Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Escola de Ciências e Tecnologias

Ambiente Computacional Adaptativo e Colaborativo para a Aprendizagem da Geometria

TESE DE DOUTORAMENTO EM DIDÁTICA DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

ESPECIALIDADE DE DIDÁTICA DE MATEMÁTICA

Vanda Alexandre Marques dos Santos

ORIENTADOR: **Professor Doutor Pedro Henrique F. Quaresma de Almeida**

CO-ORIENTADORA: **Professora Doutora Helena Maria Barros de Campos**

CO-ORIENTADOR: **Professor Doutor José Benjamim Ribeiro da Fonseca**

Vila Real, 2016

Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Escola de Ciências e Tecnologias

Ambiente Computacional Adaptativo e Colaborativo para a Aprendizagem da Geometria

TESE DE DOUTORAMENTO EM DIDÁTICA DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

ESPECIALIDADE DE DIDÁTICA DE MATEMÁTICA

Vanda Alexandre Marques dos Santos

ORIENTADOR: **Professor Doutor Pedro Henrique F. Quaresma de Almeida**

CO-ORIENTADORA: **Professora Doutora Helena Maria Barros de Campos**

CO-ORIENTADOR: **Professor Doutor José Benjamim Ribeiro da Fonseca**

COMPOSIÇÃO DO JÚRI:

Professor Doutor Joaquim Bernardino de Oliveira Lopes, Professor Associado com Agregação da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Professora Doutora Ana Maria Reis D'Azevedo Breda, Professora Associada da Universidade de Aveiro

Professor Doutor Jaime Maria Monteiro de Carvalho e Silva, Professor Associado da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Professor Doutor Pedro Henrique e Figueiredo Quaresma de Almeida, Professor Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Professora Doutora Maria Teresa Bixirão Neto, Professora Auxiliar da Universidade de Aveiro

Professora Doutora Ana Paula Florêncio Aires, Professora Auxiliar da Escola de Ciências e Tecnologia da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Professora Doutora Helena Maria Barros de Campos, Professora Auxiliar da Escola de Ciências e Tecnologia da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Vila Real, 2016

Agradecimentos

"O fim da viagem é apenas o começo doutra. É preciso ver o que não foi visto, ver outra vez o que se viu já, ver na primavera o que se vira no verão, ver de dia o que se viu de noite, com sol onde primeiramente a chuva caía, ver a seara verde, o fruto maduro, a pedra que mudou de lugar, a sombra que aqui não estava. É preciso voltar aos passos que foram dados, para os repetir, e para traçar caminhos novos ao lado deles. É preciso recomeçar a viagem. Sempre. O viajante volta já."

(José Saramago, 1994)

Agradeço a todos os que de algum modo contribuíram para que esta investigação se tornasse realidade:

- ao meu orientador, Professor Doutor Pedro Henrique e Figueiredo Quaresma de Almeida, pelo apoio, amizade e disponibilidade incondicional, pelo incentivo e motivação, pelas sugestões e por tudo o que me ensinou com sabedoria ao longo dos anos, até à finalização desta tese;

- à minha orientadora, Professora Doutora Helena Maria Barros de Campos pela constante atitude positiva, motivação, estímulo e disponibilidade para ajudar na produção de dados necessários à tese;

- ao meu orientador, Professor Doutor José Benjamim Ribeiro da Fonseca pelo apoio prestado, motivação e pelos conselhos que soube transmitir;

- à Milena Marić expresso o meu agradecimento pela partilha do seu trabalho e pela colaboração que ajudaram a enriquecer este trabalho;

- ao Seifeddine Bouallegue, que implementou o módulo colaborativo e Juan Morale, que implementou o módulo adaptativo, ambos ao abrigo do *International Association for the Exchange of Students for Technical Experience*–Portugal;

- aos Professores Joaquim Escola, Ana Maria Bastos e Madalena Malva que ajudaram na validação dos questionários Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC);

- aos alunos da professora da Escola Secundária de Viriato de Viseu, Helena France, que fizeram uma primeira validação do questionário TIC dos alunos;

- aos cinco professores do ensino básico e secundário (Vila do Conde, Lousã, Viseu, Fajões e Caldas da Raínha) que realizaram o questionário *Computer System Usability Questionnaire* (CSUQ) para ter uma primeira validação da plataforma;

- aos professores da Escola Secundária D. Afonso Sanches de Vila do Conde, José dos Santos, do Agrupamento de Escolas de Castro de Daire, na Escola de Mões, Susana Ribeiro e aos professores formandos de Vila Real, que deixaram-me conduzir esta investigação com as suas turmas e nas suas práticas letivas;

- aos meus pais e ao meu irmão, pelo incentivo, pelo apoio incondicional nas alturas mais difíceis, mas principalmente pelo carinho e amor que sempre me dispensaram, quer eu esteja por perto ou longe deles;

- ao Nuno, por fazer parte da minha vida e por estar sempre presente para me incentivar, encorajar e apoiar;

- aos meus colegas, “compinchas” e amigos, que de uma forma direta ou indireta me ajudaram neste processo.

RESUMO

Melhorar a formação do pensamento abstrato em geometria dos alunos é um dos principais objetivos do ensino e da aprendizagem da matemática. Neste sentido, pretendemos contribuir para o desenvolvimento do raciocínio geométrico dos alunos, através da conceção e desenvolvimento da plataforma Laboratório de Geometria na Rede (em Inglês, *Web Geometry Laboratory – WGL*), um ambiente de ensino híbrido (presencial e à distância) colaborativo e adaptativo, integrando um sistema de geometria dinâmica, assim como, numa futura versão, um sistema de demonstração automática de teoremas para a geometria. Simultaneamente, desejamos aferir se a utilização desta plataforma se revela um recurso motivador e facilitador dos processos de ensino e de aprendizagem da geometria.

O desenvolvimento da plataforma teve por base uma abordagem de investigação-ação, sustentada por estudos de caso. Pretendeu-se descrever experiências de utilização da plataforma colaborativa que decorreram: em contexto de sala de aula; numa oficina de formação com professores de Matemática, que lecionavam vários níveis de ensino; e em contexto de trabalho de casa. No desenvolvimento destas experiências propuseram-se aos alunos tarefas colaborativas, que foram realizadas em ambiente colaborativo.

Estes estudos efetuaram-se com grupos de alunos, desde o 7.º ano ao 11.º ano do ensino básico e secundário, com o objetivo de analisar a utilização do *WGL*, recorrendo a questionários e a testes para averiguar o nível de raciocínio geométrico e as interações na plataforma.

Globalmente, os resultados observados indicam que a plataforma revelou-se um bom recurso de aprendizagem da geometria, melhorando a interação entre alunos e professores.

Após o desenvolvimento do módulo colaborativo e adaptativo (percurso do aluno) está em processo de conclusão o ambiente adaptativo, permitindo que a plataforma possa fornecer ajuda personalizada aos alunos, assim como, ajudar os professores a encontrar uma estratégia de aprendizagem adequada para cada aluno.

PALAVRAS CHAVE: Ambientes de Aprendizagem Colaborativa, Ambiente de Aprendizagem Adaptativa, Programas de Geometria Dinâmica, Estudo de Casos, Interações na Plataforma.

ABSTRACT

Improving students's geometric reasoning levels is an important goal on teaching and learning of mathematics. Having that in mind, we intend to contribute for the development of geometric reasoning of students, through the conception and development of the *Web Geometry Laboratory* (*WGL*) platform, a collaborative and adaptive blended-learning Web-environment integrating a dynamic geometry system and, in future versions, geometry automated theorem provers. Simultaneously, we want to assess whether the use of this platform reveals a motivating resource and facilitator of the teaching and learning of geometry.

The development of the platform was done through an action research methodology, sustained through case studies. In this text experiences of using the developed collaborative platform are described: during classes; in a workshop with mathematics teachers, who teach several levels of education; and in a homework context. On those contexts, collaborative tasks were proposed to the students, to be done collaboratively.

Those studies were conducted with a group of students, from 7th grade to 11th grade of secondary school. The goal was to analyse the use of *WGL*, using questionnaires and tests, to ascertain the levels of geometric reasoning and the interactions with the platform.

The results observed indicated that this platform is a good resource for learning and teaching of geometry, improving interactions between students and teachers.

After the development of the collaborative module, an adaptive module (students profiles) is being concluded, allowing the platform to provide personalised help to the students and also to help teachers to find an appropriate learning strategy for each student.

KEYWORDS: Collaborative Learning Environments, Adaptive Learning Environments, Dynamic Geometry Systems, Case Studies, Interactions at Platform.

ÍNDICE GERAL

ÍNDICE DE FIGURAS **ix**

ÍNDICE DE TABELAS **xi**

LISTA DE ABREVIATURAS **xiii**

1 INTRODUÇÃO **1**
1.1 Objetivos e Questões 4
1.2 Organização da Tese 6

2 QUADRO TEÓRICO DA INVESTIGAÇÃO **7**
2.1 Aprendizagem da Geometria 7
2.1.1 Geometria Dinâmica 10
2.1.1.1 Programas de Geometria Dinâmica 11
2.2 Aprendizagem Colaborativa – Construtivista 16
2.2.1 Aprendizagem Presencial 19
2.2.2 Aprendizagem Não Presencial – Contexto Trabalho de Casa 19
2.2.3 Ferramentas para a Aprendizagem Colaborativa 20
2.2.4 Ambientes de Aprendizagem Colaborativos 23
2.2.4.1 Tabela Comparativa 25
2.2.5 Ambientes de Aprendizagem Colaborativo com DGS 29
2.3 Aprendizagem Adaptativa – Comportamental 31
2.3.1 Sistemas Tutoriais 32
2.4 Conclusão 36

3 METODOLOGIA **37**
3.1 Investigação Qualitativa 39
3.1.1 Estudo de Caso 40
3.1.2 Investigação-Ação 42
3.1.3 Etnometodologia 45
3.1.4 Análise de Conteúdo/Análise Crítica do Discurso 46
3.2 Investigação Quantitativa 48
3.3 Validade e Fiabilidade 49
3.4 Estudo Desenvolvido 50
3.4.1 Opções Metodológicas Adotadas 50

4 A PLATAFORMA *WGL* **55**
4.1 Desenvolvimento da Plataforma 55
4.1.1 Caraterísticas e Descrição da Plataforma 56
4.1.2 Módulo Colaborativo 60
4.1.2.1 A Sessão Colaborativa 62
4.1.2.2 Sessão Colaborativa – Perspetiva do Professor 63
4.1.3 Módulo Adaptativo 66
4.2 Projeto de Código Aberto *WGL* 67

5 DESCRIÇÃO DOS ESTUDOS **69**
5.1 Estudo sem Módulo Colaborativo 72
5.1.1 Recolha de Dados 73
5.1.2 Análise dos Dados 74
5.1.3 Análise da Utilização da Plataforma 77
5.1.4 Análise dos Resultados 78
5.2 Estudo com Módulo Colaborativo 78
5.2.1 Caraterização da Oficina 79
5.2.2 As Sessões 80
5.2.3 Recolha de Dados 82
5.2.4 Análise dos Dados – Alunos e Professores 83
5.2.5 Análise dos Resultados 89
5.3 Estudo com Módulo Colaborativo e Adaptativo 90
5.3.1 Recolha de Dados 90
5.3.2 Análise dos Dados 91
5.3.3 Análise dos Resultados 96
5.4 Estudo – Contexto Trabalho de Casa 96
5.4.1 Análise dos Resultados 101
5.5 Discussão 101

6 CONCLUSÃO **105**
6.1 Estudos 105
6.1.1 Implicações dos Estudos 106
6.1.2 Considerações Finais 107
6.2 Linha de Investigação a Aprofundar 107

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS **109**

LISTA DE APÊNDICES **119**

ÍNDICE DE FIGURAS

3.1 Metodologias. 51
3.2 Ciclos Investigação-ação – *WGL*. 52

4.1 Criação de uma turma. 58
4.2 Associação entre grupos e alunos. 58
4.3 Relações associativas em grupos colaborativos. 60
4.4 Preparação da tarefa – Teorema de Varignon. 61
4.5 Sessão colaborativa – alteração do estado. 62
4.6 Sessão colaborativa – vista do aluno, bloqueado. 63
4.7 Sessão colaborativa – vista do aluno, desbloqueado. 63
4.8 Sessão colaborativa – vista do professor. 64
4.9 Visualização de uma sessão de trabalho – aluno individual. 67

5.1 Nível 2 (l2) – pós-teste, Nível 2 (n2) – pré-teste. 77
5.2 Grupo H: Interações no *WGL*, sem *chat*. 78
5.3 Grupo 1 da Oficina numa sessão colaborativa (presencial) – perspetiva do professor. 81
5.4 Grupo 4 da Oficina numa sessão colaborativa (não presencial) – perspetiva do professor. 81
5.5 Aula colaborativa – perspetiva do aluno. 82
5.6 Administração de turmas/grupos/alunos pelo professor. 82
5.7 Gestão da sessão colaborativa pelo professor. 83
5.8 Grupo Id 401: Imagens do ambiente colaborativo – perspetiva do professor. . . . 89
5.9 Nível 3 (l3) – pós-teste, Nível 3 (n3) – pré-teste. 94
5.10 Questão número 6. 94
5.11 Questão número 4. 95
5.12 Módulo Adaptativo – perspetiva do professor. 97
5.13 Resultados agregados nos dois testes. 100
5.14 Resultados agregados nos dois testes de alunos selecionados. 101
5.15 A Plataforma *WGL* e os intervenientes. 102

ÍNDICE DE TABELAS

1.1 Presencial *versus* não presencial. 4

2.1 Breve descrição dos níveis de van Hiele. 9
2.2 Comparativo das Plataformas. 25

5.1 Distribuição dos itens do questionário segundo o conteúdo e o contexto. 70
5.2 Distribuição dos itens do questionário segundo o conteúdo e o contexto. 71
5.3 Distribuição dos itens sobre o ambiente colaborativo do questionário TIC segundo o conteúdo e o contexto. 71
5.4 Distribuição dos itens sobre a avaliação do *WGL* segundo o conteúdo e o contexto. 72
5.5 Análise das questões 1.1-1.2; 2.1-2.3;3.1; 4.1-4.2 e 5.1-5.4. 72
5.6 Conhecimentos dos alunos de TIC. 74
5.7 Análise das questões 4.1; 4.2; 5.1 e 8.1–8.6. 75
5.8 Teste de Wilcoxon. 76
5.9 Categorias/Objetivos. 77
5.10 Análise das questões 4.1; 4.2; 5.1 e 8.1–8.6. 86
5.11 Categorias. 87
5.12 Excerto de texto – Categorias, Grupo Id 401. 87
5.13 Excerto de texto– *Chat*, Grupo Id 401. 88
5.14 Análise das questões 4.1; 4.2; 5.1; 8.2–8.6. 92
5.15 Teste de Wilcoxon. 93
5.16 Excerto do texto – *chat*, Grupo Id 484 95
5.17 Excerto do texto – *chat*, Grupo Id 486 95
5.18 Resultados do primeiro teste – antes de usar *WGL*. 98
5.19 Resultados do segundo teste – depois de usar *WGL*. 99
5.20 Parte da entrevista com questões sobre a plataforma *WGL*. 99
5.21 Ano – do semestre anterior. 100

LISTA DE ABREVIATURAS

2D Espaço bidimensional–geometria plana. 14, 15

3D Espaço tridimensional–geometria sólida. 14, 15

AGT *Advanced Geometry Tutor*. 32, 33

CDASSG *Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry*. 70, 76, 86, 93

COLLES *Constructivist On–Line Learning Environment Survey*. 71, 85, 91

CSUQ *Computer System Usability Questionnaire*. ii, 71, 72

DGS *Dynamic Geometry Software*. 3, 6, 7, 11–16, 36, 55, 56, 58–66, 70, 79, 89, 106–108

EADTU *European Association of Distance Teaching Universities*. 28

GATP Demonstrador Automático de Teoremas Geométricos–*Geometry Automated Theorem Prover*. 15, 106–108

IAESTE *International Association for the Exchange of Students for Technical Experience*. 56

IRC *Internet Relay Chat*. 20

KMO Kaise-Meyer-Olkin. 83

LMS *Learning Management System*. 24, 25, 28–30

MOOC *Massive Open Online Courses*. 27, 28

MOODLE *Modular Object Oriented Development Learning Enviroment*. 24, 28, 55

PCMAT *Mathematics Collaborative Learning Platform*. 33, 35

PISA *Programme for International Student Assessment*. 89

SAW Sistema de Aprendizagem pela *Web*. 30

SCORM *Sharable Content Object Reference Model*. 55

STI Sistema de Tutor Inteligente. 32, 35

TI *Texas Instruments*. 14

TIC Tecnologias da Informação e Comunicação. i, ii, 2, 3, 19, 69, 70, 74, 75, 83–85, 89, 91

VMT *Virtual Math Team*. 31

XML *eXtensible Markup Language*. 30

1. INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem da matemática é enriquecido com o uso das tecnologias, sendo que, a tecnologia tem-se tornado essencial na matemática, melhorando o processo de aprendizagem dos alunos (de Villiers, 2004; *National Council of Teachers of Mathematics* [NCTM], 2000). Neste âmbito, a introdução de sistemas computacionais dinâmicos, para a geometria, promove a interação entre a construção e a inferência geométrica, entre o construir no computador e o justificar por meio de argumentos teóricos (Laborde, 2000).

Por outro lado, a geometria, com as possibilidades que abre à intuição e à visualização, é especialmente propícia a um ensino baseado na exploração/resolução de problemas, recorrendo com naturalidade à manipulação de materiais (Abrantes, 1999).

Vários programas de computador têm sido desenvolvidos para ajudar na resolução de problemas matemáticos, nomeadamente os programas de geometria dinâmica, por exemplo: *GeoGebra*, *GeometerSketchpad*, *Cabri* e *Cinderella* (Hohenwarter, 2002; Jackiw, 2001; Laborde, & Strässer, 1990; Richter-Gebert, & Kortenkamp, 1999).

Apesar dos avanços que têm ocorrido, na concepção de ferramentas e aplicações para a aprendizagem assistida por computador, durante os últimos anos, existe necessidade de investigação sobre novas formas de melhorar os processos de ensino e de aprendizagem. A necessidade de novos avanços, neste sentido, é especialmente importante para áreas como a geometria, onde a resolução de problemas constitui uma das principais atividades, permitindo aos alunos aprender e compreender, mais profundamente, o tema em que estão a trabalhar.

A necessidade de desenvolver ferramentas educacionais de ensino para apoiar a aprendizagem da matemática com compreensão é realçado em *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000) e, segundo a *United Nations Educational Scientific and Cultural Organization* (UNESCO, 2011), a educação de qualidade para todos, hoje, não pode ser alcançada sem levar em conta os fatores tecnológicos.

A utilização de computadores, no ensino, representa um apoio tecnológico para a visualização de conceitos abstratos, permitindo a produção de modelos mentais do conceito. Com

programas de computador, os alunos interagem com o material educativo para desenvolverem as competências necessárias para resolver problemas, usando por base a matemática.

O aumento da disponibilidade de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) tem transformado, fundamentalmente, as formas em que acedemos à informação e aos meios pelos quais comunicamos uns com os outros. A prática de utilização das TIC no ensino, também requer a aquisição de novas competências na manipulação do computador. O uso das TIC na educação melhora a eficácia da educação tradicional, aportando uma maior liberdade para desenvolver atividades de aprendizagem em sala de aula, ou à distância, sem limitações de espaço e de tempo. As TIC proporcionam a criação de perfis individuais dos alunos e/ou caminhos de aprendizagem (Lévy, 1999) e facultam o apoio a grupos de alunos para desenvolverem a compreensão da matemática, em atividades colaborativas síncronas e assíncronas.

Habre e Grundmeier (2007) expressam que é importante incorporar as ferramentas disponíveis para ajudar os alunos a adquirirem uma compreensão, mais profunda, dos conceitos matemáticos. A integração das TIC nas salas de aulas de Matemática envolve a interação e o diálogo entre os alunos e entre estes e o professor. Noeth e Volkov (2004) sugeriram que as TIC sejam usadas para criar condições para melhorar a aprendizagem dos conceitos, ou seja, para promover o pensamento crítico, analítico, bem como a resolução de problemas do mundo real. No que respeita à integração das TIC nas escolas, Noeth e Volkov (2004) verificaram que as TIC, quando combinadas com o ensino tradicional, podem aumentar a aprendizagem do aluno no currículo tradicional e nas competências básicas na área. Além de que, produzem um desempenho escolar mais elevado numa variedade de áreas temáticas do que apenas o ensino tradicional e que, os alunos, aprendem mais rapidamente e com maior retenção quando utilizam os computadores.

