reptilário e a Encosta dos Felinos.

Desenha uma construção geométrica que te permita assinalar o ponto correspondente ao local de residência dos coalas. Assinala esse ponto com a letra C.

Não apagues as linhas auxiliares.



Conclusões:

- **Mediatriz de um segmento de reta [AB]** é o conjunto de pontos do plano que são equidistantes de A e de B.


 $\overline{AP} = \overline{BP}$



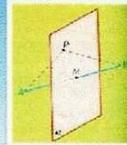
Exemplo:

- Escreve a equação da mediatriz de [AB], sabendo que as coordenadas dos pontos A e B são respetivamente (1,3) e (1,-5).

Olivia Teixeira Pinto

Plano Mediador de um segmento de reta

- O **plano mediador de [AB]** é o conjunto de pontos do espaço equidistantes de A e de B.


 $\overline{AP} = \overline{BP}$

- α - plano mediador de [AB]
- P - ponto do espaço que pertence ao plano α se e só se $\overline{AP} = \overline{BP}$

Olivia Teixeira Pinto

ANEXO 9



GOVERNO DE
PORTUGAL

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
E CIÊNCIA

402874 - Escola S/3 S. Pedro – Vila Real



Ficha de Trabalho – Geometria no plano e no espaço

Matemática - 10.º Ano

Nome: _____ N.º _____ Turma _____ Janeiro 2013

1. Considera, num referencial O, n , os pontos: $A(1,2)$, $B(-2,2)$, $C(3,-3)$, $D(4,2)$,

$$E\left(\frac{3}{2}, -5\right)$$

- 1.1. Indica as coordenadas do simétrico de E em relação:

- 1.1.1. à origem do referencial.
- 1.1.2. ao eixo dos xx
- 1.1.3. ao eixo dos yy
- 1.1.4. à bissetriz dos quadrantes ímpares
- 1.1.5. à bissetriz dos quadrantes pares.

- 1.2. Determina a distância entre os pontos A e E.

- 1.3. Determina as coordenadas do ponto médio de [AC].

- 1.4. Escreve a equação da circunferência:

- 1.4.1. de centro C e que passa por B
- 1.4.2. de centro em A e tangente à reta de equação $x = -2$.
- 1.4.3. De diâmetro [BD].

- 1.5. Mostra que a seguinte condição $x^2 + y^2 + 4x - 4y - 1 = 0$ define a circunferência de centro B e raio \overline{AD}

- 1.6. Seja $M(m_1, m_2)$ o ponto médio de [ZW], sendo $W(w_1, w_2)$. Determina as coordenadas de ponto Z.

2. Considera os pontos: $A(3,4,-2)$, $B(-1,2,-3)$, $C(k,2-k, 2k+1)$, $D(5,-3k,k+1)$, $E\left(1,-6,\frac{5}{2}\right)$.

- 2.1. Determine os pontos simétricos de A e B em relação aos eixos coordenados, aos planos coordenados e à origem. Determine \overline{AB} .

- 2.2. Determine o valor de k de modo que:

2.2.1. $\overline{AB} = \sqrt{113}$;

2.2.2. $\overline{BD} = \sqrt{153}$;

2.2.3. $\overline{CD} = \sqrt{271}$;

2.2.4. o triângulo [ABC] seja retângulo em B;

2.2.5. o triângulo [CBD] seja retângulo em C.

2.3. Determine as coordenadas do ponto médio de [AB] e de [CD].

2.4. Calcule o valor de k de modo que:

2.4.1. A ordenada do ponto médio de [BD] seja 7, e determine as coordenadas desse ponto;

2.4.2. A abscissa do ponto médio de [CD] seja $\sqrt{3}$ e determine as coordenadas desse ponto e de C e D.

2.5. Defina o conjunto de pontos cuja distância ao ponto B é $3\sqrt{2}$.

2.6. Escreva a equação da superfície esférica que:

2.6.1. passa pela origem e tem centro em A;

2.6.2. tem diâmetro \overline{AB} ;

2.6.3. tem centro em B e é tangente ao plano xOy.