Com o desenvolvimento das TIC para a aprendizagem da geometria, nomeadamente os programas de geometria dinâmica, os professores e alunos acedem a uma plataforma onde, de forma fácil, podem explorar e resolver problemas.

A tecnologia pode ser utilizada na construção de ambientes colaborativos, adaptativos, capazes de serem usadas dentro e fora da sala de aula, tendo como objetivo reforçar a aprendizagem da geometria.

Programas de Geometria Dinâmica Uma das principais caraterísticas dos programas de geometria dinâmica (*Dynamic Geometry Software* (DGS)) reside no facto de os objetos geométricos livres poderem ser continuamente modificados, movimentando-os com os recursos disponíveis, mantendo-se inalteradas as propriedades geométricas (Gravina, 2001). Como referem Gravina e Santarosa (1998), "as novas tecnologias oferecem instâncias físicas em que a representação passa a ter caráter dinâmico, o que tem reflexos nos processos cognitivos, particularmente no que diz respeito às concretizações mentais." (p. 10). Estas manipulações não são provas formais, pois considera-se somente um conjunto finito e concreto de posições. No entanto, essas ferramentas fornecem uma primeira ligação, não formal, entre as teorias e modelos de geometria (Janičić, & Quaresma, 2007; Ruthven, Hennessy, & Deaney, 2008).

O conceito de visualização adquire, então, grande importância para o ensino da geometria, especialmente quando se utilizam programas de geometria dinâmica. Duval (1998) refere que o pensamento geométrico envolve os processos cognitivos de visualização, de construção e de raciocínio, competências essenciais para a matemática e esses processos cognitivos estão interligados, promovendo o sucesso dos alunos em geometria.

Aprendizagem Presencial/Não Presencial A presença de um professor em sala de aula é muito importante para o processo de ensino. De facto, os professores são mediadores em sala de aula, chamam a atenção dos alunos para alguns temas e questões específicas. Na sala de aula, o professor pode responder a perguntas dos alunos e fazer perguntas que ajudam os alunos a identificar questões problemáticas e facilitar o seu processo de aprendizagem. No entanto, estudos recentes mostram que abordagens combinadas têm sido mais eficazes do que a aprendizagem oferecida inteiramente no modo presencial (Means, Toyama, Murphy, & Baki, 2013; Rogers, Graham, Rasmussen, Campbell, & Ure, 2003). Algumas caraterísticas são distintas nos dois tipos de aprendizagem, como se descrevem na tabela 1.1.

Aprendizagem Colaborativa As comunicações baseadas nas tecnologias TIC, tais como as mensagens textuais, *chat*, são especialmente populares entre os jovens (Lenhart, Arafeh, & Smith, 2008). Existem ambientes TIC que guardam informações das interações para reflexões posteriores. Neste aspecto as TIC oferecem muitas oportunidades para grupos colaborati-

Tabela 1.1: Presencial *versus* não presencial.

Caraterísticas	Presencial	Não Presencial
Local	Fixo	Variável
Horário	Fixo	Preferencial e Flexível
Professor	Mediador	Orientador
Feedback	Síncrono	Assíncrono
Participação	Em sala de aula	Remoto

vos desenvolverem o seu conhecimento da matemática *online*. Por ser novidade trabalhar em ambientes colaborativos, os alunos devem trabalhar ativamente e desenvolver métodos de interação para colaborar em tarefas de resolução de problemas. Quando se trabalha em conceitos de matemática, e se o trabalho colaborativo é bem sucedido, os participantes encontram maneiras de explorar soluções em conjunto.

Estudos sobre ambientes colaborativos suportados por computador (Stahl, Koschmann, & Suthers, 2006) documentam a importância das tecnologias para facilitar a colaboração e criação de conhecimento em ambos os contextos, a síncrona (comunicação que se realiza ao mesmo tempo) e a assíncrona (comunicação que não se realiza ao mesmo tempo). Estes estudos documentam a importância das tecnologias para mediar a aprendizagem através de processos colaborativos (Santos, 2012). Apesar destes estudos, ainda existe uma lacuna relacionada com o papel da tecnologia na mediação da aprendizagem, isto é, são necessários mais trabalhos de investigação sobre a forma como a interação social influencia a aprendizagem, dos alunos, com ferramentas computacionais para a matemática.

1.1 Objetivos e Questões

Apesar dos avanços que têm ocorrido, durante os últimos anos, na concepção de ferramentas e aplicações para a aprendizagem assistida por computador, existe a necessidade de investigação sobre novas formas de melhorar os processos de ensino e de aprendizagem. A necessidade de novos avanços, neste sentido, como já foi referido anteriormente, é especialmente importante na área da geometria.

Neste contexto, a concepção e desenvolvimento da plataforma Laboratório de Geometria na Rede (em Inglês, *Web Geometry Laboratory* (*WGL*)) reveste-se de particular importância.

Esta plataforma promove novas formas de ensinar e de aprender, integrando a tecnologia na produção do conhecimento, favorece situações de interação entre os alunos, o trabalho em grupo, a busca por informações e o diálogo constante, ou seja, providencia um ambiente colaborativo.

Os objetivos desta investigação, além da concepção e desenvolvimento da plataforma *WGL* prendem-se com:

- investigar como os alunos interagem na plataforma, em momentos colaborativos, ao realizarem uma determinada tarefa;
- analisar como é que estes se relacionam com as novas aprendizagens, nomeadamente o desenvolvimento das capacidades de visualização e de raciocínio formal enquanto grupo e individualmente;
- compreender como é que, a partir de conhecimentos geométricos, se desenvolve o raciocínio geométrico (Battista, & Clements, 1995; Schoenfeld, 1992).

Através de estudos de caso, a investigação incide sobre a aprendizagem da geometria pelos alunos, utilizando a plataforma *WGL*. Em particular, o estudo centra-se na seguinte questão de investigação:

> Como é que o auxílio de uma plataforma, como o *WGL*, se revela um bom recurso de aprendizagem, principalmente, como forma de facilitar a interação entre os alunos e o professor?

A questão de investigação está organizada em torno de quatro questões mais específicas, relacionadas com os seguintes temas:

> **Colaborativo** Como é que, num ambiente de aprendizagem, os alunos constroem o seu conhecimento geométrico (resolvem uma tarefa)?
>
> **Geometria** Os alunos têm melhores prestações na área da geometria com a utilização da plataforma colaborativa, em sala de aula?

Adaptativo Quais são os passos que os alunos realizam para concretizarem a sua tarefa e como a plataforma pode ajudar o professor a determinar o nível de raciocínio geométrico de cada aluno?

Trabalho de Casa Os alunos melhoram a sua prestação com o uso da plataforma colaborativa?

1.2 Organização da Tese

Esta Tese está organizada em seis capítulos. No primeiro capítulo, a introdução, contextualiza-se o estudo e apresenta-se o problema, os objetivos e as questões de investigação que nortearam a investigação. No segundo capítulo, apresenta-se o papel das tecnologias na educação matemática, enquadrando a investigação, descrevendo a aprendizagem da geometria com o uso das tecnologias, a aprendizagem colaborativa e adaptativa. Realizou-se uma revisão sobre os DGS, os ambientes colaborativos e ambientes adaptativos. No terceiro capítulo, descreve-se a metodologia utilizada na diversas fases da investigação, caraterizando e fundamentando a metodologia adotada. No capítulo quatro, descreve-se a plataforma, o módulo colaborativo e o módulo adaptativo e as perspetivas aluno e professor, respetivamente. No capítulo cinco, relativo aos estudos desenvolvidos nas suas diferentes fases – sem módulo colaborativo, com módulo colaborativo e com módulo colaborativo e módulo adaptativo, e, ainda, serão discutidos os resultados obtidos nas diferentes fases dos estudos conduzidos ao longo do duração do presente trabalho de investigação. No sexto capítulo apresentam-se as conclusões, respondendo às questões de investigação colocadas no capítulo um, finalizando com as implicações do estudo efetuado. Por último, seguem-se as referências bibliográficas que suportaram a investigação e os doze apêndices que completam, suportam e clarificam esta Tese.

2. QUADRO TEÓRICO DA INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo abordar-se-á a literatura que orientou e moldou o presente estudo, realçando as perspetivas de autores de referência na área. Na primeira parte destaca-se a perspetiva de aprendizagem da geometria baseada no modelo de van Hiele e na utilização da tecnologia na resolução das tarefas geométricas, referenciando alguns DGS disponíveis como apoio à aprendizagem da geometria. De seguida salienta-se a aprendizagem colaborativa neste estudo, que se constitui como um processo ativo e social na construção do conhecimento, seguindo uma perspetiva social–construtivista. Realçam-se, também, alguns ambientes colaborativos gerais e ambientes colaborativos específicos para a geometria, assim como, a aprendizagem adaptativa no âmbito comportamental e, por último, registam-se alguns sistemas tutores disponíveis para a área da geometria.

2.1 Aprendizagem da Geometria

A aprendizagem da geometria nem sempre se apresenta imediata e fácil, pois a realização de atividades geométricas envolve alguma complexidade cognitiva. Segundo Ferreira, Soares e Lima (2009), existem formas diferentes de apreensão cognitiva de uma figura geométrica: a sequencial, a percetiva, a discursiva e a operatória. A forma sequencial envolve tarefas de descrição; a percetiva refere-se à interpretação de uma figura num contexto geométrico; a discursiva refere-se à compreensão dos elementos de uma figura geométrica; a operatória consiste nas mudanças de uma dada figura ou na manipulação de figuras. Na essência, a natureza e o papel da visualização e da imaginação na aprendizagem da matemática é complexa (Jones, & Bills, 1998). Duval (1998) refere, ainda, que a geometria envolve três processos cognitivos: a visualização (representação espacial para a ilustração de um determinado conceito), a construção (utilização de instrumentos para a construção de modelos) e o raciocínio geométrico (utilização do discurso para descrever ou argumentar).

Estes três processos podem decorrer separadamente, por exemplo, a visualização não

depende exclusivamente da construção geométrica (Duval, 1998). De facto, segundo Duval (1998) se a construção conduz à visualização, os processos de construção, na verdade, dependem, apenas, das conexões entre as propriedades matemáticas relevantes e as limitações das ferramentas usadas. Da mesma forma, mesmo que a visualização possa ser uma ajuda no raciocínio, através, por exemplo, de uma demonstração, por outro lado, em alguns casos, a visualização pode conduzir a surpresas inesperadas (de Villiers, 2006; Duval, 1998).

Considerando que a visualização é uma ajuda intuitiva necessária para introduzir uma demonstração, o raciocínio geométrico depende, exclusivamente, das proposições, definições, axiomas e dos teoremas disponíveis, mas, por outro lado, a visualização também pode induzir em erro (se a imagem se referir a um caso particular, por exemplo). No entanto, visto que os alunos apresentam alguma dificuldade em interiorizar a ligação dos três processos mencionados e como, normalmente, as demonstrações são complexas, o processo inicia-se com as construções e com a sua visualização (Duval, 1998).

No campo da geometria, a teoria do pensamento geométrico, mais reconhecida para os níveis do pensamento geométrico, baseia-se no modelo de van Hiele, sendo usada para esclarecer o conhecimento e para avaliar as capacidades do aluno, permitindo hierarquizar os níveis do pensamento geométrico (Fuys, Geddes, & Tischler, 1988).

Os níveis de pensamento da aprendizagem da geometria, segundo van Hiele (Usiskin, 1982), são: o reconhecimento/visualização (reconhecimento visual das figuras geométricas); a análise (análise dos conceitos geométricos – as propriedades das figuras); a dedução informal/ordem (relações entre as propriedades das figuras); a dedução formal (ordenação lógica das figuras) e o rigor (compreensão dos axiomas, teoremas, demonstrações, etc.). Apresenta-se um quadro resumo na Tabela 2.1.[1]

De acordo com a teoria de van Hiele um aluno não atinge um nível de compreensão sem ter dominado todos os níveis anteriores. Esta teoria sugere que os alunos passam por níveis mais baixos do pensamento geométrico antes de atingir níveis mais elevados e que esta mudança de níveis constitui um processo demorado. A teoria van Hiele propõe que o ensino ajude os alunos a progredir gradualmente através dos níveis mais baixos de pensamento geométrico antes de começar um estudo orientado para a demonstração geométrica. De facto,

[1] Na obra original de van Hiele, os níveis são de 0 a 4. Nos Estados Unidos da América adoptou-se a numeração dos níveis de 1 a 5, que permite o nível de pré-reconhecimento, o chamado Nível 0. Neste estudo o esquema de numeração adotado corresponde ao de 1 a 5.

Tabela 2.1: Breve descrição dos níveis de van Hiele.

Nível	Identificação	Descrição
1	Visualização	Reconhece as figuras geométricas. Os conceitos geométricos são considerados como um todo, sem analisar as propriedades dos seus elementos.
2	Análise	Identifica as propriedades das figuras, através de uma análise informal, porém não estabelecem relações entre as propriedades das figuras.
3	Dedução informal	Consegue ordenar as figuras e estabelecer uma ordem lógica entre elas, mas não realiza operações matemáticas. As demonstrações formais são acompanhadas, mas não percebe como construir uma demonstração, partindo de princípios diferentes.
4	Dedução formal	Compreende o significado de dedução e o papel dos axiomas, teoremas e demonstrações. Consegue construir demonstrações e percebe a possibilidade de desenvolver uma demonstração sob mais do que uma forma.
5	Rigor	Compreende a necessidade de rigor e faz deduções abstratas. É capaz de aprofundar a análise de propriedades de um sistema dedutivo, tais como, consistência, independência e completude de axiomas.

nesta teoria, os alunos não podem ignorar os vários níveis antes de alcançar a compreensão, desta forma trabalhar prematuramente, a demonstração formal conduzirá os alunos à resolução, apenas, por tentativa de memorização e não por compreenderem o objetivo inicial da demonstração.

Burger e Shaughnessy (1986) fornecem uma outra descrição dos níveis de van Hiele para a geometria. Segundo os autores, o primeiro nível do modelo de van Hiele era conhecido como uma visão geral do fenómeno, porque os alunos usam propriedades imprecisas para descrever as figuras (por exemplo, uma bolacha é como um círculo). Neste contexto, os alunos usam atributos irrelevantes para identificar formas geométricas e as suas comparações revelam caraterísticas distintas das restantes figuras geométricas incluídas na mesma classe.

O segundo nível, é o nível analítico, porque os alunos dão relevância às propriedades subjacentes às figuras, sendo agrupadas subjetivamente em vez da forma convencional. Neste nível, os alunos não sabem fazer demonstrações, considerando os teoremas geométricos verdadeiros apenas, pela evidência de um certo número de exemplos.

No terceiro nível, o nível abstrato, os alunos criam e expressam definições para as figuras

geométricas. Possuem uma boa compreensão dos agrupamentos convencionais de formas e formam cadeias curtas de raciocínio, associando condições lógicas de se/então.

No nível dedutivo, o quarto nível, os alunos veem a estrutura geral da geometria. Reconhecem que as demonstrações formais são necessários para estabelecer a verdade de uma conjetura compreendem os distintos papéis das definições, teoremas, axiomas e outras ferramentas no discurso da geometria.

Por último, o quinto nível, os alunos envolvem-se no estudo de diferentes sistemas axiomáticos e raciocinam, rigorosamente, no interior do seu contexto.

Por outro lado, investigações recentes (Gutiérrez, Jaime, & Fortuny, 1991) apoiam a teoria de van Hiele, no entanto, afirmam que alguns alunos não progridem, de forma sequencial, entre níveis, talvez porque desenvolvem competências diferentes de raciocínio lógico que não através de conceitos geométricos. De facto, segundo Gutiérrez, Jaime e Fortuny (1991) um aluno pode desenvolver, simultaneamente, dois níveis consecutivos de raciocínio, embora, geralmente, a aquisição do nível inferior seja mais completa do que a do nível superior. Estes autores afirmam, também, que nem todos os alunos usam um único nível de raciocínio, mas vários níveis ao mesmo tempo, provavelmente dependendo da dificuldade do problema/tarefa. Esta interpretação não implica uma rejeição da estrutura hierárquica dos níveis, mas propõe a adaptação da teoria de van Hiele à complexidade do processos de raciocínio geométrico, pois, os alunos não se comportam de uma maneira simples, linear, que a atribuição de um único nível, num dado momento da aprendizagem nos levaria a supor.

Por outro lado, de Villiers (1987) sugere que o raciocínio dedutivo em geometria só ocorre no nível 3, quando a rede de relações lógicas entre as propriedades dos conceitos está estabelecida. O autor justifica que os alunos nos níveis 1 ou 2 não duvidam da validade das suas observações empíricas, a demonstração formal não tem sentido para estes alunos, eles veem a demonstração como se estivessem a justificar o óbvio.

2.1.1 Geometria Dinâmica

A geometria dinâmica tem as suas raízes na Grécia antiga e em diversos matemáticos, ao longo dos séculos, como por exemplo, Alexis Clairault no século XVIII (Menghini, 2015), que se baseou na ideia de movimentar elementos de figuras para ilustrar propriedades geométricas e

demonstrar teoremas.

Este processo dinâmico de aprendizagem oferece ao aluno a possibilidade de experimentar, criar estratégias, fazer conjeturas, argumentar e deduzir propriedades matemáticas (Santos, & Quaresma, 2008). A manipulação concreta dos objetos possibilita a manipulação abstrata, concretizando, assim, deduções com mais rigor, que conduzem ao desenvolvimento do raciocínio matemático (Laborde, 2000). Naturalmente que a utilização de ferramentas tecnológicas assume um papel fundamental, pois, segundo Laborde (2001), a tecnologia dá sentido à matemática e a matemática justifica o uso da tecnologia.

Embora se aceite que a visualização auxilia o desenvolvimento conceitual, há ainda algum caminho a percorrer para a compreensão da relação entre o visual e o conceito. Mariotti (1995) sugere que o raciocínio geométrico se interpreta em termos de "um processo dialético entre a visualização e os aspetos conceituais" (p.104), por outras palavras, o raciocínio geométrico envolve uma relação interdependente entre as imagens e os conceitos.

2.1.1.1 Programas de Geometria Dinâmica

O desenvolvimento tecnológico dos computadores na década de 80 do séc. XX, possibilitou o desenvolvimento de programas, que permitem a manipulação por computador de objetos, com impacto e sucesso no ensino da geometria elementar (Hannafin, Burruss, & Little, 2001). Os programas de geometria dinâmica eram considerados, segundo Hoyles e Noss (2003), como "ferramentas pedagógicas para a exploração de um domínio matemático" (p. 10) e que "proporcionam um ambiente em que os alunos podem construir e experimentar com objetos geométricos e relações" (p. 10). Balacheff e Kaput (1996) sugeriram, ainda, que "os problemas clássicos utilizados em salas de aula tornaram-se obsoletos devido à eficiência dos ambientes de geometria dinâmica" (p. 477). Por outro lado, Pereira (2002) sugere que o "potencial para mudar as crenças e o comportamento dos professores" (p. 2) em direções "que refletem uma visão modificada da matemática, a partir de uma atividade estática dedutiva que enfatiza provas descobertas por outras pessoas para, uma atividade exploratória indutiva que enfatiza as heurísticas envolvidas na descoberta dos resultados " (p. 2) é uma realidade, cada vez mais atual.

A aprendizagem da geometria pode ser facilitada pelo uso de programas de geometria

dinâmica, DGS, pois segundo Jones (2000), este tipo de programas incentiva os alunos a elaborar conjeturas, ajudando-os a progredir na comunicação matemática, desenvolvendo mecanismos de raciocínio dedutivo. A utilização de tecnologias aumenta as hipóteses de envolver os alunos na resolução de tarefas matemáticas (NCTM, 2000).

Um estudo do NCTM (2000) enumerou seis princípios com o intuito de ajudar e orientar os professores na melhoria do ensino de conteúdos matemáticos. Os seis princípios foram a equidade, o currículo, o ensino, a aprendizagem, a avaliação e a tecnologia. Quanto à tecnologia, o referido estudo afirma que o seu uso na educação matemática permite aos alunos a oportunidade de se concentrarem menos nos aspectos computacionais e mais nas aplicações da matemática.

Ao longo dos tempos, os programas de geometria dinâmica, têm estimulado as investigações sobre as concepções dos estudantes sobre as demonstrações matemáticas. Existem estudos que comprovam que esta contribuição dos DGS é dupla (Marrades, & Gutiérrez, 2000). Em primeiro lugar, disponibilizam ambientes nos quais os alunos experimentam livremente, verificando, facilmente as suas intuições e conjeturas no processo de procura de padrões, propriedades gerais, etc. Em segundo lugar, proporcionam formas não tradicionais para os alunos aprenderem e compreenderem os conceitos e métodos matemáticos (Marrades, & Gutiérrez, 2000).

Uma das vantagens dos programas de geometria dinâmica consiste na realização de tarefas, não só de exploração de situações geométricas, como também de investigação de situações que a própria ferramenta fomenta ao mover os objetos, proporcionando um valioso apoio, tanto para os alunos como para os professores (Leung, 2008). Neste processo o professor desempenha um importante papel, pois é ele que decide o tipo de abordagem a seguir a partir destas tarefas. Dias e Coutinho (2011) referem que as tarefas, realizadas através da utilização dos DGS, fornecem um apoio mais rico na sala de aula, instigando a curiosidade dos alunos e aguçando o seu espírito investigativo, conduzindo a conjeturas sobre diversas situações. Os ambientes de geometria dinâmica disponibilizam ambientes de ensino e de aprendizagem nos quais os alunos experimentam, observam as propriedades matemáticas ou verificam conjeturas, muito mais facilmente do que em outros ambientes computacionais ou com o tradicional uso de papel e lápis (Marrades, & Gutiérrez, 2000; Ruthven, & Hennessy, 2002).

Na secção 2.1, identificaram-se oito situações a ter em conta ao utilizar os DGS (de Villiers, 2006). De Villiers (2006) refere que, em alguns casos, a visualização pode conduzir a algumas situações inesperadas, atribuíndo-lhes significados, que são: sem alteração; primeiro dominar o DGS; construir figuras dinâmicas; aprendizagem sem esforço; a visualização é mais fácil; reflexão e avaliação insuficiente; fazer práticas obsoletas e demonstração como verificação. Quanto à primeira situação, o autor refere que os utilizadores tendem a utilizar o DGS como uma extensão do papel e lápis. A segunda situação, não quer dizer que se tem de dominar o programa, mas aprender e criar conjeturas, mesmo sem dominar o DGS. Construir figuras dinâmicas, constitui uma estratégia de aprendizagem, mas apenas se o aluno souber todas as propriedades das figuras, em causa, para fazer a construção. A quarta situação, refere que se o aluno não for envolvido e orientado a observar e analisar o que acontece com a construção, este pode não reter qualquer aprendizagem. A visualização é mais fácil, mas pode distrair e tornar confusa a construção, principalmente em utilizadores inexperientes. Na sexta situação, é preciso repensar criticamente o conteúdo, os objetivos e a abordagem de ensino a usar. O autor refere a importância de atividades manuais, tais como a dobragem de papel, que é mais difícil reproduzir num DGS. O maior problema pedagógico é a oitava situação identificada, pois os alunos podem retirar algumas conclusões erradas das suas observações. Por exemplo, desenhar um triângulo equilátero, quando se pede para demonstrar que as mediatrizes de um triângulo são concorrentes, leva a assumir que interseta, sempre os vértices, e, assim, invalida-se, imediatamente, a tentativa de demonstração com base nesse facto.

Dos vários programas de geometria dinâmica disponíveis, como apoio à aprendizagem da geometria, podemos destacar: *Cabri* (Laborde, & Strässer, 1990), *C.a.R.* (Grothmann, 2016), *Cinderella* (Richter-Gebert, & Kortenkamp, 1999), *GCLC* (Janičić, 2006), *Geogebra* (Hohenwarter, 2002), *GeometerSketchpad* (Jackiw, 2001) e *JGEX* (Ye, Chou, & Gao, 2010, 2010a). De seguinda apresentam-se as caraterísticas fundamentais dos DGS referenciados.

Cabri DGS da autoria de Jean-Marie Laborde e de um grupo de investigadores, desenvolvido na *Universidade Joseph Fourier* em Grenoble e no *Centre National de la Recherche Scientifique*, no Laboratório de Estruturas Discretas e de Didáctica e na equipa *Environnements Informatiques de l'Apprentissage Humain* do laboratório Leibniz. O *Cabri* permite a sua utilização

no estudo da geometria analítica. Na construção de uma macro podem ser utilizadas outras previamente definidas. Utilizam-se macros, por exemplo, para fazer pavimentações, fractais, simular situações e resolver problemas, etc. Relações entre os pontos de um objeto geométrico verificam-se facilmente, o que pode ser útil no processo de aprendizagem. Disponibiliza também, funções gráficas e de visualização que permitem a exploração de conexões entre a geometria e a álgebra. O *Cabri* é um programa para o Espaço bidimensional–geometria plana (2D), para o Espaço tridimensional–geometria sólida (3D) existe o *Cabri* 3D, além de uma versão para a calculadora *Texas Instruments* (TI), que é o *Cabri* II plus em 2D. A distribuição é comercial e disponível em ambientes MS-Windows e Mac OS.

C.a.R. C.a.R. em alemão chama-se Z.u.L. (**Z**irkel **u**nd **L**ineal). O programa foi desenvolvido por René Grothmann da Universidade Católica de Eichstätt. Um programa baseado em *Java* que simula a geometria no plano, oferecendo uma linguagem de construção na qual as construções são inseridas, imediatamente, através uma linha de comando ou carregando a partir de um arquivo externo. C.a.R. funciona em todas as plataformas, as construções podem ser incorporadas nas páginas *Web* facilmente. C.a.R. tem sido traduzido para várias línguas, podendo ser usado gratuitamente. A versão *CaRMetal* é basicamente a mesma que o C.a.R., mas de utilização mais fácil e com algumas funcionalidades para 3D. O C.a.R. disponibiliza, ainda, o código fonte sob a licença *GNU General*, a distribuição é livre e disponível em ambientes MS-Windows, Linux e Mac OS.

Cinderella DGS da autoria de J. Richter-Gebert e U. H. Kortenkamp, baseado em *Java*, que permite investigar construções geométricas de grande qualidade. O *Cinderella* dispõe, ainda, a capacidade de “reconhecer teoremas”, que consiste em assinalar fenómenos geométricos não casuais, sempre que estes ocorram. Além disso, tem potencialidades para o uso, no caso de geometria não-euclideana. A distribuição é comercial (tem uma versão com algumas funcionalidades que pode ser usada gratuitamente) e disponível em ambientes MS-Windows, Linux e Mac OS.

GCLC *Geometry Constructions LaTeX Converter*, é um programa para visualizar, ensinar geometria e para a produção de ilustrações matemáticas no plano. Fornece um suporte fácil de utilização para várias construções geométricas, transformações isométricas, cónicas e curvas paramétricas. O GCLC incorpora vários Demonstrador Automático de Teoremas Geométricos–*Geometry Automated Theorem Prover* (GATP), permitindo as demonstrações formais de conjeturas construídas no DGS. O WinGCLC é a versão MS-Windows do GCLC, com uma interface gráfica, fornecendo uma gama de funcionalidades adicionais. *Software* gratuito e disponível em ambientes MS-Windows, Linux e Mac OS.

GeoGebra *GeoGebra* é um programa gratuito de geometria dinâmica, para a geometria (2D), álgebra e cálculo. Desenvolvido por Markus Hohenwarter e por uma equipa internacional de programadores para o ensino e a aprendizagem de matemática nas escolas. O autor recebeu vários prêmios de *software* educacional na Europa e nos Estados Unidos da América. O *GeoGebra* está disponível em 55 línguas e encontra-se largamente difundido em Portugal, existindo inclusivé o Instituto do *GeoGebra* em Portugal. O *GeoGebra* na sua versão 5 permite trabalhar em 3D. É um *software* livre, *open source* e disponível em ambientes MS-Windows, Linux, Mac OS e Android.

GeometerSketchpad As suas origens remontam à década de 80 do séc. XX e ao projeto do *Visual Geometry*, um projeto de investigação no *Swarthmore College* sob a direção de Eugene Klotz e Doris Schattschneider. Este projeto, foi financiado pela *National Science Foundation*, com o objetivo de desenvolver novos materiais de base tecnológica para uso no ensino da geometria. Nicholas Jackiw foi pioneiro no desenvolvimento da primeira versão do *Geometer's Sketchpad*, cujo nome do programa *Sketchpad* homenageia Ivan Sutherland, que criou um trabalho inovador em computação gráfica interativa (Mariotti, 1995). Um utilizador usa este programa, em 2D, para construir e investigar modelos matemáticos, objetos, figuras, diagramas e gráficos. É de distribuição comercial, estando disponível para os sistemas operativos MS-Windows e Mac OS.

JGEX É um sistema da *Wichita State University*, que combina a abordagem para a visualização dinâmica de demonstrações, um programa de geometria dinâmica (2D) e um demonstrador de teoremas geométricos automático. É um *software* livre e disponível em ambientes MS-Windows e Linux.

Conclui-se, assim, que os DGS são programas de computador que permitem criar e manipular as construções geométricas, principalmente no plano. Uma das caraterísticas dos DGS, reside no facto de permitrem construirem um modelo geométrico de objetos, tais como pontos, linhas, circunferências, etc., ao mesmo tempo, são criadas as dependências entre esses objetos. O utilizador tem a possibilidade de mover algumas partes das construções geométricas preservando as suas propiedades.

Os DGS utilizam-se para visualizar dados geométricos complexos, para fazer cálculos (incluindo o cálculo simbólico), para construir e testar hipóteses geométricas, ou para criar ilustrações geometricamente precisas para posterior uso em documentos impressos ou na *Web*. A maioria dos DGS refere-se à geometria plana, mas há alguns que também permitem construções em geometria sólida e alguns têm a capacidade de reconhecer teoremas. Além dos DGS referidos, é possível consultar uma lista extensa em LIGS (s.d.).

2.2 Aprendizagem Colaborativa – Construtivista

A aprendizagem colaborativa é definida como uma abordagem para o ensino e para a aprendizagem, envolvendo grupos de alunos que trabalham em conjunto no qual há a partilha de conhecimentos e experiências para resolverem um problema, completarem uma tarefa, ou criarem um produto (Blasco-Arcas, Buil, Hernández-Ortega, & Sese, 2013; Marjan Laal, & Mozhgan Laal, 2012).

Segundo Barfurth (1995) a aprendizagem colaborativa consiste em trabalhar com outros para um objetivo comum, constitui-se como um processo que incentiva a discussão construtiva de ideias, os argumentos colaborativos e a interação entre os participantes, especialmente quando começam uma discussão com pouco em comum.

A aprendizagem colaborativa carateriza-se em quatro aspetos diferentes de aprendiza-

gem, segundo Dillenbourg (1999):

- a *situação*, colaboração entre pessoas com um estatuto semelhante;
- as *interações* que acontecem entre os membros do grupo podem ser mais ou menos colaborativas;
- alguns *mecanismos* de aprendizagem que são mais intrinsecamente colaborativos;
- avaliar os efeitos da aprendizagem colaborativa.

Uma situação pode ser mais ou menos colaborativa, por exemplo, duas ou mais pessoas executam as mesmas ações com um objetivo comum e trabalham em conjunto. As interações referem-se a situações em que os alunos interagem de forma colaborativa, com critérios interativos, de negociabilidade e com ou sem sincronicidade. Os mecanismos de aprendizagem envolvidos devem ser os que operam no caso de cognição individual, uma vez que existem agentes individuais envolvidos em interações do grupo. A maioria das investigações sobre a aprendizagem colaborativa tentam medir os seus efeitos, geralmente, através de pré e pós-teste individual em relação ao desempenho da tarefa.

A aprendizagem colaborativa é uma estratégia que pode melhorar a aprendizagem de diferentes temas em diversos níveis de ensino (Wei, & Ismail, 2010). A aquisição e a partilha do conhecimento, pelos alunos em atividades colaborativas, resulta de um processo no qual a participação social possibilita a interação, a colaboração, o desenvolvimento e a avaliação das atividades, como ocorre nas atividades de resolução de problemas (Stahl, & Hesse, 2009; Vygotsky, 1978).

Com este modelo, pretende-se posicionar esta estratégia no contexto de uma teoria mais ampla, a abordagem construtivista, que dá ênfase a alunos participantes e ativos na construção do conhecimento em situação de aprendizagem (Arzarello, Robutti, & Bazzini, 2005; Cicconi, 2014; Vygotsky, 1978). Desta forma, o conhecimento constrói-se facilitado pela interação entre grupos de alunos heterogéneos, nos quais os mais experientes ajudam os menos experientes na resolução conjunta de tarefas (Lai, 2011).

Tendo como referencial teórico o construtivismo social, a base da aprendizagem é um processo ativo e social, resultado da convergência de elementos sociais e práticos, por isso

reflete-se na importância da interação entre a tarefa, o professor e os alunos (Vygotsky, 1978), destacando os efeitos de interação social no desenvolvimento de conceitos matemáticos (Ernest, 1993).

Segundo Vygotsky (1978) a aprendizagem constitui um processo sócio-cognitivo em que a interação social desempenha um papel fundamental no desenvolvimento da cognição do aluno. Vygotsky acreditava que a aprendizagem se divide em dois níveis: em primeiro lugar, o nível social, através da interação com os outros; posteriormente o nível individual, intrínseco a cada aluno.

A aquisição do conhecimento em atividades colaborativas resulta num processo em que a participação social possibilita a interação, colaboração e avaliação das atividades (Stahl, Koschmann, & Suthers, 2006).

Durante as atividades colaborativas, o processo de aprendizagem colaborativa tem como princípio um plano que conduz à formação de um grupo com um objetivo comum para a aprendizagem. Segundo Kenski (2008), o sucesso do trabalho colaborativo, está diretamente relacionado com a frequência das interações entre os participantes.

Na aprendizagem em ambiente colaborativo com recurso às tecnologias, a comunicação entre alunos é importante para a realização da tarefa pois, com o acompanhamento do professor e o trabalho em conjunto entre colegas, cada aluno tenta realizar a tarefa proposta. Sendo assim, pois ao empenharem-se no processo de construção do conhecimento, através da partilha dos seus conhecimentos, conseguem resolver as tarefas propostas (De Corte, Verschaffel, & Eynde, 2000).

Os ambientes de aprendizagem, suportados por computador, são, deste modo, considerados, também como um meio importante de aprendizagem para o ensino não presencial. Podem, assim, ser descritos num contexto em que o computador facilita a interação entre os alunos para a aquisição de conhecimentos, competências e atitudes (Dillenbourg, 1999).

Com o desenvolvimento das tecnologias, os ambientes de aprendizagem enriquecem-se ferramentas que permitem a partilha, a comunicação e a colaboração com os outros. Estas ferramentas que permitem a troca de mensagens textuais, a manipulação conjunta de textos, a visualização conjunta de imagens, e outro tipo de partilha/troca serão analisadas na subsecção 2.2.3 (Hsu, Ching, & Grabowski, 2014).

2.2.1 Aprendizagem Presencial

Historicamente, a aprendizagem colaborativa tem sido considerada como um método de ensino eficaz em ambos os contextos de aprendizagem, tradicional e à distância (So, & Brush, 2008). O ambiente de aprendizagem em sala de aula clássica, carateriza-se por interações ativas entre aluno e professor ou entre aluno e outros alunos.

O uso das TIC em grupos de trabalho possibilita desenvolver a tarefa que lhes foi proposta através de um conjunto de competências sociais, científicas e técnicas. A mobilização das estratégias necessárias para responder às tarefas do ponto de vista científico, social e tecnológico, permite o espírito de entreajuda e de colaboração. Desta forma, as TIC constituem um meio propício à melhoria da qualidade da aprendizagem das experiências e até dos resultados.

2.2.2 Aprendizagem Não Presencial – Contexto Trabalho de Casa

Segundo uma investigação, de Mendicino, Razzaq e Heffernan (2009) os alunos que utilizam sistemas de tutoria inteligente baseada na *Web*, para a elaboraçao de trabalhos de casa em matemática, mostram uma melhoria significativa em relação aos alunos que executarem o seu trabalho de casa tradicionalmente. Com o objetivo de explorar este efeito positivo, o professor deve verificar regularmente o trabalho de casa e dar *feedback* aos alunos, para que o trabalho de casa tenha impacto sobre as realizações dos alunos na escola (Paulu, Darby, & Scott, 1998).

O computador utiliza-se como uma fonte interativa de informação, trazendo alterações à prática do trabalho de casa em papel e lápis. Desta forma, o trabalho de casa na *Web* tem a vantagem adicional de permitir aos alunos superarem as dificuldades e motivá-los na tentativa de resolver os problemas (Mendicino, et al., 2009). Os trabalhos de casa em tempo real possibilita dar aos alunos um *feedback* imediato, algo que não acontece quando se elaboram trabalhos de casa em papel.

2.2.3 Ferramentas para a Aprendizagem Colaborativa

No que diz respeito às tecnologias e ferramentas disponíveis para a aprendizagem colaborativa, que permitem a colaboração síncrona ou assíncrona e a mobilidade de tempo e espaço, temos, por exemplo, os *wikis*, os *blogs*, os fóruns, o correio eletrónico (*email*), os *chats* e os *podcasts* (ferramenta utilizada mais recente como aprendizagem colaborativa).

De facto, as ferramentas de aprendizagem colaborativa ajudam no trabalho colaborativo, pois há um espaço comum, virtual, para atingir os objetivos de grupo (Camarero, Perraut, & Díaz, 2010; Fernández, Arranz, Navarro, & Avi, 2009). Algumas destas ferramentas estão integradas nos ambientes de aprendizagem colaborativo (subsecção 2.2.4). Seguidamente, descrevem-se algumas dessas ferramentas.

Blogs Uma ferramenta da aprendizagem colaborativa é o *blog*, pois segundo Kiliç e Gökdas (2014) e ainda, Noel (2015) favorecem e melhoram a capacidade de trabalho em grupo, permitindo o desenvolvimento de mecanismos colaborativos, incentivando e fomentando a participação, o debate e as interações sociais entre alunos, entre alunos e professor e entre alunos e a comunidade.

As caraterísticas funcionais e tecnológicas dos *blogs* permitem que sejam utilizados para diferentes fins (pensamento reflexivo, colaboração, interatividade, etc.) como uma ferramenta educativa (Kiliç, & Gökdas, 2014). Os comentários nos *blogs* estão colocados de forma sequencial, permitindo aos utilizadores verificar o seu texto ao longo do tempo e reflectir sobre o conteúdo divulgado.

Chat O *chat* permite a comunicação em tempo real entre os utilizadores ligados num *interface* comum. Este sistema, originalmente chamado *Internet Relay Chat* (IRC), permite a inserção de mensagens curtas de texto por vários utilizadores, ao mesmo tempo. Estas ferramentas permitem a interação com outros utilizadores, com o objetivo de envolver os utilizadores na partilha, troca e debate de informações, para que a colaboração entre os intervenientes influencie o processo de aprendizagem.

Em ambientes que disponibilizam o *chat* os participantes interagem pela troca de men-

sagens textuais nas quais as suas ações são ordenadas cronologicamente pelo próprio sistema (Zemel, 2005). O *chat* evolui sequencialmente, sendo os textos trocados durante as ações e/ou como respostas dadas às mensagens anteriores. Além disso, os participantes do *chat* desenvolvem métodos para lidar com as questões a desenvolver no momento, tirando partido da natureza persistente da troca de mensagens, incluíndo pistas de interação para fazer sentido nas ações uns dos outros.

As comunicações mediadas por computador ocorrem em vários formatos (por exemplo, vídeo e áudio), o *chat* é um meio comum, confiável e acessível de comunicação síncrona em educação (Johnson, 2006; Traphagan, et al., 2010).