2.7. Identifique a interseção de superfície esférica de **2.7.1.** com os planos:

2.7.1. $x = 1$;

2.7.2. $y = 7$;

2.7.3. $z = 3$.

2.8. Das equações seguintes, diga quais representam superfícies esféricas, indicando se possível, as coordenadas do centro e o raio:

2.8.1. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 12 = 0$;

2.8.2. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 50 = 0$;

2.8.3. $x^2 + y^2 + z^2 + 10x - 8y + 12z + 77 = 0$;

2.8.4. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 5y + 9z - 13 = 0$;

2.8.5. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 8x - 2y + 6z - 19 = 0$;

2.9. Prova que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 12y - 5z + \frac{89}{4} \leq 0$ é a equação de esfera de centro E e raio

\overline{AB} ;

2.10. Defina o conjunto de pontos do espaço equidistantes aos pontos A e B;

2.11. Escreva a equação do plano mediador de [BE];

- 2.12. Considerando as últimas duas alíneas, determina as coordenadas dos pontos de interseção de cada um dos planos com os eixos coordenados;
- 2.13. Considerando os pontos $P(t,5,0)$ e $Q(2,3,t)$, determina o valor de t de modo que a equação do plano mediador de $[PQ]$ seja $2x - 2y + 6 = 0$.

ANEXO 10

Matemática - 9.º Ano

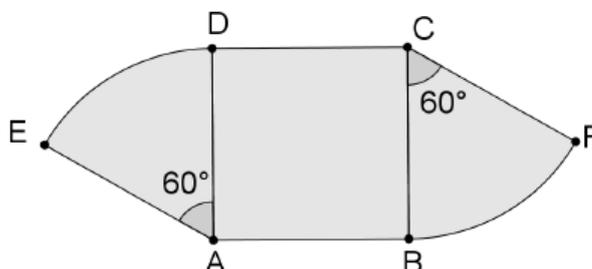
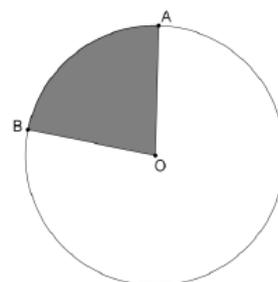
2012/2013

Tópico: Circunferência

Tarefa - Ângulos e arcos.

Os ângulos que têm o vértice no centro de uma circunferência chamam-se **ângulos ao centro**.

- Usando o compasso traça duas circunferências com raios diferentes.
 - Em cada uma delas traça ângulos ao centro com 60° de amplitude.
 - Marca os arcos correspondentes a esses ângulos. Têm o mesmo comprimento?
 - Qual o comprimento de cada uma das circunferências?
 - Como sabemos uma circunferência corresponde a um arco de 360° , calcula a amplitude, em graus, de cada um dos arcos marcados na alínea 1.2..
- Constrói uma figura que tenha 3 arcos com a mesma amplitude, mas que não sejam geometricamente iguais.
- Comenta as seguintes frases:
 - A amplitude de um ângulo ao centro é igual à amplitude do arco correspondente.
 - A ângulos ao centro geometricamente iguais correspondem arcos também geometricamente iguais.
- Considera a figura ao lado em que está representada uma circunferência de raio igual a 5cm e um sector circular a sombreado. Sabendo que o ângulo ao centro $\angle AOB$ tem de amplitude 80° :
 - Qual o comprimento do arco AB ?
 - Qual a área do sector circular AOB ?
- Considera a figura em que está representado o quadrado $[ABCD]$ de lado 3cm . Sabendo que ADE e CBF são sectores circulares determina a área e o perímetro desta figura.



6. Na figura seguinte estão representados o trapézio retângulo $[ABCD]$ e o sector circular BFC . Tendo em conta os dados apresentados determina o perímetro e a área da figura.