O *chat* inclui caraterísticas únicas, quando o discurso se desdobra em tempo real, a produção e transmissão de mensagens estão dissociadas, cada vez que um discurso *chat* é completamente formado, antes que seja visível para outros utilizadores. Primeiramente, num ambiente de grupo, vários utilizadores produzem mensagens ao mesmo tempo, separando pares adjacentes de acordo com o discurso estabelecido. Em segundo lugar, o *chat* de texto produz um registo escrito que pode ser revisto com a evolução da comunicação (Chun, & Payne, 2004). Em terceiro lugar, o *chat* de texto possui um registo simplificado, um conjunto de abreviaturas, permitindo o uso de símbolos, como *emoticons* para expressar sentimentos do utilizador (Smith, 2003).

Refira-se, como exemplo de *chat*, o *AOL Instant Messenger*, o *ICQ*, entre outros.

Comunicação em Tempo Real Os produtos nesta categoria incluem ferramentas de apresentação baseadas na *Web*, os aplicativos de partilha de ecrã, ferramentas de conferência de áudio e telecomunicações baseadas na *Internet*. Estas ferramentas são úteis para trabalho de equipa/grupo cujos elementos que não estão no mesmo local ou que fazem uma parte significativa do seu trabalho à distância. Desta forma, equipas/grupos partilham o trabalho em curso, discutam conceitos com a ajuda dos meios de comunicação, trocam informações e ideias de uma forma, que se aproxima mais da experiência presencial do que as comunicações tradicionais de texto.

Como exemplo de comunicação em tempo real temos o *Google + Hangouts*, o *oovoo*, entre outros.

Correio eletrónico A comunicação assíncrona favorece o poder de síntese e de clarificação, comparativamente com a comunicação verbal presencial. Deste ponto de vista, o correio eletrónico é uma forma de comunicação com esta caraterística, a sua utilização é, predominantemente, um comunicação unívoca, entre o remetente e o destinatário. As mensagens trocadas podem ser enviadas para mais do que um destinatário, em simultâneo, tranformando-as num diálogo, e numa ferramenta muito popular a nível mundial, constituída hoje em dia na principal ferramenta de colaboração.

Fóruns Os fóruns permitem ligar os utilizadores a partir de um servidor *Web*, constituíndo espaços de colaboração *online*, que permitem a partilha e a convergência de conhecimento. Como são repositórios, com contribuições de vários utilizadores, podem ser fontes eficazes de aprendizagem. Além disso, permitem uma aprendizagem tanto presencial como não presencial, com a propriedade de aprendizagem construtivista (Rekha, & Venkatapathy, 2015).

Em contexto educativo, facilitam a dinâmica de trabalho de grupo, visto que se constrói o conhecimento na base social, através de um diálogo entre os seus intervenientes, com diferentes níveis de experiência.

Jogos Uma das principais caraterísticas dos jogos reside na sua ludicidade, tendo para além de diversão, objetivos educacionais. Constituem-se como desafios individuais ou com adversário, atividades simbólicas regidas por regras, situações arbitrárias limitadas e separadas, no tempo e no espaço, das atividades da vida real.

Os jogos categorizam-se em, jogos de ação, de aventura, de combate, com puzzles, de interpretação de papéis, de simulação, de desporto e de estratégia (Connolly, Boyle, MacArthur, Hainey, & Boyle, 2012).

Jogar é um excelente exemplo de uma atividade construtivista (Kafai, & Burke, 2015), assumindo um papel indiscutível na aprendizagem, ocorrendo durante o processo de socialização, na resolução de uma atividade.

Os jogos, na área da matemática, ajudam a promover a aprendizagem, em diferentes tópicos, existindo jogos específicos para, números e operações, geometria, símbolos algébricos e expressões e pré-álgebra, reforçando a aprendizagem dos conceitos matemáticos e aumen-

tando o desempenho na realização dessas tarefas (Ke, 2013).

Wiki A *wiki* é uma página ou conjunto de páginas *Web*, nas quais os utilizadores com privilégios modificam, adicionam ou excluem conteúdos. As *wikis* admitem três funções principais que facilitam o processo de criatividade colaborativa: uma função de edição, suportando múltiplos utilizadores para criar um texto comum no qual a criatividade de co-construção resulta em texto comum; a função memória, que regista todas as edições, por meio de um código de cores, permitindo aos utilizadores verificar todas as revisões. Possui ainda, uma página de discussão possibilitando a comunicação escrita assíncrona entre os utilizadores, fornecendo explicações e colocando comentários sobre diversas questões relacionadas com o texto (Pifarré, Marti, & Guijosa, 2014).

As *wikis* oferecem um ambiente colaborativo e são eficazes para a escrita em grupo ou criação colaborativa de documentos baseados em texto. Além disso, a capacidade para incorporar outros meios (áudio, vídeo, imagens) é, frequentemente, considerada útil no sentido de enriquecer a comunicação entre os utilizadores (López, & González, 2014). O ambiente colaborativo *wiki* proporciona o desenvolvimento de determinadas atividades, como por exemplo, o ensino da escrita, onde os alunos desenvolvem as suas competências e os professores podem dar o *feedback* quase imediato.

Saliente-se, como exemplo de *wiki* o *MindTouch*, a *Wikipedia*, entre outros.

2.2.4 Ambientes de Aprendizagem Colaborativos

Os ambientes de aprendizagem colaborativo providenciam um local de construção conjunta do conhecimento, contribuíndo para a aprendizagem segundo três vertentes (Haguenauer, Kopke, Victorino, & Filho, 2007):

- a construção conjunta do conhecimento, inspirada na influência do construtivismo – o aluno encontra as respostas a partir dos seus próprios conhecimentos e da sua interação com a realidade e com os colegas;

- a constituição de uma base de dados (em constante mutação), trabalhada e construída por cada um;
- a possibilidade de comunicação entre os participantes, de forma síncrona ou assíncrona.

Existem ambientes que reúnem uma série de recursos para a criação, desenvolvimento e estruturação de cursos/aulas/módulos à distância. Estes ambientes denominam-se por *Learning Management System* (LMS), sistema de gestão de aprendizagem. O principal objetivo do LMS consiste em simplificar a administração dos cursos, auxiliando o utilizador no planeamento dos seus processos de aprendizagem. Alguns destes ambientes para a criação e gestão destes cursos/aulas/módulos online são, por exemplo, o *Claroline*, o *MOODLE* e o *WebCt*.

Claroline *Claroline* é um projeto da *Université Catholique de Louvain*, iniciado em 2000. Consiste numa plataforma desenvolvida por professores na área da pedagogia, para a aprendizagem e elaboração de trabalho, tem ferramentas para a gestão de utilizadores, espaços e entradas para universidades, escolas e empresas. Para além disso, contém opções de configuração tanto gráfica como do ponto de vista funcional, permitindo ao utilizador (aluno ou professor) criar e organizar espaços de atividades, propor atividades, fóruns abertos, *wikis*, *blogs*, gerir as interações e recursos e, ainda, a gestão dos acessos com base nas suas necessidades e objetivos de aprendizagem. É de distribuição gratuita, *open source* e disponível em ambientes MS-Windows, Linux e Mac OS.

Dokeos Consiste num LMS, fundada em 1999, que apoia e cria soluções para corporações, empresas e instituições de formação, bem como grupos farmacêuticos, desenvolvendo soluções para a formação com avaliação personalizada. O *Dokeos* ramificou-se do *Claroline*. É de distribuição comercial e disponível em ambientes MS-Windows, Linux, Mac OS e UNIX.

MOODLE *Modular Object Oriented Development Learning Enviroment* (MOODLE) foi desenvolvido em 2002 por Martin Dougiamas, para ajudar professores a criar cursos *online*, tem como objetivo a interação e construção colaborativa de conteúdo. O MOODLE proporciona

um espaço contendo um conjunto de ferramentas e recursos disponíveis a qualquer hora e em qualquer lugar. Possui algumas funcionalidades colaborativas, tais como, *blogs*, fórum de discussão, *chat*, *Wiki*, sendo, atualmente, o LMS mais utilizado. É de distribuição gratuita, *open source* e disponível em ambientes MS-Windows, Linux e Mac OS.

WebCT/Blackboard *Web Course Tools* ou *Blackboard Learning System* é um sistema proprietário de ambiente virtual de aprendizagem *online*. Nos cursos nesta plataforma, os formadores/professores podem adicionar ferramentas como fóruns de discussão, sistemas de correio e *chat* ao vivo, juntamente com o conteúdo, incluindo documentos e páginas *Web*. É de distribuição comercial e disponível em ambientes MS-Windows e Mac OS.

2.2.4.1 Tabela Comparativa

De seguida apresenta-se uma tabela comparativa (Tabela 2.2) para um conjunto alargado de sistemas deste tipo. A tabela reflete o estudo sobre o *Moodle*, o *Claroline*, o *Dokeos* e o *WebCT* (Santos, 2008).

Tabela 2.2: Comparativo das Plataformas.

	Moodle	*Claroline*	*Dokeos*	*WebCT/Blackboard*
Ferramentas para os alunos				
Acesso ao material do curso				
Pesquisa por palavra chave	√	√	√	√
Impressão do curso	√	√	√	√
Interface ergonómica	√	√	√	√
Espaço próprio e pessoal				
Criação de *bookmarks**	×	×	×	√
Ferramenta de ajuda	√	×	×	√
Possibilidade de retomar uma aula no ponto onde ficou	√	√	√	√
Agenda	√	√	√	√
Página pessoal	√	√	√	√

Tabela 2.2 continuação da página anterior

	Moodle	*Claroline*	*Dokeos*	*WebCT/Blackboard*
Definição de *login* e *password*	√	√	√	√
Trabalho *offline* **	×	×	×	√
Comunicação assíncrona				
Correio eletrónico	√	√	√	√
Fórum	√	√	√	√
Comunicação síncrona				
Sala de *chat*	√	√	√	√
Ferramentas pedagógicas				
Acompanhamento do processo	√	×	×	√
Ferramentas para os professores				
Definição de grupos de trabalho	√	√	√	√
Orientação assíncrona dos alunos	√	√	√	√
Orientação síncrona dos alunos	√	√	√	√
Acompanhamento dos alunos pelos módulos	√	√	√	√
Trabalho em rede comunitário	√	×	×	×
Relatórios estatísticos	√	√	√	√
Ferramentas de desenvolvimento de conteúdos				
Acessibilidade	√	×	×	√
Reusabilidade dos conteúdos (cópias dos cursos)	√	×	×	√

Tabela 2.2 continuação da página anterior

	Moodle	*Claroline*	*Dokeos*	*WebCT/Blackboard*
Concordância com o ensino padrão***	√	√	√	√
Detalhes das plataformas				
Custos	×	×	√	√
Código fonte disponível	√	×	×	×
Extras****	√	×	×	√

Convenção: √ disponível
× indisponível

**Bookmarks* que permitem aos utilizadores retomar as páginas importantes do curso.

***Work offline* é um conjunto de ferramentas que possibilita, aos utilizadores, trabalhar nos seus cursos sem estarem ligados à *Internet*, de forma que os seus cursos possam ser sincronizados aquando de uma nova ligação aos servidores.

***Diz respeito à conformidade com os padrões de partilha de materiais educativos com outros sistemas de aprendizagem, e outros fatores que podem afetar a decisão da troca deste produto por outro.

****Caraterísticas ou extras adicionados ao produto que podem ser, ou não, acrescidos ao custo.

Refira-se, ainda os *Massive Open Online Courses* (MOOC) que se tornaram uma tendência crescente no ensino superior. Estes cursos virtuais são dinamizados por professores credenciados de todo o mundo, para disseminar o conteúdo, inspirar a colaboração e avaliar o trabalho dos alunos. Um MOOC é composto pelo recurso, os vídeos e pela plataforma interativa, por vezes não possuem a componente avaliação, como é o caso da maioria dos cursos independentes não afetos a Universidades e, por isso, que não são certificados os formandos. Certas instituições universitárias fazem parcerias com os MOOC, com o intuito de ajudar os alunos completar a sua educação (Johnston, 2015).

As universidades europeias, com tradição de ensino à distância, como por exemplo, a Universidade Aberta, lançaram uma iniciativa conjunta neste domínio liderada pela *European Association of Distance Teaching Universities* (EADTU) e com o apoio da Comissão Europeia.

Seguidamente, descrevem-se algumas plataformas MOOC: *Udacity*, *Coursera* e *edX*.

Udacity Esta organização, fundada por Sebastian Thrun, David Stavens e Skolosky, da Universidade de Stanford, tem como objetivo "democratizar" a educação. Desta forma, qualquer pessoa pode frequentar um dos seus cursos e participar de uma comunidade crescente de alunos e de professores.

Coursera *Coursera*, um líder entre as empresas que oferecem MOOC, constitui uma organização, sem fins lucrativos, com parcerias com instituições universitárias oferecendo cursos *online* gratuitos. A empresa trabalha com as Universidades de Stanford (UK), de Edimburgo (UK) e da Virginia (USA), assim como outras instituições de todo o mundo.

As aulas incluem aulas em vídeo curtos e tarefas semanais. A plataforma permite que professores distintos ensinem milhares de estudantes, na qual cada um aprende ao seu ritmo e testam seus conhecimentos através de exercícios interativos .

edX A empresa *edX* é um produto fruto da parceria entre o Instituto de Tecnologia de Massachusetts (USA) e a Universidade de Harvard (USA), sem fins lucrativos, oferecendo cursos *online* gratuitos, abrangendo uma grande variedade de tópicos, tendo como princípio a colaboração e, também, é *open source*.

Conclui-se que, os ambientes de aprendizagem colaborativos permitem a gestão de alunos, disponibilização e acompanhamento *online* da aprendizagem, guardando os registos de atividade dos alunos. Existem sistemas *open source*, assim como, comerciais, tais como MOODLE e *WebCT*(*Blackboard Learning System*), respetivamente. Os LMS são utilizados pelos alunos para organizar sua experiência de aprendizagem, colaborando com os seus colegas. Por outro lado, os professores divulgam conteúdos educativos e acompanham, analisam e registam a evolução de cada aluno na sua disciplina ou formação (Leal, & Queirós, 2011). Além dos LMS referidos, é possível consultar uma lista extensa no LLMS (s.d.).

2.2.5 Ambientes de Aprendizagem Colaborativo com DGS

Como já foi referido e analisado na secção 2.1.1.1 existem diversos programas de geometria dinâmica que permitem a construção, análise e manipulação de objetos matemáticos, mas nenhum oferece um ambiente colaborativo que permita aos alunos interagir entre si (Santos, & Quaresma, 2015). Refira-se que estão disponíveis, atualmente, ambientes colaborativos, na área da geometria, como por exemplo, o *Geometriagon*, o *GeoThink* (Moriyón, Saiz, & Mora, 2008), o *Geometrix*, o *iGeom* (Isotani, Brandão,& Moura , 2005), o *Tabulae*[2] e o *Virtual Math Team* (Stahl, 2009), que descrevem-se nas próximas secções.

Geometriagon Este projeto, cuja base de dados de problemas é da responsabilidade do Centro de Pesquisa em Didática Ugo Morin de Paderno del Grappa, utiliza como ferramenta de construção com validação de figuras geométricas, o programa de geometria C.a.R. O *site* tem duas vertentes, a partilha e a competitividade. A primeira, possibilita a partilha de construções com régua e compasso virtual com o maior número possível de pessoas, oferecendo um grande repositório de construções geométricas. A segunda, pretende estimular os estudantes a serem autónomos e eficazes em construções geométricas, escolhendo os problemas a resolver e controlando o êxito das suas tentativas. Contém um *applet Java* que permite a construção de figuras geométricas com validação de uma determinada propriedade geométrica, sendo um sistema *Web*, de acesso gratuito.

GeoThink O ambiente *GeoThink* permite aos alunos e professores trabalharem colaborativamente, fazendo construções geométricas com régua e compasso virtuais. As construções baseiam-se em operações simples, tais como o desenho interativo de pontos, linhas e círculos com dependências entre eles. Este ambiente possibilita ao professor avaliar o trabalho realizado pelos alunos, de forma síncrona ou assíncrona, assim como, propor caminhos alternativos para os alunos seguirem e, posteriormente, proceder à sua avaliação.

[2] `http://tabulae.net/pcm/` consultado em 6 de fevereiro de 2016.

Geometrix O *Geometrix* é um projeto interdisciplinar da Universidade de Aveiro, agregando matemáticos, informáticos, educadores e desenhadores gráficos, dirigido aos vários graus de ensino, tendo por objetivo desenvolver ambientes de aprendizagem assistidos por computador para o ensino da matemática, com especial atenção no ensino da geometria.

iGeom Com este programa de geometria dinâmica gratuito e escrito em linguagem *Java*, além de ser possível explorar conceitos de programação (por exemplo algoritmos geométricos) admite um conjunto de recursos que ajudam o professor, particularmente com grupos de alunos de grande dimensão a construir e publicar exercícios na *Internet*. O objetivo do *iGeom* é apoiar o aluno nas construções geométricas passo a passo e disponibilizar material didático, para todos os níveis de ensino. Com o recurso de comunicação, cada exercício realizado pelo aluno no Sistema de Aprendizagem pela *Web* (SAW)+iGeom [3] é armazenado no banco de dados para que, posteriormente, o professor verifica a construção do aluno. Atualmente, quando o exercício está incorrecto, o *iGeom* envia a solução do aluno numa configuração que facilita a visualização do erro (contra-exemplo), caso contrário, envia a construção inicial (Isotani, Brandão,& Moura , 2005).

Tabulae O *Tabulae* é um programa de Geometria Dinâmica plana desenvolvido na Universidade Federal do Rio de Janeiro. Consiste num ambiente virtual que pretende promover a aprendizagem na área da geometria, de forma colaborativa e interativa, não apenas através da comunicação, mas também através da colaboração mediada por computador. Apoia a partilha de objetos matemáticos via *Internet* ou através das redes locais, sendo a comunicação baseada num protocolo aberto e bem definido, baseado na linguagem *eXtensible Markup Language* (XML).

Virtual Math Team O *Virtual Math Team* (VMT) é um projeto de investigação destinado ao discurso e aprendizagem colaborativa da matemática em rede. Este projeto baseia-se num

[3] sistema cliente/servidor para a gestão de cursos via *Web* (um LMS permitindo elaborar atividades interativas com módulos de aprendizagem).

modelo adoptado pelo projeto para a concepção de apoio pedagógico e *software* para a aprendizagem colaborativa da matemática *online*.

2.3 Aprendizagem Adaptativa – Comportamental

Os ambientes adaptativos oferecem uma forma avançada de ambiente de aprendizagem, pois o objetivo é adequar-se às necessidades de cada aluno. Para construir um perfil individual de aluno ou caminhos individuais de aprendizagem, estes ambientes recolhem a informação sobre as interações dos alunos quando estão em modo de trabalho individualizado. Os ambientes adaptativos fornecem uma personalização das necessidade de cada aluno (Chrysafiadi, & Virvou, 2013; Iglezakis, 2004; Lamb, Vallett, Akmal, & Baldwin, 2014; Triantafillou, Pomportsis, & Demetriadis, 2003), construíndo modelo de aluno com diferentes objetivos e percursos de aprendizagem (Brusilovsky, 2001).

A aprendizagem adaptativa é baseada no comportamento durante a realização das tarefas, no conhecimento e nas preferências de aprendizagem de cada aluno. Evidentemente que as tarefas são definidas pelo professor, tendo em conta o nível de conhecimento e preferência de aprendizagem de cada aluno, as suas competências e seu percurso de aprendizagem.

O modelo de aluno constrói-se de acordo com o conhecimento e o comportamento do aluno num dado momento, permitindo uma descrição, tanto quanto possível, completa e precisa, de todos os aspetos relativos ao comportamento do aluno quando utiliza o sistema. Com o modelo de aluno, adapta-se e apresenta-se a informação mais interessante e ajuda-se o aluno, durante a realização da sua tarefa. Para um sistema de aprendizagem ser “inteligente”, deve ser capaz de se adaptar ao aluno aquando da utilização do sistema, o que só se atinge se se conhecer o modelo de aluno. A base de construção de conhecimento do comportamento do aluno ajudará a definir as caraterísticas dos alunos por forma a ser mais fácil adaptar os conteúdos.

Para a implementação do modelo do aluno, existem técnicas (Kobsa, 2001), baseadas no conhecimento e no comportamento de cada aluno.

A adaptação de acordo com o conhecimento resulta, tipicamente, de dados recolhidos através de questionários, inquéritos e estudos sobre o utilizador, com o propósito de produzir

um conjunto de heurísticas. Por outro lado, a adaptação comportamental deriva, geralmente, da supervisão e recolha de informação do utilizador durante a sua atividade.

Os ambientes de *e-learning* adaptativos ajudam os utilizadores adequando-lhes o conteúdo e ajustando-lhes o percurso da aprendizagem. Dependendo do sistema adaptativo de *e-learning*, escolhe-se de entre uma variedade de estratégias de aprendizagem diferentes e tecnologias para prever e recomendar o conteúdo de aprendizagem (Ghali, & Cristea, 2009). Isto consegue-se com o aparecimento de hiperligações ou simplesmente com a recomendação de ações e recursos. Muitos sistemas adaptativos concentram-se nos estilos de aprendizagem e nos hábitos dos alunos, sendo poucos os que se dedicam a compreender as competências dos alunos (Yarandi, Jahankhani, & Tawil, 2013).

Por outro lado, o Sistema de Tutor Inteligente (STI) (subsecção 2.3.1) utiliza-se dentro dos sistemas de *e-learning* para se adaptar, não apenas para as atividades pedagógicas, mas também para ajudar o aluno.

2.3.1 Sistemas Tutoriais

Um sistema tutor consiste num tutor artificial que acompanha o aluno na resolução de problemas, complementando o trabalho do professor. Um sistema tutor constrói um perfil para cada aluno e estima o seu nível de conhecimento, permitindo alterar a tutoria em tempo real, ajustando-a de forma a interagir de forma mais eficaz com o aluno.

O STI tenta identificar caraterísticas do aluno através da obtenção e extração de recursos que sugerem determinadas atividades no sistema, bem como saber como reagir a alguns exercícios em tempo real. O STI, dependendo do modelo de escolha (centrado no aluno, suporte ao aluno, tutor, etc.) pode-se concentrar apenas no nível pedagógico.

O STI pode ser utilizado em níveis diferentes ou quando estão a ser usados, introduzindo uma ferramenta de *e-learning* adaptativa *Web* 2.0, desenvolvida para suportar uma variedade de caraterísticas: ações colaborativas; paradigma de aprendizagem em grupo; ferramentas de redes sociais (classificação de grupo, etiquetas, comentários, etc.) (Ghali, & Cristea, 2009).

Existem alguns sistemas recentes na área da geometria, tais como, *Advanced Geometry Tutor* (AGT) (Matsuda, & VanLehn, 2005), o *AgentGeom* (Cobo, Fortuny, Puertas, & Richard, 2007), o *Baghera* projeto (Laboratoire Leibniz, 2003), o *Cabri-Géomètre* (Luengo,

2005), o *Geometry Explanation Tutor* (Aleven, Popescu, & Koedinger, 2002), *geogebraTUTOR* (Richard, Fortuny, Hohenwarter, & Gagnon, 2007), o *Hypatiamat* (Cueli, González-Castro, Krawec, Núñez, & González-Pienda, 2015), o *Mathematics Collaborative Learning Platform* (PCMAT) (Martins, et al., 2011) e o *Tutoriel Intelligent en Géométrie* (*TURING*) (Richard, & Fortuny, 2007).

AGT O tutor ensina a escrita de uma demonstração com a sua construção através de uma estratégia de resolução que utiliza duas colunas (a proposição e a justificação), na qual se pode andar para a frente e para trás na escrita da demonstração. O sistema é orientado e o aluno segue os passos previstos, o tutor fornece uma pista se o aluno erra. Ao contrário de outros tutores, o AGT não tem um botão "Ajuda". O tutor usa estruturas pró-ativa e reativa (reage a estímulos), a primeira ocorre antes de cada etapa da demonstração, enquanto a segunda ocorre após esta etapa (Matsuda, & VanLehn, 2005).

AgentGeom Sistema tutorial concebido como um sistema multi-agente híbrido que combina as *interfaces*, com dois agentes artificiais – o agente tutor (estrutura reativa) e agente mediador (recebe as entradas dos alunos e professor). Os agentes são criados de acordo com as especificidades de uma situação e um determinado problema didático, o sistema retorna uma mensagem, dependendo da natureza do processo em curso (resolvendo ou escrevendo a solução), bem assim como sobre as ações heurísticas do aluno ou o valor discursivo. O modelo interativo do aluno baseia-se em gráficos de construção inferencial e especializado (Cobo, Fortuny, Puertas, & Richard, 2007).

Baghera Sistema multi-agente, três agentes para o aluno e dois para o professor. O aluno tem um agente mediador, um tutor e o seu *interface* pessoal enquanto que, o professor usa agente assistente e o seu *interface* pessoal. Consiste num ambiente baseado na *Web* para a aprendizagem, capaz de desenvolver demonstrações geométricas. O aluno escreve uma solução e uma demonstração, e verifica a construção geométrica. O sistema retorna um arquivo com a demonstração comentada, passo a passo, e ainda notações atestando se está

correto ou não. Este arquivo também contém uma série de anotações globais indicando se a demonstração satisfaz as hipóteses do problema dado (Laboratoire Leibniz, 2003).

Cabri-Géomètre Para cada declaração escrita pelo aluno, o sistema verifica se se refere a um objeto da forma construída ou se a propriedade pode ser comprovada por um dos guias do *Cabri-géomètre*. Quando o aluno invoca uma definição ou um teorema, o sistema averigua a coerência das deduções ou a consistência da demonstração, automaticamente ou a pedido do aluno (Luengo, 2005).

geogebraTUTOR O geogebraTUTOR refere-se a um sistema tutorial e a uma abordagem para a aprendizagem, com a utilização do programa de geometria dinâmica, GeoGebra. O desenvolvimento do projeto baseia-se num processo de adaptação mútua entre o desenvolvimento da ferramenta (sistema tutorial) e seu uso em situações de ensino (instrumentação). Os conteúdos disciplinares (competências, conceitos, processos, projetos, atitudes, ...) incidem sobre a geometria do ensino secundário e no desenvolvimento das competências do programa do ensino secundário (Richard et al., 2007).

Geometry Explanation Tutor Com base nas normas tutoriais cognitivas, o sistema ao reconhecer uma dada lacuna do conhecimento geométrico do aluno, constrói um percurso alternativo apropriado de acordo com a arquitetura curricular. Por exemplo, quando o aluno escreve a justificação de uma inferência, o sistema tem um diálogo tutorial que retorna uma mensagem de acordo com um conjunto de explicações corretas ou parcialmente corretas (Aleven et al., 2002).

Hypatiamat Consiste num *site* com muitas aplicações hipermédia centradas nos conteúdos de Matemática do 5.° ao 9.° ano, que proporcionam um ambiente de aprendizagem personalizado. O desenvolvimento da ferramenta está alinhado com a lógica subjacente aos princípios da aprendizagem auto-regulada (Cueli et al., 2015).

PCMAT É um *Educational Adaptive Hypermedia Tool*, baseado na avaliação auto progressiva (exercícios, tarefas, etc.) e adaptada ao modelo de estudante e aos estilos de aprendizagem. A plataforma de aprendizagem foi implementada, testada e avaliada em processos de aprendizagem nas escolas básicas (Martins et al., 2011). É uma plataforma de apoio ao ensino da Matemática para o Ensino Básico.

TURING Refere-se a um sistema multiagente híbrido e visa a aprendizagem de geometria (Richard, Fortuny, El-Khoury, & Aïmeur, 2005). O sistema é uma aplicação de *software*, programado em *Java* num ambiente cliente-servidor (Richard, & Fortuny, 2007).

A utilização da tecnologia para auxiliar o processo de ensino e de aprendizagem representa uma das áreas, na qual as aplicações de STI têm tido um maior desenvolvimento nos últimos tempos. O STI na educação constitui um sistema que pode ser utilizada tanto por professores como por alunos, oferecendo, ainda, a vantagem de poder ser utilizado por diversos utilizadores. O STI é um ambientes de aprendizagem que permite acompanhamento e a avaliação dos alunos, devolve *feedback* e fornece dados úteis para melhorar os caminhos de aprendizagem individual. As componentes de uma arquitectura de um STI estão de acordo com o modelo currículo adaptado, modelo aluno, modelo tutorial e modelo *interface* de utilizador (Yang, 2010).

O modelo currícular adaptado contém o conteúdo disponibilizado, o modelo aluno contém informações do aluno que utiliza o sistema, o modelo tutorial contém estratégias de aprendizagem e o modelo *interface* de utilizador responsável pela administração das interações do sistema com o aluno.

Dentro do STI realça-se os sistemas que têm por base os estilos de aprendizagem (*Hypatiamat* e PCMAT) e destaca-se, ainda, o sistema multi-agente (*Baghera*), nos quais os agentes do sistema suportam uma aprendizagem informal e personalizada.

2.4 Conclusão

A função de mediação de um computador relaciona-se com a possibilidade de criar um canal de comunicação entre o professor e o aluno com base numa linguagem comum. A linguagem de computador abre a comunicação entre o utilizador e a máquina, mas, ao mesmo tempo, abre-se um canal de comunicação entre o aluno e o professor. Por outras palavras, a relação entre o aluno e o professor transforma-se através da introdução do computador, tornando a comunicação entre os dois mais eficiente e interativa (Mariotti, 2002).

A disponibilidade de programas de geometria dinâmica, em sala de aula, com capacidades gráficas dinâmicas deu um novo impulso à exploração matemática e, em particular despertou uma maior atenção no ensino e na aprendizagem da geometria.

Contudo, estes programas não permitem a realização de tarefas de forma a que os professores possam acompanhar, à distância, o seu desenvolvimento e com a possibilidade de *feedback*, nem que os colegas de grupos possam trabalhar de forma colaborativa em espaços físicos diferentes. Os ambientes colaborativos referidos, não permitem a realização de tarefas colaborativamente com DGS.

Além disso, os ambientes colaborativos desenvolvidos com a integração de DGS não permitem uma aprendizagem adaptativa, na qual o professor tenha acesso ao percurso do aluno. Por último, os ambientes tutoriais falham na componente colaborativa. Desta forma, considera-se importante e necessário idealizar um sistema que integre as componentes anteriormente descritas num todo coerente, objetivo essencial e que será exposto e desenvolvido no capítulo 4.

3. METODOLOGIA

Para Fonseca (2002) “o ser humano é, por natureza, um animal curioso. Desde que nasce interage com a natureza e os objetos à sua volta, interpretando o universo a partir de referências sociais e culturais do meio em que vive” (p. 10). O homem assimila os conhecimentos através das sensações que os objetos, a natureza e tudo o que lhe envolve o transmite. Com estas sensações elabora representações e constrói o conhecimento, que pode ser apenas o senso comum ou o conhecimento científico.

Segundo Lehfeld e Barros (1991), a investigação científica tem por objetivo descobrir e interpretar os factos que pertencem a uma certa realidade. A investigação processa-se de forma contínua através de aproximações sucessivas da realidade, contribuindo para a ciência, pois apresenta um caminho com objetivos determinados, regras e procedimentos definidos na investigação científica (Gerhardt, & Silveira, 2009).

A investigação científica (quer seja investigação quantitativa ou qualitativa) tem por base alguns pressupostos subjacentes sobre o que constitui uma investigação “válida” e quais os métodos de investigação mais adequados.

Guba e Lincoln (1994) sugerem quatro paradigmas subjacentes para a investigação qualitativa, o positivismo, o pós-positivismo, a teoria crítica e o construtivismo. Por outro lado, Orlikowski e Baroudi (1991), na sequência de Chua (1986), sugerem três categorias: o positivismo, o crítico e o interpretativo.

A investigação qualitativa desenvolve-se de forma positivista, crítica ou interpretativa. Daqui resulta que a escolha de um método de pesquisa qualitativa específica (tal como o método de estudo de caso) é independente da posição filosófica subjacente adotada. Por exemplo, a investigação por estudo de caso pode ser positivista (Yin, 2003), interpretativa (Walsham, 1995), ou crítica, e o mesmo se aplica à investigação-ação, dependendo do pressuposto subjacente ao investigador (Carr, & Kemmis, 1986).

As posições filosóficas, positivista, crítica ou interpretativa, descrevem-se nos parágrafos seguintes.

Investigação Positivista Os positivistas assumem, geralmente, que a realidade é objetivamente dada e pode ser descrita por propriedades mensuráveis que são independentes do investigador. Estudos positivistas, na maioria dos casos, tentam testar a teoria, numa tentativa de aumentar a compreensão do fenómeno preditivo. Segundo Orlikowski e Baroudi (1991) esta investigação classifica as evidências em medidas quantificáveis de variáveis, testes de hipóteses e ainda as inferências sobre um fenómeno, a partir da amostra para uma certa população declarada.

Investigação Crítica Os investigadores assumem que a realidade social é construída, é produzida e reproduzida pelas pessoas. Embora as pessoas possam agir, conscientemente, para mudar as suas circunstâncias sociais e económicas, os investigadores reconhecem que a sua capacidade de o fazer é limitada por condicionantes sociais, culturais e políticas. A principal tarefa da investigação crítica é vista como sendo uma crítica social, na qual as condições restritivas e alienantes do *status quo* são trazidas à luz do dia. A investigação crítica centra-se nas oposições, conflitos e contradições na sociedade contemporânea procurando ser emancipatória, ou seja, deve ajudar a eliminar as causas da alienação e dominação (Järvinen, 2012).

Investigação Interpretativa Baseia-se na suposição de que o acesso à realidade (vista ou socialmente construída) se efetua, apenas, através de construções sociais, como a linguagem, consciência e significados compartilhados. A investigação interpretativa é hermenêutica e fenomenológica. Estudos interpretativos, normalmente, tentam entender os fenómenos através dos significados que as pessoas lhes atribuem. Os métodos de interpretação têm como finalidade produzir uma compreensão do contexto e do momento e o processo pelo qual a informação pode ser influenciada pelo contexto. A investigação interpretativa não predefine as variáveis dependentes e independentes, mas concentra-se na globalidade dos significados tal como a situação é entendida (Goldkuhl, 2008, 2012; Walsham, 1995).

Nas subsecções seguintes descrevem-se as metodologias usadas durante os diferentes estudos, dando especial atenção às suas caraterísticas, limitações e vantagens.

3.1 Investigação Qualitativa

A investigação qualitativa carateriza-se pela imersão do investigador no contexto a ser pesquisado, isto significa que estuda os sujeitos da investigação no seu ambiente natural, tentando dar sentido ou interpretando os fenómenos, segundo o significado que os investigadores lhe atribuem. Na investigação qualitativa, os procedimentos metodológicos mais importantes consistem na interpretação e na avaliação (Almeida, & Freire, 2008):

- pretende-se compreender e interpretar a realidade;
- importa a compreensão integral dos fenómenos e não a análise isolada dos seus constituintes;
- procede-se por generalizações provisórias, que se alteram por efeitos do contexto e do tempo;
- podem-se estudar casos isolados;
- explica-se com base na indução e na interpretação das diferenças;
- investiga-se em contexto;
- não se permite replicação das investigações;
- desenvolve-se a sensibilidade do investigador;
- utilizam-se estratégias flexíveis e ajustáveis.

A metodologia qualitativa de natureza interpretativa não privilegia uma única prática metodológica em relação às restantes (Denzin, & Lincoln, 2007). A adoção da metodologia de tipo qualitativo, segundo Bogdan e Biklen (1994), tem algumas caraterísticas fundamentais, tais como: a fonte direta dos dados é o ambiente natural, em que o investigador se centra mais no processo do que nos resultados, ou produtos, interessando-se pelo ponto de vista dos participantes e pelo modo como os significados são interpretados.

Pontos Fracos Uma das desvantagens das abordagens qualitativas reside na interpretação dos textos ou na ambiguidade do significado de uma palavra. Por outro lado, as suas conclusões não podem ser generalizadas para populações mais amplas, com o mesmo grau de segurança que as abordagens quantitativas (secção 3.2). De facto, porque os resultados da investigação não são testados para descobrir se são estatisticamente significativos ou se o são devido ao acaso.

Pontos Fortes A investigação qualitativa facilita a compreensão sobre o estudo de um dado fenómeno, onde as questões e temas abrangidos podem ser avaliados em profundidade e em detalhe. Os dados da investigação qualitativa dependem da experiência do investigador, fortalecendo os dados recolhidos através da investigação quantitativa. Com este método, o investigador tem uma visão clara sobre o que esperar, recolhendo os dados observados de forma a ligar todo o estudo.

3.1.1 Estudo de Caso

O estudo de caso é o método qualitativo mais comum (Orlikowski, & Baroudi, 1991) e implementa-se quando o investigador tem interesse em pesquisar uma situação singular, particular, sempre bem delimitada, estando os seus contornos claramente definidos no desenvolvimento do estudo. De facto, Yin (2003) afirma que "um estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenómeno contemporâneo dentro de seu contexto de vida real, especialmente quando as fronteiras entre fenómeno e o contexto não são claramente evidentes" (p. 13). Ponte (1994) afirma, ainda, que o estudo de caso é "uma investigação que se assume como particularística" (p. 2). Yin (2003) e Benbasat, Goldstein e Mead (1987) defendem a investigação de estudo de caso positivista, enquanto Walsham (1995) é um defensor do estudo de caso interpretativo em profundidade.

Benbasat, Goldstein e Mead (1987) consideram que o estudo de caso deve possuir as seguintes caraterísticas:

- o fenómeno é observado no seu ambiente natural;

- os dados recolhidos são obtidos por múltiplos meios (observações diretas e indiretas, entrevistas, questionários, registos de áudio e vídeo, diários, cartas, entre outros);
- uma ou mais entidades (pessoa, grupo, organização) são analisadas;
- a complexidade de uma parte é estudada profundamente;
- os estudos de caso são susceptíveis de situações de exploração, classificação e desenvolvimento de hipóteses no processo de construção do conhecimento;
- não são utilizadas formas experimentais de controlo ou manipulação;
- o investigador não precisa especificar, antecipadamente, o conjunto de variáveis dependentes e independentes;
- os resultados dependem, fortemente, do poder de integração do investigador;
- podem ser feitas mudanças na seleção do caso ou dos métodos de recolha de dados, à medida que o investigador desenvolve novas hipóteses;
- a investigação é útil quando envolve as questões "como?" e "porquê?", ao contrário de "o quê?" e "quantos?";
- o foco é sobre os registos contemporâneos.

O objetivo do estudo de caso, segundo Yin (2001), é explorar, descrever ou explicar, enquanto que, segundo Guba e Lincoln (1994), consiste em relatar os factos como sucederam, descrever situações ou factos, proporcionar conhecimento acerca do fenómeno estudado e comprovar, ou contrastar, efeitos e relações presentes. Analisar e descrever constituem os propósitos definido por Ponte (1994) aos quais Merriam (1988) acrescenta um terceiro objetivo, avaliar.

Pontos Fracos Um estudo de caso tende a ser muito extenso, muito detalhado e exige muito tempo para ser concluído. Por outro lado, o investigador tem de decidir sobre a quantidade de informação a descrever, a analisar ou simplesmente resumir, o que aumenta a sua responsa-

bilidade. Neste contexto, o investigador decidirá entre o que colocar na descrição do estudo, que estudos comparar, que generalizações fazer e se pretende, ou não, proteger o anonimato das pessoas envolvidas na investigação (Stake, 2005).

Os estudos de caso qualitativos são limitados, também, pela sensibilidade e integridade do investigador. De facto, o investigador é o principal instrumento de recolha de dados e de tratamento de dados o que pode ter as suas desvantagens. Como não há diretrizes na construção do relatório final, o investigador terá de confiar nos seus próprios instintos e competências durante a maior parte da investigação.

Guba e Lincoln (1981) referem haver "problemas incomuns de ética" (p. 111), revelando uma preocupação sobre o estudo de caso e em particular a sua avaliação.

Pontos Fortes O estudo de caso oferece um meio para investigar unidades complexas, consistindo de múltiplas variáveis para a compreensão de um dado fenómeno. Apoiado em situações da vida real, os resultados do estudo de caso geram um relato rico e uma visão geral de um fenómeno. O estudo de caso oferece uma forte compreensão dos significados dos fenómenos que ajudam as investigações. O estudo de caso concentra, numa única unidade e numa única instância, a questão da generalização mais do que em outros tipos de investigação qualitativa.

3.1.2 Investigação-Ação

O termo "investigação-ação" utiliza-se, por um lado, para referir um método de investigação social e por outro lado, um método da "ciência da ação". A terminologia "investigação-ação" começou como uma abordagem à investigação social e, ao longo da sua história, foi aumentando também a sua importância na área dos sistemas de informação (Baskerville, 1999; Baskerville, & Wood-Harper, 1996). Na sua essência a investigação-ação processa-se em duas fases (Blum, 1955): fase de diagnóstico, que envolve uma análise colaborativa da situação entre o investigador e os sujeitos da pesquisa; e a fase de procedimento, que abrange experiências de mudança de colaboração, onde se introduzem alterações e se estudam os seus efeitos. Não há um processo puramente sequencial em investigação-ação. Os teóri-

cos dos modelos de investigação-ação baseiam-se em espirais ou ciclos nos quais, pensar, fazer e ver, se entrelaçam e se repetem durante a atividade de investigação. Por exemplo, para alguns autores, o processo de investigação-ação segue uma certa ordem/lista de metas (planeamento, ação e reflexão (Lewin, 2015)): [1]

- Planeamento
  - identificar o problema;
  - esclarecer quais as mudanças que se podem fazer para superar o problema. Delinear o trabalho de investigação. Quais são os resultados que se esperam?
  - considerar as raízes culturais, profissionais, sociais, etc. e a influência que poderão ter sobre o plano de investigação;
  - manter o planeamento em aberto. Estar preparado para mudanças do foco e rever o problema original, se necessário;
  - garantir que o trabalho de investigação seja o mais realista possível;
  - estabelecer o tempo que se julgue necessário para eventuais mudanças;
  - assegurar que os recursos de apoio e as pessoas envolvidas possam ser mobilizados na investigação.
- Ação
  - esclarecer a parte da ação da investigação-ação;
  - experiência com alunos ou colegas, manter todas as pessoas envolvidas informados à medida que se avança com as investigações;
  - recolher informações, por exemplo, notas de campo pessoais, dados de questionário, avaliações, etc.;

[1] www.psicopolis.com/Kurt/AR1gb.htm consultado em 3 de janeiro de 2016.

  - analisar os dados recolhidos. O que mudou? Como se pode mostrar isso? Identificar o que falta ou colocar questões de investigação adicional;
  - sintetizar os dados.

- Reflexão
  - adotar uma abordagem de formação para a investigação, de forma a estar aberto a novos problemas, orientações e revisões. Investigação-ação não é um trabalho de investigação finito, porque os processos de entrada são em espiral, em que um investigador reflete em todos os momentos;
  - distinguir entre o plano pessoal e o plano profissional, colocar questões sobre a sua prática e os pressupostos de ambas as áreas;
  - estar aberto aos resultados não intencionais e eventuais erros;
  - considerar as questões éticas de valor relativas à investigação.

O objetivo principal da investigação-ação consiste em implementar ações de forma iterativa, nas quais podem ser incluídas novas alterações, tecnologias e medidas significativas de trabalho, como a qualidade dos resultados da investigação produzida e a viabilidade da solução. A investigação-ação processa-se em ciclos, incluindo planeamento, ação e reflexão, na qual a ação, a ser realizada, é continuamente projetada e avaliada com resultados de investigação emergentes ao longo destes ciclos (Hayes, 2011).

Pontos Fracos Baskerville (1999) refere que a investigação-ação está fora das chamadas técnicas positivistas, mas, como uma abordagem qualitativa/interpretativa é geradora da falta de critérios gerais para fundamentação como um processo sem ambiguidades, fazem desta abordagem uma escolha difícil na divulgação de informação científica. Pelo facto do investigador se relacionar com o ambiente da investigação pode perder a objetividade perante o estudo, provocando alguma instabilidade na questão de ética na investigação. A investigação-ação não é exequível perante investigadores com pouca experiência, pois não têm tanta autonomia para apontar um problema que desejam investigar.

Pontos Fortes A investigação-ação é uma metodologia que aceita várias perspetivas do estudo e encontra formas de incorporar estas perspetivas em formas aceitáveis de compreensão, permitindo resolver o problema investigado. O envolvimento do investigador é elevado, tanto por intervir quanto por colaborar com os participantes, de forma a possibilitar obter mais informações sobre o estudo e facilitando o seu aperfeiçoamento. Já a caraterística iterativa do método possibilita que o investigador reveja, criticamente, as ações realizadas e redirecione o rumo da investigação mediante os resultados obtidos.

3.1.3 Etnometodologia

Segundo Garfinkel e Rawls (2002) "a tarefa permanente da etnometodologia é examinar os fatos sociais (...)" (p. 251), que envolve o estudo social de regras, e rituais subjacentes, comuns a atividades sociais e interações, ou seja, em que se observa as práticas correntes de trabalho, de relacionamentos, de aprendizagem, etc.

Segundo Rawls (2008) "cada ação requer ordem, e a elaboração empírica em como é alcançado por dispositivos sequenciais e de atenção reflexiva..." (p. 703). Ao contrário de explicar como o mundo social é produzido por meio de ações das pessoas, converge em como a interação social é alcançada, momento a momento, através da conversação e comunicação não-verbal, e como contabiliza as pessoas no seu desenvolvimento de experiências sociais.

Pode-se resumir a etnometodologia à análise de métodos e procedimentos utilizados para obter sucesso nas ações diárias. Algumas das condições reconhecem que os acontecimentos sociais não determinam o comportamento humano, mas sim o resultado da interação social. No fundo, esta metodologia, procura compreender a realidade social por meio da observação e da análise das práticas do dia a dia.

Pontos Fracos De acordo com Mercer (2010) os pontos fracos, são: difíceis usar este método quando há um grande volume de dados. Estima-se que a transcrição e análise de 1h de discussão, usando este método, levará entre 5h e 12h de investigação; esta abordagem será difícil utilizar para produzir generalizações convincentes, porque apenas podem ser dados exemplos específicos; e os investigadores estão abertos à escolha de seleção de exemplos

específicos para apoiar os seus argumentos.

Por outro lado O'Leary (2004) e Prasad (2005) referem, também, os seguintes pontos fracos: a dificuldade de obtenção de apoio experiente e ter que explicar, e justificar, a sua escolha metodológica; por vezes é negligenciado outros elementos chave da vida social, nomeadamente a emoção ou identidade; e há um equívoco ao se entender o trabalho interpretativo limitado apenas à análise de conversação.

Pontos Fortes Mercer (2010) refere alguns pontos fortes, que são: qualquer conversa transcrita permanece durante toda a análise (em vez de ser reduzido para categorias numa fase precoce) e, assim, o investigador não tem que fazer julgamentos iniciais sobre significados que não possam ser revistos; quaisquer categorias emergentes são geradas pela análise, e não por códigos com base em premissas prévias; em relatórios de investigação, os exemplos de conversação e de interação podem ser usados para mostrar ilustrações concretas da sua análise: os investigadores não pedem aos leitores que confiem na validade das categorizações abstraídas; o desenvolvimento da compreensão conjunta, ou a persistência dos aparentes mal-entendidos ou diferentes pontos de vista, podem ser prosseguidos através dos dados contidos na conversa transcrita; e porque o esquema analítico não está estabelecido à priori, a análise pode ser expandida para incluir considerações de quaisquer novos aspectos da comunicação que emergem dos dados.

Os seguintes pontos fortes, referidos por O'Leary (2004), são: o reconhecimento do trabalho individual de interpretação, tal como os métodos utilizados para explorar esse trabalho; outra forma de estudar uma cultura; e uma forma de investigar como certos tipos de interações são desempenhadas.

3.1.4 Análise de Conteúdo/Análise Crítica do Discurso

A análise crítica do discurso constitui uma direção, uma abordagem sobre os estudos do discurso. O objetivo na análise do discurso é que concede uma forma diferente ou perspetiva de teorização, análise e aplicação em todo o campo da análise. Pode-se encontrar uma perspetiva mais ou menos crítica em áreas tão diversas como a análise de conversação, a análise

narrativa, a retórica, entre outros (van Dijk, 2001).

Fairclough e Wodak (1997, pp. 271-280, citado por van Dijk (2001)) resumem os principais princípios da análise crítica do discurso da seguinte forma:

- aborda problemas sociais;
- as relações de poder são discursivas;
- a sociedade e a cultura são caraterizadas pelo discurso;
- o discurso faz o trabalho ideológico;
- o discurso é histórico;
- a ligação entre o texto e a sociedade é mediada;
- a análise do discurso é interpretativa e explicativa;
- o discurso é uma forma de ação social.

A análise de conteúdo constitui um conjunto de técnicas ou instrumentos metodológicos que se aperfeiçoam constantemente e se aplicam a discursos diferenciados (Bardin, 1977). De facto, segundo Bardin (1977) a análise de conteúdo "não se trata de um instrumento, mas um leque de apetrechos; ou, com maior rigor, um único instrumento, mas marcado por uma grande disparidade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto: as comunicações" (p. 31). Além disso, este autor refere que o método de pré-análise de conteúdo consiste em tratar a informação a partir de uma estrutura específica, com o início na análise, na qual se escolhe os documentos, se formulam hipóteses e objetivos para a investigação; na exploração do material, na qual se aplicam as técnicas específicas segundo os objetivos e no tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

A abordagem de análise de conteúdo promove uma forma de investigação que procura responder perguntas do tipo "o quê?" e "quanto?", após o que codifica a informação recolhida e avalia os problemas para apontar soluções. Por outro lado, procura compreender e responder a perguntas do tipo "de que maneira?" e "como?", servindo de melhor forma para compreender as diferentes formas de discurso e como produzem novos significados.

Pontos Fracos Uma das limitações da análise de discurso consiste nas opções disponíveis poderem trazer às questões de metodologia alguns problemas, pois cada um tem a sua posição epistemológica, conceitos, procedimentos e uma compreensão particular do discurso e da análise do discurso, em geral, o significado nunca é fixo e por isso, tudo está sempre em aberto para a interpretação. Quanto à análise de conteúdo, esta é suscetível às interpretações dos investigadores, que podem afetar a recolha, análise e interpretação dos dados e, desta forma, podem prejudicar a contribuição do estudo. Também se limita a mencionar elementos específicos da comunicação e a abordagem exploratória dificulta algumas considerações de perspectivas teóricas. Por outro lado, produz dados categóricos, que, embora sejam ricos em descrição, classificação e identificação, são menos sensíveis a subtilezas da comunicação, que podem ser percebidas e realizadas em outras formas de investigação.

Pontos Fortes A análise de conteúdo tem uma abordagem objetiva nos seus procedimentos, uma vez que estes são claros e precisos. Os procedimentos estão definidos previamente, rigorosamente e estão sempre disponíveis para a consulta.

3.2 Investigação Quantitativa

O método quantitativo utiliza a matemática como uma linguagem, para o tratamento estatístico de dados, para descrever fenómenos, na qual os estudos são planeados para excluir ao máximo a influência e interferência dos investigadores. A investigação quantitativa caraterizase segundo (Almeida, & Freire, 2008) por:

- pretender explicar, controlar, predizer;
- encarar a natureza como pré-determinada, externa, fragmentária e estática;
- ser considerada como algo duradouro não dependente do contexto ou do tempo;
- debruçar-se sobre múltiplos casos;
- explicar com base na dedução, na quantificação e nas semelhanças;

- investigar em condições estáveis, porque assim se consegue um maior controlo da ação da variável;
- os instrumentos serem precisos e a investigação replicável;
- utilizar instrumentos que garantam objetividade, estratégias fixas e inalteráveis.

Pontos Fracos A utilização, apenas, deste método compromete o significado, em detrimento do rigor e precisão exigidos pela análise matemática não permitindo uma análise de relações. Os resultados são considerados como verdades absolutas, sem margem para outras interpretações.

Pontos Fortes A investigação quantitativa permite ao investigador medir e analisar dados. A relação entre uma variável independente e dependente é estudada em detalhe. Isto é vantajoso porque o investigador é mais objetivo sobre os resultados da investigação. A investigação quantitativa usa-se para testar hipóteses em experiências, devido à sua capacidade para medir os dados usando a estatística.

3.3 Validade e Fiabilidade

Na maioria das investigações, a validade e a fiabilidade não são simples de avaliar. A investigação quantitativa, possui caraterísticas predominantemente hipotético-dedutivas, por outro lado, a investigação qualitativa, geralmente assume uma abordagem indutiva e interpretativa que adotarão aspetos diferentes em cada tipo de investigação.

As investigações quantitativa e qualitativa são abordadas utilizando diferentes instrumentos de recolha de dados. Sugere-se que a fiabilidade é uma condição necessária mas não suficiente para a validade da investigação; fiabilidade é uma condição necessária de validade, e a validade pode ser uma condição necessária, mas não suficiente para a fiabilidade.

Brock-Utne (1996) alega que é excesssiva a opinião, generalizada na literatura, de que a fiabilidade é o único factor a preservar na investigação quantitativa. A validade refere-se à medida de um teste, o que na verdade é o que queremos medir e a fiabilidade tem a ver com

a precisão e exatidão de um procedimento de medição. Uma parte importante para a validade circunstancial, que é também uma ponte para discussões posteriores da fiabilidade, é a triangulação.

A triangulação é um procedimento sólido (validade) onde os investigadores procuram convergências entre múltiplas e diferentes fontes de informação para formar temas ou categorias num estudo (Creswell, & Miller, 2000). Cohen, Manion e Morrison (2007) definem triangulação como uma "tentativa de descrever, ou explicar mais detalhadamente, a riqueza e a complexidade do comportamento humano, estudando-o de mais de um ponto de vista" (p. 141). De acordo com O'Donoghue e Punch (2003), a triangulação é um "método de cruzamento de dados de várias fontes para procurar regularidades nos dados de pesquisa" (p. 78).

3.4 Estudo Desenvolvido

Ao desenvolver uma investigação deve estar ciente de os vários métodos utilizados possuem as suas limitações e as tendências inerentes a um método podem neutralizar as distorções oriundas de outros métodos. A triangulação das fontes de dados permite procurar uma convergência entre o quantitativo e o qualitativo, de forma a adicionar mais rigor às investigações (Creswell, 1994).

Atendendo ao objetivo principal deste estudo—desenvolver um ambiente que favoreça a aprendizagem em geometria, dotado de um programa de geometria dinâmica para utilização em regime presencial e não presencial—implementaram-se múltiplas metodologias. Observa-se, na Figura 3.1, os aspetos essenciais do estudo levado a cabo ao decorrer desta investigação.

O estudo desenvolveu-se em diferentes níveis: tanto da aprendizagem da geometria como da aprendizagem colaborativa com a utilização da plataforma. Neste contexto, as opções metodológicas foram diversificadas consoante cada objetivo específico do estudo.

3.4.1 Opções Metodológicas Adotadas

A metodologia qualitativa de natureza interpretativa foi o fio condutor nas três fases do estudo.

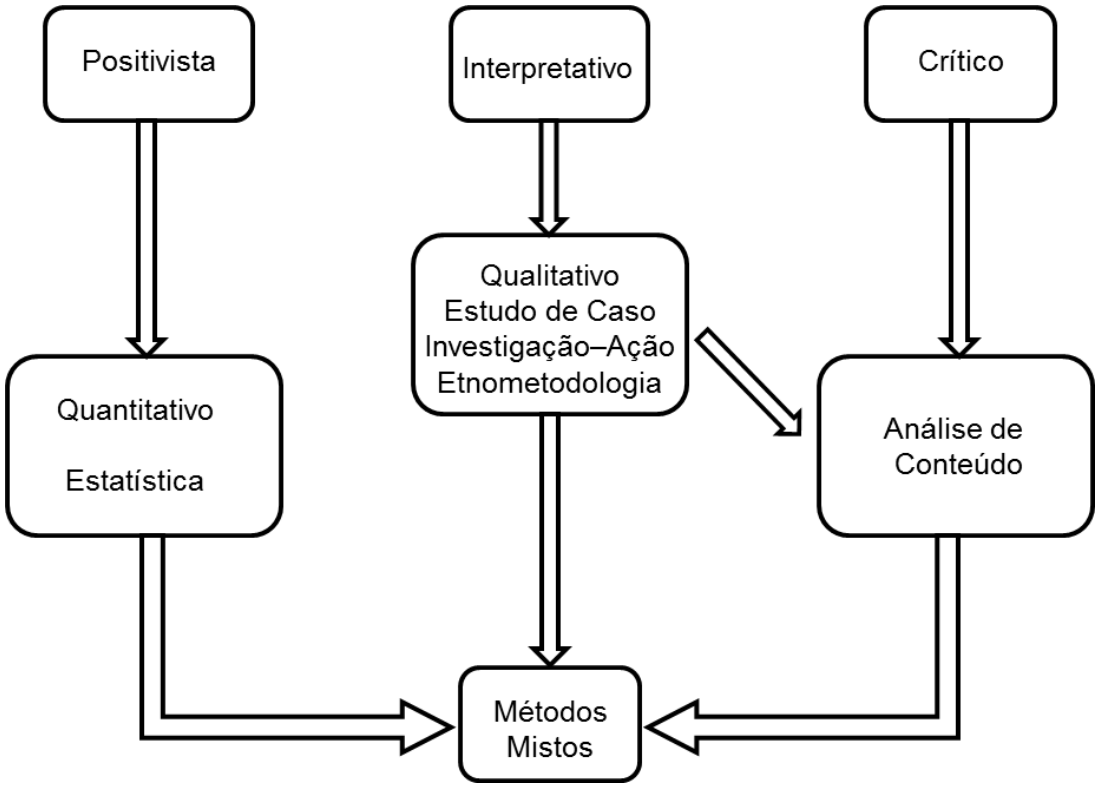


Figura 3.1: Metodologias utilizadas no estudo.

A metodologia quantitativa foi utilizada, pela variedade de questionários, com base na filosofia positivista, tendo como objetivo a generalização dos resultados dos questionários, estabelecer relação de causa-efeito e a previsão dos fenómenos, essencialmente, relacionar as variáveis, com descrições recorrendo ao tratamento estatístico dos dados recolhidos. Por último, uma outra abordagem metodológica aproxima-se da concepção fenomenológica-hermenêutica, que fundamentalmente, é a busca do conhecimento por meio da interpretação (Giorgi, 2006).

Fases do Estudo – Métodos Aplicados Nesta Tese, optou-se, por uma investigação baseada no estudo de caso, pois segundo Ponte (1994), “num estudo de caso interpretativo pretende-se conhecer a realidade tal coma ela é vista pelos atores que nela intervêm diretamente” (p. 8). Assim, a investigação tem caráter interpretativo, pois realizam-se estudos de caso interpretativos (Yin, 2001), visando descobrir os eventos que têm significado para os indivíduos que os experimentam e as interpretações desses significados pelo investigador.

De acordo com Yin (2003) “a necessidade distintiva para estudos de caso surge do desejo de compreender fenómenos sociais complexos” (p. 2), porque “o estudo de caso é um método que permite aos investigadores manter as caraterísticas holísticas e significativas de eventos da vida real” (p. 2), como os processos organizacionais e administrativos, por exemplo.

Na verdade, estudos de caso parecem ser a estratégia preferível quando as questões da forma “como” ou “porquê” são colocadas, quando o investigador tem pouco controlo sobre os eventos e quando o objetivo está num fenómeno contemporâneo da vida real dentro de certo contexto (Yin, 2003). Num dado momento a investigação também enveredou pela análise de conteúdo, pois havia a necessidade de analisar os textos dos *chat* nos momentos colaborativos entre os alunos.

Em simultâneo, aplicou-se uma outra abordagem, a investigação-ação, pois não se pretende somente entender o problema, mas também provocar mudanças (Latorre, 2003; Mejía, López, & Molina, 2007; O’Brien, 2001), verificadas ao longo de cada ciclo. Na Figura 3.2, observam-se os diversos ciclos de investigação-ação identificados.

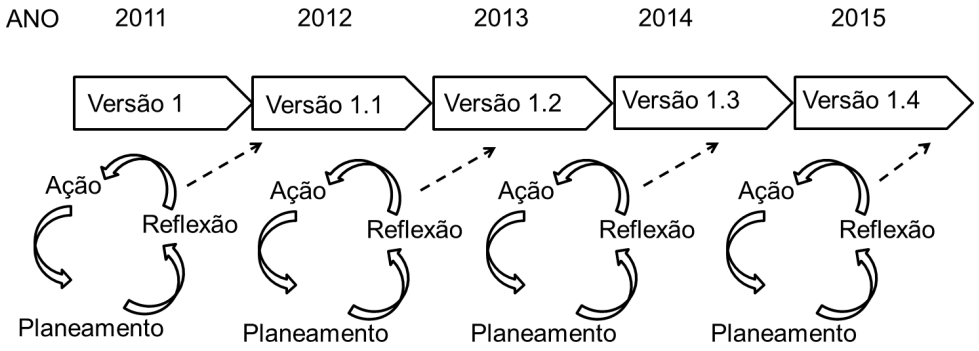


Figura 3.2: Os ciclos de desenvolvimento da plataforma *WGL*, ao longo do tempo.

Esta abordagem não estabelece, apenas, por avanços conceituais, mas também pelos resultados práticos e realizações no campo em que se pretende resolver o problema em questão (Hearn, & Foth, 2005).

A metodologia foi implementada por ciclos constantes de planeamento, ação, observação e reflexão, permitindo uma solução para o problema ou, pelo menos, dar um passo em direção a uma solução. Optou-se por esta metodologia para o desenvolvimento da plataforma. A cada fase de implementação, uma fase de ação, planeamento seguida de reflexão, na medida que, ao ser testada (por alunos e professores), a investigadora tomou nota das ocorrências e de

sugestões identificando os aspetos da plataforma que precisavam de aperfeiçoamento. Esta metodologia envolveu procedimentos que, ao serem estudados, permitiram introduzir mudanças e, depois, observar os efeitos produzidos por essas mudanças (Baskerville, 1999; Baskerville, & Wood-Harper, 1996).

A vertente etnometodológica permitiu analisar a conversação dos alunos, durante a realização das tarefas disponibilizadas previamente, enveredando por uma estratégia de análise de conteúdo e análise crítica do discurso, de forma a analisar como realizam uma tarefa de forma colaborativa.

Por fim, durante o estudo implementaram-se questionários e testes (aos alunos e aos professores) e esses dados recolhidos foram analisados sob a vertente dedutiva. O objetivo da metodologia quantitativa não se centrou na obtenção de conclusões generalizáveis da amostra, mas antes verificar o grau em que as perceções identificadas no estudo qualitativo eram partilhadas pelos participantes do estudo.

4. A PLATAFORMA *WGL*

Neste capítulo descreve-se o desenvolvimento da plataforma Laboratório de Geometria na Rede (em Inglês, *Web Geometry Laboratory – WGL*). A plataforma *WGL* carateriza-se por ser um ambiente de ensino presencial/não presencial, colaborativo, adaptativo e integrando um sistema de geometria dinâmica. A plataforma visa melhorar o nível de raciocínio geométrico do aluno.

4.1 Desenvolvimento da Plataforma

A plataforma *WGL*, teve a sua génese no *GeoThms*[1] — um sistema *Web* criado com o objetivo de fornecer um repositório comum de teoremas e demonstrações na área de problemas construtivos da geometria euclidiana (Quaresma, & Janičić, 2006; Quaresma, & Janičić, 2007). Baseado neste, sistema desenvolveu-se o sistema *GeoGCLC* o qual integrava o DGS, GCLC[2] (Janičić, 2006), assim como, um repositório de construções geométricas. As dificuldades encontradas na integração do sistema *GeoGCLC* na plataforma de gestão de aprendizagem MOODLE, como um módulo *Sharable Content Object Reference Model* (SCORM) (Wisher, 2009), levou à conclusão de que era necessário uma abordagem, mais flexível, em relação à integração de um DGS num ambiente de aprendizagem (Janičić, 2006; Santos, 2008; Santos, & Quaresma, 2008, 2010, 2010a), o que motivou o desenvolvimento da plataforma *WGL*.

O desenvolvimento da plataforma *WGL* conta com a colaboração da investigadora a nível da concepção e posterior validação da implementação. A colaboração a nível da concepção, consistiu em, por exemplo: a gestão de alunos por parte dos professores; a área colaborativa dos alunos; a disponibilização por parte do professor, diretamente nas áreas grupos/alunos durante a aula colaborativa; uma janela conversacional (*chat*); a sessão colaborativa dos alunos na sua área individual; entre outros.

[1] `http://hilbert.mat.uc.pt/GeoThms/`
[2] Geometry Constructions LaTeX Converter

A implementação do módulo colaborativo contou com a cooperação de Seifeddine Bouallegue[3] (Quaresma, Santos, & Bouallegue, 2013) e a implementação do módulo adaptativo contou com a cooperação de Juan Moral[4] (Quaresma, Santos, & Moral, 2014), ambos do programa de mobilidade, a nível mundial, de estudantes de Engenharia para experiência profissional.

4.1.1 Caraterísticas e Descrição da Plataforma

O objetivo principal do desenvolvimento da *WGL* consistiu em construir um ambiente, presencial e não presencial, para a geometria com caraterísticas colaborativas e adaptativas. Esta plataforma utiliza-se numa sala de aula, em interações síncronas, mediadas por um professor, mas também em acesso remoto, síncrono e/ou assíncrono. Por um lado, pretende-se providenciar um ambiente em sala de aula, propício ao desenvolvimento da visualização e do raciocínio geométrico, através da interação com outros colegas. Pretende-se que o aluno raciocine sobre as construções e faça conjeturas sobre as respetivas propriedades, desenvolvendo um trabalho mais individualizado (Quaresma, & Santos, 2015; Santos, & Quaresma, 2013a).

As principais caraterísticas da versão atual (1.4) da *WGL* consistem em ter:

- DGS integrado;
- módulo de gestão de utilizadores para: administrador(es), professores e alunos, permitindo a definição de classes e grupos;
- repositório de construções geométricos: cada utilizador possui a sua própria lista de construções;
- sistema de permissões, permitindo a partilha (ou não) de cada construção entre os utilizadores e grupos;
- módulo colaborativo, no qual uma determinada tarefa pode ser trabalhada de forma co-

[3] *International Association for the Exchange of Students for Technical Experience* (IAESTE) PORTUGAL, traineeship PT/2012/71

[4] IAESTE PORTUGAL, traineeship PT/2013/31

laborativa por um grupo de utilizadores;

- módulo adptativo, permitindo a captura de todas as informações sobre as interações do aluno no sistema. Estas informações podem ser usadas pelos professores para construir o perfil do aluno ou percursos de aprendizagem individualizados;

- *chat*, permitindo a troca de mensagens textuais curtas entre utilizadores envolvidos numa sessão colaborativa;

- fórum, permitindo a troca de mensagens entre os utilizadores sobre diferentes assuntos relacionados com a plataforma.

A plataforma (versão atual 1.4) admite diferentes perfis de acesso consoante os objetivos de utilização: administrador, professor, aluno e visitante.

O perfil de administrador dá acesso a tarefas de gestão da plataforma e à administração de professores, nomeadamente, a criação de novos utilizadores com o perfil de professor. O administrador, também tem acesso às informações dos utilizadores, informações que usará para agilizar o servidor.

Os professores constituem utilizadores privilegiados, no sentido de que definem outros utilizadores, os seus alunos. Os professores, além da sua área individual, definem turmas, grupos de alunos, assim como, criam, gerem e avaliam as sessões de trabalho colaborativo. Os grupos podem ser definidos, num determinado momento, por exemplo, para uma tarefa específica, em que a colaboração entre os seus elementos é necessária. A definição dos grupos e a relação de associação entre os grupos, e seus elementos, será da responsabilidade dos professores que criam os grupos (Figuras 4.1 e 4.2). O professor pode aceder às construções dos grupos e dos alunos aquando da realização da aula colaborativa. O professor pode visualizar as construções dos grupos, assim como, de cada um dos seus elementos aquando da realização de uma aula colaborativa e enviar-lhes mensagens através do *chat*. Além de comunicar textualmente com os seus alunos, o professor também consegue visualizar, em cada momento, quem está a contribuir e de que forma para a construção. Os professores têm a possibilidade de definir o início de cada sessão de trabalho colaborativo (Figura 4.5) e ainda, quais os alunos (grupos) selecionados para essa sessão (Figura 4.3).

Os utilizadores com o perfil aluno têm acesso à sua área individual (bancada de constru-

Figura 4.1: Criação de uma turma.

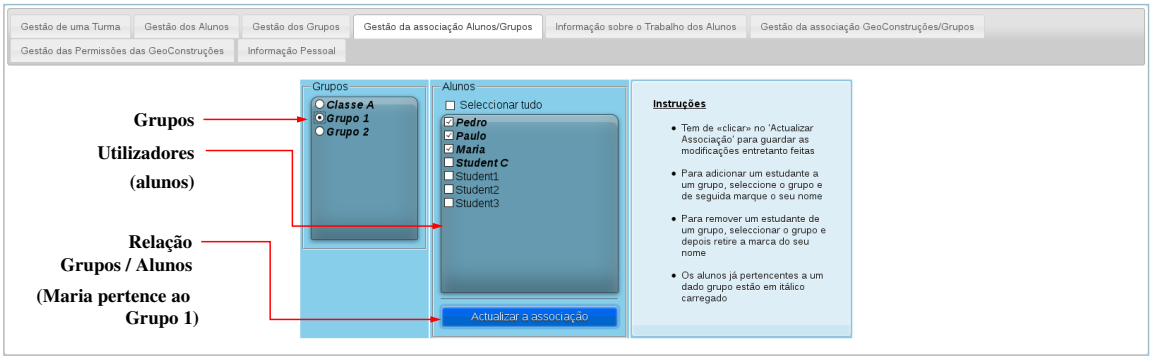


Figura 4.2: Associação entre grupos e alunos.

ções, lista de construções e administração) e à área colaborativa (interações com os elementos do mesmo grupo). Os alunos conseguem interagir entre si e com o professor no *chat* e sabem, em cada momento quem está a contribuir para a tarefa do grupo. No final da aula colaborativa, cada aluno acede, na sua área individual, à construção desenvolvida durante a aula. Os alunos, cada um ligado a um determinado professor, não podem criar outros utilizadores.

Por fim, o visitante é um utilizador do tipo aluno, sem ligação a qualquer professor e, por isso, incapaz de participar nas sessões colaborativas. O objetivo deste tipo de utilizador é permitir que utilizadores, não registados, acedam à plataforma *WGL*, sem necessitar de se registarem, tendo, unicamente, acesso à bancada de construções e à lista de construções disponíveis.

Cada utilizador (professore/aluno) acede a uma bancada de trabalho no servidor, onde pode manter todas as suas construções geométricas produzidas usando o DGS integrado na

plataforma *WGL*. Cada utilizador terá o controlo total sobre esta bancada de trabalho pessoal, com a possibilidade de guardar, modificar e apagar cada construção produzida. Cada utilizador tem também acesso à lista de construções disponibilizados por outros utilizadores.

Para permitir a partilha de construções geométricas entre os utilizadores, implementou-se um sistema de permissões. O utilizador, criador da construção geométrica, define as permissões, por construção geométrica, ou seja, determina se os outros utilizadores podem apenas ver ou ver e modificar. Por definição, o professor pertencerá a todos os grupos que criou, dando-lhes, dessa forma, o privilégio visualizar as construções dos alunos em cada um dos grupos (Santos, & Quaresma, 2012, 2013b).

O acesso dos alunos à plataforma é controlado pelos seus professores (secção 4.1.2).

No modo normal, isto é, quando os alunos estão a trabalhar sozinhos, estes acedem à sua própria lista de construções e, também, à lista de construções que é disponibilizada pelos outros utilizadores. Neste modo, podem, ainda, usar a bancada de trabalho para carregar essas construções no DGS, com o objetivo de trabalhar com elas. Também é possível fazer novas construções e guardar na lista de construções.

No modo colaborativo o *interface* do *WGL* muda e os alunos deixam de trabalhar sozinhos, já que há uma tarefa definida pelo professor para os alunos resolverem e trabalharem em grupo.

Programa de Geometria Dinâmica O DGS utilizado na plataforma é o *GeoGebra*. As razões para a escolha são várias, de entre elas destacamos:

- ser gratuito;
- ter código aberto (*open source*);
- ser um programa largamente conhecido pelos professores e alunos;
- permitir adaptação às várias línguas;
- ser facilmente integrado numa plataforma (através de uma *applet* (Botana, Abánades, & Escribano, 2014)).

4.1.2 Módulo Colaborativo

No modo colaborativo o *WGL* fornece um ambiente com duas *applets* DGS, aquela em que a construção do grupo está a ser realizada e, uma outra, na qual os alunos trabalham individualmente, seguindo a construção do grupo, ou tentando construções alternativas (Quaresma, Santos, & Bouallegue, 2013).

Quando os professores planificam uma aula colaborativa, os professores têm de decidir os grupos e os alunos que vão fazer parte de cada um dos grupos. Isto significa manter os grupos que já trabalham juntos, criar novos grupos, ou alterar associações com os grupos já existentes (Figura 4.3). Outra tarefa será a preparação de um conjunto de construções geométricos: os pontos de partida para tarefas a serem realizadas durante a aula; casos ilustrativos; etc. Manipulando as permissões, essas construções podem tornar-se disponíveis para os alunos durante a aula. Os sistemas de permissões e a definição de grupos permitem determinar diferentes tarefas para diferentes grupos de alunos (Santos, & Quaresma, 2012, 2013b).

Figura 4.3: Relações associativas em grupos colaborativos.

Para uma sessão de trabalho colaborativa, os professores começam por criar uma sessão, dando-lhe um nome e uma tarefa inicial "`Descrição da Tarefa`", e estabelecer os objetivos de avaliação em "`Relatório`". Este último deve ser alterado, no final da sessão de trabalho colaborativa, de forma a registar as conclusões dos professores sobre a sessão colaborativa. Ao ser criada uma sessão colaborativa, o seu estado fica definido como "`Abrir`". A partir deste ponto e até ao "`Início`" da sessão colaborativa (Figura 4.5), apenas os professores estão conscientes de que a sessão foi criada, os alunos vão continuar a ter o acesso normal (sessão de trabalho em modo regular) à plataforma. Este período pode ser usado para definir

os grupos de trabalho (Figura 4.3) e para preparar as tarefas que serão utilizadas durante a sessão colaborativa (Figura 4.4). Quando a preparação da sessão colaborativa está completa,

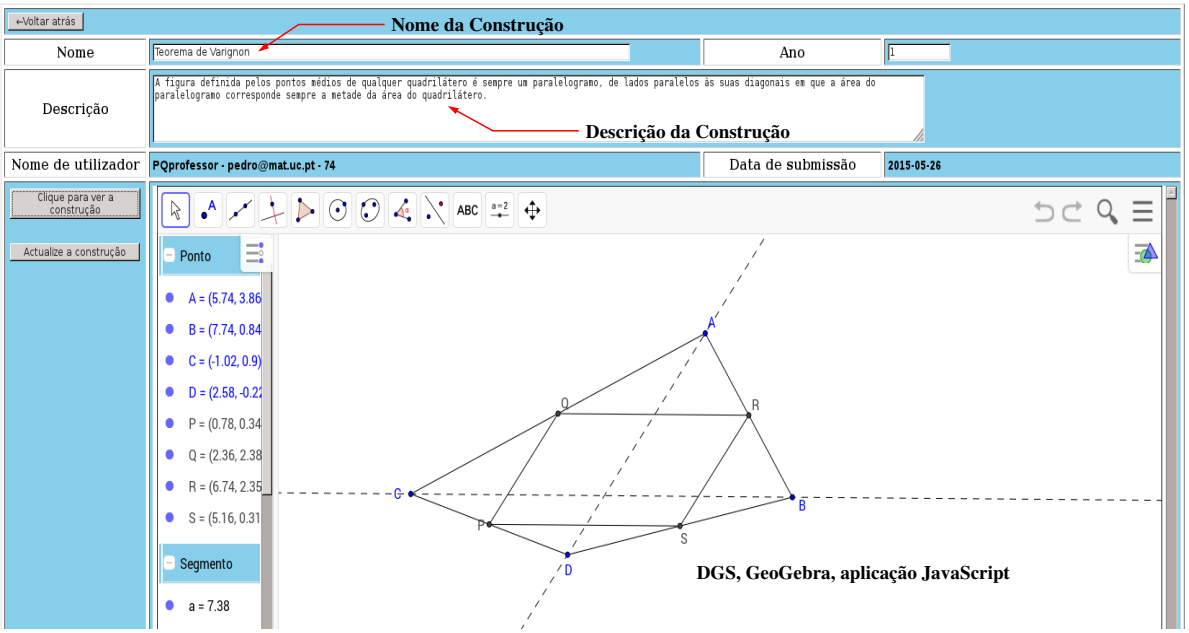


Figura 4.4: Preparação da tarefa – Teorema de Varignon.

o professor altera o estado da sessão colaborativa de "`Criada`" para "`Início`" (Figura 4.5). A partir deste ponto em diante, até ao "`Fim`" (Figura 4.5) da sessão os alunos, ao acederem à plataforma, verificam que o *interface* se alterou. Todos os alunos envolvidos na sessão colaborativa estarão num grupo de trabalho, com acesso às tarefas preparadas pelo professor e tendo duas *applets* DGS disponíveis. Um dos espaços de trabalho é para o trabalho individual do aluno, o outro é o espaço onde o grupo vai trabalhar na construção. Quando a tarefa é realizada, na sala de aula ou à distância, o professor muda o estado da sessão de colaborativo para "`Fechar`". Deste ponto em diante, os alunos vão retomar a sua plataforma no modo regular para trabalhar. O professor continua a aceder ao trabalho realizado pelos alunos e pelos grupos durante a sessão colaborativa e pode usar essa possibilidade para avaliar, para gerir os alunos, e para escrever o relatório da tarefa final.

As construções elaboradas pelos alunos, durante a sessão colaborativa, são automaticamente transferidas para as suas listas de construções, permitindo-lhes manter um registo do seu trabalho e, se necessário, continuar a trabalhar no problema.

Figura 4.5: Sessão colaborativa – alteração do estado.

4.1.2.1 A Sessão Colaborativa

Para um melhor entendimento do funcionamento da plataforma no modo colaborativo, segue-se a descrição de uma sessão colaborativa tendo por exemplo a realização da tarefa: teorema de Varignon (Al-Sharif, Hajja, & Krasopoulos, 2009).

Sessão colaborativa – Perspetiva dos Alunos Como já foi referido anteriormente, quando começa a sessão colaborativa a plataforma dos alunos sofre alterações em relação ao modo de funcionamento, do modo normal (sessão individual) passa para o modo colaborativo. Depois da mudança, o acesso normal à plataforma não está disponível, em vez disso os alunos estão num modo colaborativo, trabalhando de forma colaborativa com os outros elementos do grupo, tentando resolver as tarefas preparadas pelos seus professores. Neste modo, qualquer aluno acede a duas janelas DGS na área de trabalho (Figura 4.6).

Num dado momento, a construção do grupo é bloqueada por um dos seus membros que desenvolve no *applet* da esquerda e o compartilha com todos os outros membros do grupo. A cada 20 segundos (valor a ser definido pelo professor) a construção é difundida para todos os elementos do grupo e, deste modo, os outros membros do grupo têm a hipótese de ver a evolução do trabalho (Figura 4.7).

A qualquer momento o aluno, representante do grupo (o que está a contribuir para o grupo), pode libertar o bloqueio (botão "`desbloquear`") (Figura 4.6). Deste ponto em diante, a

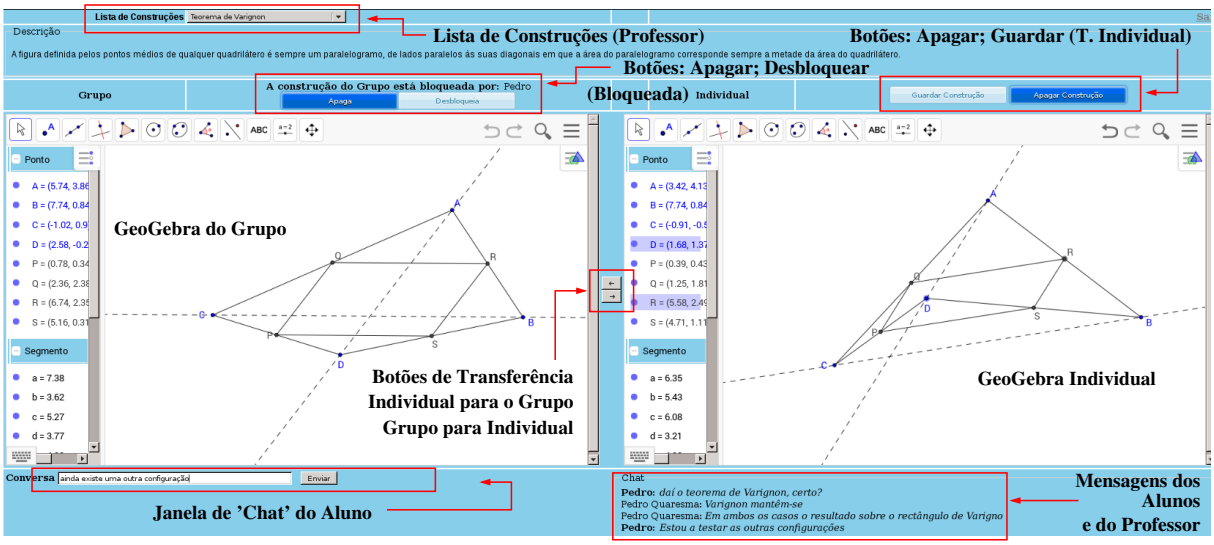


Figura 4.6: Sessão colaborativa – vista do aluno, bloqueado.

construção é desbloqueada e qualquer outro membro do grupo pode assumir o controlo. Um novo botão, o botão "`bloquear`" (Figura 4.7), vai surgir sobre a janela de trabalho do grupo. Qualquer membro do grupo pode reivindicar o bloqueio e, desta forma, torna-se no novo representante do grupo.

Ao mesmo tempo, no *applet* DGS do lado direito (Figura 4.6), os alunos têm o seu próprio espaço de trabalho, o que pode ser usado para, durante a sequência do trabalho que está sendo feito pelo representante do grupo, desenvolver a sua própria construção, ou para antecipar a construção do grupo, ou para desenvolver uma construção auxiliar. Guardar o trabalho individual é da responsabilidade de cada aluno.

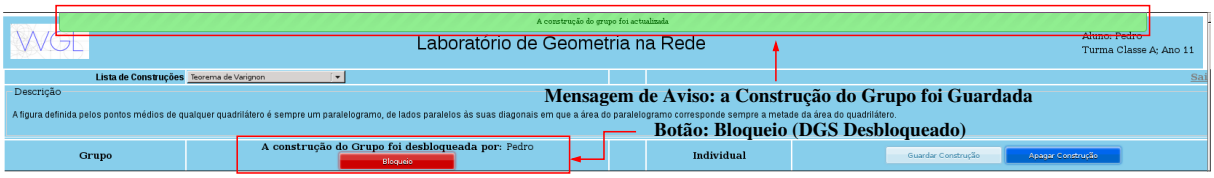


Figura 4.7: Sessão colaborativa – vista do aluno, desbloqueado.

4.1.2.2 Sessão Colaborativa – Perspetiva do Professor

Os professores, além de serem responsáveis por definir e preparar a sessão colaborativa e de serem capazes, no final da sessão, de avaliar os resultados, têm também acesso a uma

janela DGS, na área de trabalho, onde seguem o trabalho dos grupos e de todos os alunos individualmente.

Ao escolher o "Trabalho Colaborativo → Ver trabalho dos alunos" (Figuras 4.4 e 4.5) os professores têm acesso a uma janela DGS, espaço de trabalho onde eles escolhem a sessão colaborativa, e para essa sessão as construções dos grupos, e para cada grupo as construções de cada elemento do grupo (Figura 4.8). Num determinado momento, apenas uma

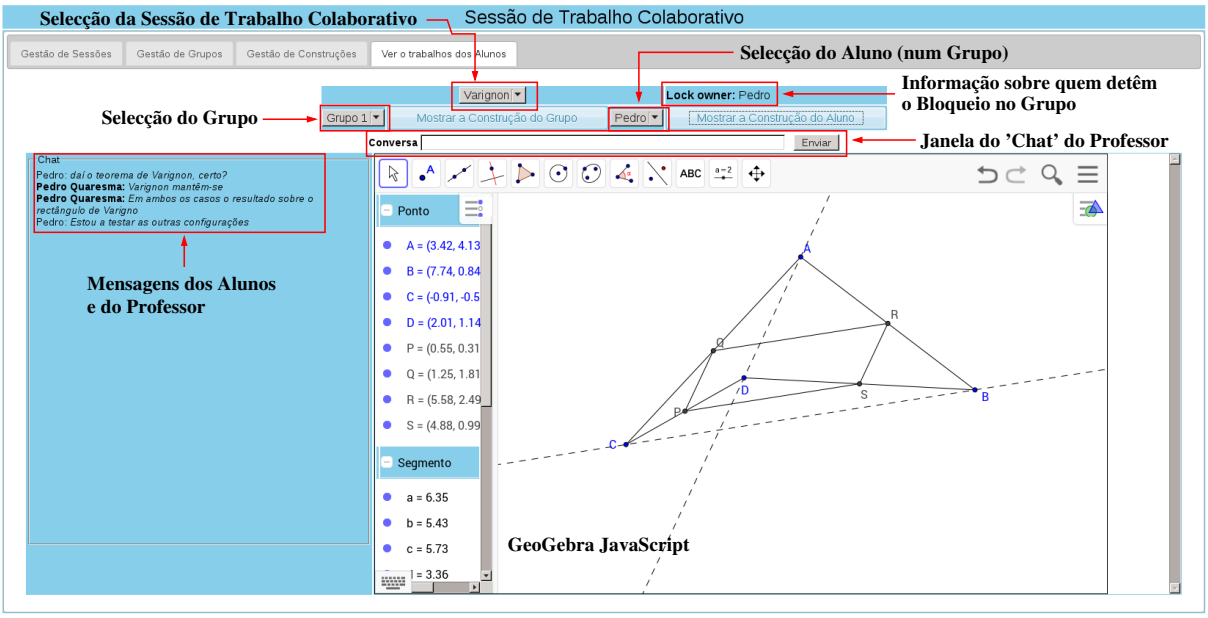


Figura 4.8: Sessão colaborativa – vista do professor.

sessão colaborativa pode estar ativa (estado "`Início`"), portanto, apenas para essa sessão, o acesso à construção deve ser atualizado, pelo professor, sempre que quiser visualizar as últimas construções executadas pelos grupos/alunos. Para todas as outras sessões que já estão fechadas (estado "`Fechar`") o acesso aos grupos e às construções dos alunos é útil, pois permite aos professores avaliar o trabalho elaborado pelos grupos/alunos.

A realização de estudos de caso providenciou a informação necessária à identificação de aperfeiçoamento necessário à plataforma, desenvolvido durante as diferentes fases de investigação-ação. Da versão 1.0 para a versão 1.4, a plataforma *WGL* sofreu as seguintes melhorias:

- Para a versão 1.2, foram implementadas as seguintes alterações:

  - as duas janelas DGS na área de trabalho colaborativo dos alunos;
  - a informação sobre quem bloqueia, a construção passou a estar disponível apenas no *interface* dos alunos;
  - gestão de alunos/grupos/turma;
  - gestão das construções;
  - gestão da sessão colaborativa.

- Para a versão 1.3, foram implementadas as seguintes alterações:
  - um canal de comunicação de grupo (*chat*), permitindo aos alunos e aos professores a troca de mensagens de texto entre si. Os alunos só podem trocar mensagens dentro do seu próprio grupo. Os professores podem escolher qualquer um dos grupos de uma sessão de colaboração e em seguida, trocar mensagens dentro desse grupo (Figuras 4.6 e 4.8);
  - a troca de construções entre as janelas DGS da área de trabalho. Os alunos têm a possibilidade de "importar" a construção do grupo para o seu próprio espaço de trabalho. Os alunos com o bloqueio, têm a possibilidade de exportar a sua construção para a área de trabalho do grupo (Figura 4.6);
  - a transferência do trabalho realizado durante uma sessão colaborativa para a bancada de trabalho dos alunos. As construções desenvolvidas na janela DGS da direita, são guardadas nas listas de construções dos alunos. Após o fim da sessão colaborativa, os alunos podem aceder à nova construção nas suas próprias áreas;
  - a informação sobre quem bloqueia. As informações sobre quem bloqueia são mostradas no *interface* dos professores (Figura 4.8).

- Para a versão 1.4, foram implementadas as seguintes alterações:
  - módulo adaptativo: a captura da informação geométrica produzida pelos alunos durante as sessões de trabalho individual;

– mudança do *applet Java* para *applet JavaScript* disponível na nova versão do *Geogebra*.

A possibilidade de os professores darem dicas geométricas aos seus alunos, por exemplo reivindicando o bloqueio e fazer alterações nas construções do grupo, é uma caraterística, ainda, em falta identificada pelos professores durante o estudo de caso.

4.1.3 Módulo Adaptativo

O desenvolvimento do módulo adaptativo da plataforma teve como primeira tarefa a recolha de dados textuais, dados geométricos e de navegação (Quaresma, Santos, & Moral, 2014). Numa sessão normal, os alunos acedem a: "`Forum/Ajuda`"; "`Lista de Construções`"; " `Bancada de Trabalho`"; "`Construções do Administrador`" sendo que, em cada uma destas secções se recolhem os dados de navegação. A informação de navegação consiste numa lista simples de todas as páginas visitadas, com registos de tempo para todas as entradas e saídas.

A versão 1.4 introduziu a recolha de elementos geométricos. Ao utilizar o DGS, em modo de trabalho individual, todas as ações sobre a criação, a modificação e a eliminação de elementos geométricos são registadas na base de dados. De momento, nenhum processamento automático é efetuado a esta informação, que é disponibilizada aos professores, através de um módulo no *WGL* que permite ver todos os passos executados pelos alunos, como se fosse um "filme", ou seja, o professor é capaz de recriar todos os passos feitos pelos seus alunos (Figura 4.9). O módulo adaptativo tem a capacidade de gravar todas as etapas geométricas elaboradas por cada aluno, durante as sessões na bancada de trabalho, e a visualização, por parte do professor, das construções, dos seus alunos, executados nestas sessões (Figura 4.9). A informação geométrica é registada quando os alunos estão a usar o *applet* DGS numa sessão individual.

Os professores são capazes de ver o trabalho realizado pelos alunos: ir para a primeira etapa; reproduzir passo a passo; reproduzir numa velocidade regular; reproduzir numa velocidade mais rápida e também fazer uma pausa (Figura 4.9).

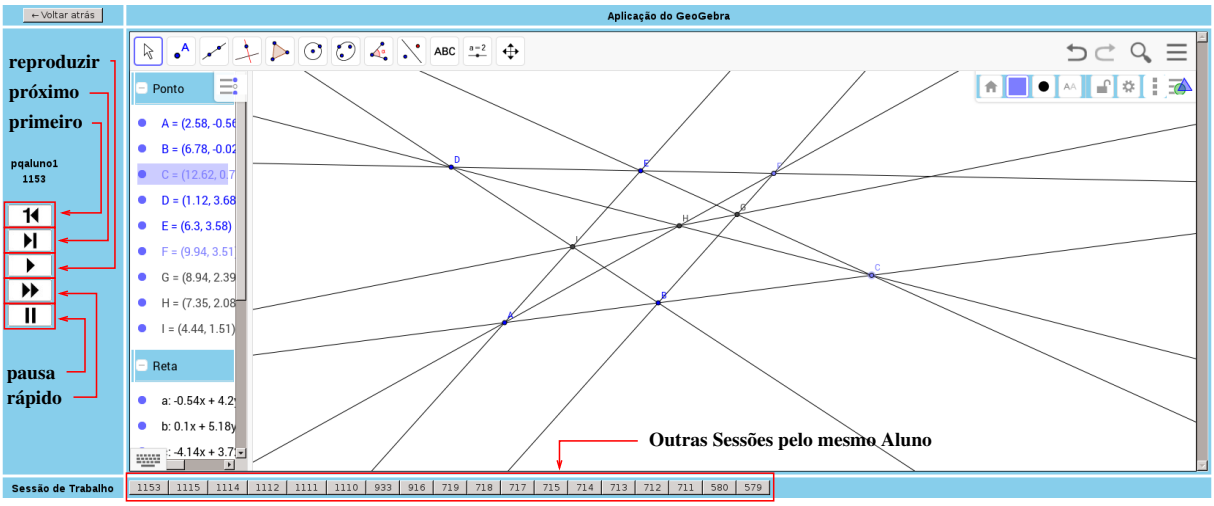


Figura 4.9: Visualização de uma sessão de trabalho – aluno individual.

Deste modo, o professor analisa os passos elaborados por cada aluno quando resolve uma determinada tarefa, obtendo informações que usará para construir perfis de alunos e/ou caminhos de aprendizagem individual baseado no modelo de van Hiele (Crowley, 1987; Usiskin, 1982; van Hiele, 1985; van Hiele-Geldof, 1984).

4.2 Projeto de Código Aberto *WGL*

A plataforma *WGL* é um projeto *open-source* (`http://webgeometrylab.sourceforge.net/`) e tem o inglês como idioma padrão, tendo já traduções para as linguas portuguesa e sérvia.[5]

Os utilizadores podem aceder ao sistema usando o utilizador de nível visitante, o qual não tem acesso a sessões colaborativas. Para um uso mais avançado, o utilizador deve registar-se e obter a confirmação do administrador.

Durante os últimos três anos estes servidores têm sido utilizados por vários alunos do ensino básico e secundário e por professores tanto de Portugal como da Sérvia.

[5]Portugal.: `http://hilbert.mat.uc.pt/WebGeometryLab`; Sérvia: `http://jason.matf.bg.ac.rs/wgl`

5. DESCRIÇÃO DOS ESTUDOS

Este capítulo apresenta os estudos realizados em momentos distintos aquando da utilização da plataforma. Durante as fases de desenvolvimento da plataforma, sem módulo colaborativo, com módulo colaborativo e percurso do aluno, pretendeu-se averiguar como os alunos interagem na plataforma, em momentos colaborativos, ao realizarem uma determinada tarefa e, nomeadamente, o desenvolvimento das capacidades de visualização e raciocínio formal enquanto grupo e individualmente.

No primeiro e terceiro estudos a investigadora propôs algumas tarefas, a serem realizadas durante as aulas pelos alunos, enquanto no segundo foram os professores formandos que propuseram as tarefas aos seus alunos. Ainda no último estudo, a investigadora propôs algumas tarefas, a serem realizadas fora do período das aulas pelos alunos, com o objetivo de serem desenvolvidas na plataforma para posterior análise. As tarefas propostas têm graus de dificuldades diferentes, desde caráter exploratório a caráter investigativo, pois, à partida, não se sabe o grau de dificuldade que cada tarefa significa para um certo grupo de alunos (Ponte, 2003).

As tarefas permitem a aprendizagem da geometria, desenvolvendo um conjunto de competências, envolvendo a capacidade de raciocínio e de uso destes conhecimentos e processos em situações concretas. Em todos os estudos implementou-se um questionário TIC (Apêndice B – Questionário TIC (Alunos)), assim como, um teste diagnóstico sobre as competências em geometria (segundo van Hiele) (Apêndice D – Teste Diagnóstico (Alunos)).

Questionários TIC O questionário TIC, foi validado pelos Professores Doutores Joaquim Escola (Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro), Ana Maria Bastos (Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro) e Madalena Malva (Escola Superior de Tecnologia e Gestão de Viseu–Instituto Politécnico de Viseu). Este questionário TIC (Tabela 5.1) está dividido em três partes: dados do aluno; as tecnologias de informação e comunicação; e a última parte sobre ambientes colaborativos (escala de Likert, com questões fechadas) (*Organisation for Economic*

Co-Operation and Development [OECD], 2012; Taylor, & Maor, 2000). Realizou-se um primeiro teste de aplicação com dez alunos do ensino secundário da Escola Secundária de Viriato de Viseu, com os objetivos de verificar o tempo de resposta e o entendimento das questões colocadas. Nos vários estudos só se adaptou a primeira parte do questionário relativa aos dados do aluno.

Tabela 5.1: Distribuição dos itens do questionário segundo o conteúdo e o contexto.

	Contexto			
Conteúdo	Casa	Escola	DGS	Colaborativo
Disponibilidade de TIC	2.1	2.2		
Utilização das TIC	4.1; 4.2	5.1; 5.2; 5.3; 5.4		
Utilização das DGS			7.1; 7.2	
Atividades em Grupo				8.1; 8.2; 8.3; 8.4; 8.5; 8.6

Teste de Geometria O objetivo da aplicação do teste de geometria de acordo com a teoria de van Hiele foi o de determinar, globalmente, o nível de van Hiele dos alunos e avaliar possíveis alterações nesses níveis no final da intervenção em sala de aula.

O teste empregue resultou de uma adaptação de um teste desenvolvido no âmbito do projeto *Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry* (CDASSG). Usiskin (1982) refere que o teste foi construído com o objetivo, entre outros, de determinar o nível de van Hiele dos alunos participantes no estudo e foi aplicado duas vezes, no início e no final do ano letivo (1980/1981) a alunos das escolas secundárias dos Estados Unidos da América.

Após a sua adaptação (Apêndice H – Cartas e Autorizações e Apêndice D – Teste Diagnóstico (Alunos)) utilizou-se para caraterizar o nível de raciocínio geométrico dos alunos. Este teste diagnóstico relativo às competências em geometria, é um teste de escolha múltipla construído com base em citações dos próprios van Hiele, para descrever os comportamentos dos alunos nos diferentes níveis (Usiskin, 1982). Tem quatro grupos de questões, cada um com cinco questões que se referem unicamente a quatro níveis de van Hiele (20 itens ao todo, cada item com 5 alternativas de resposta). Note-se que o teste original contém 25 questões, abordando os cinco níveis de van Hiele (Tabela 5.2). Segundo Usiskin (1982), no projeto CDASSG, o nível 5 não existe ou tem uma natureza diferente dos outros níveis.

Refira-se que foi dado aos alunos um pré e um pós-teste no primeiro e terceiro estudos.

Tabela 5.2: Distribuição dos itens do questionário segundo o conteúdo e o contexto.

	Contexto			
Conteúdo	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4
Visualização	1; 2; 3; 4; 5			
Análise		6; 7; 8; 9; 10		
Dedução Informal			11; 12; 13; 14; 15	
Dedução Formal				16; 17; 18; 19; 20

Questionário *Constructivist On–Line Learning Environment Survey* (COLLES) O questionário adaptado do COLLES foi dado para ajudar a avaliar questões-chave sobre a qualidade de um ambiente de aprendizagem *online* a partir de uma perspetiva construtivista social (Taylor, & Maor, 2000). O questionário é composto de 18 questões (reais e preferenciais) dispostos em 5 escalas (Tabela 5.3):

Relevância - quão relevante é a aprendizagem *online* para as práticas dos alunos?

Reflexão - a aprendizagem *online* estimula a reflexão crítica dos alunos?

Interatividade - em que medida é que os alunos participam *online* em dialogos com interesse educativo?

Apoio dos Professores - como as atividades dos tutores podem capacitar os alunos a participar na aprendizagem *online*?

Apoio dos Colegas - os colegas fornecem suporte sensível e encorajador?

Tabela 5.3: Distribuição dos itens sobre o ambiente colaborativo do questionário TIC segundo o conteúdo e o contexto.

Conteúdo	Contexto
Relevância	8.2
Reflexão	8.3
Interação	8.4
Apoio dos Professores	8.5
Apoio dos Colegas	8.6

Questionário CSUQ Numa fase que antecedeu os estudos sentiu-se a necessidade de realizar um primeiro questionário, avaliação do *WGL*, distribuído a cinco professores do ensino secundário, sendo que um deles utilizou a plataforma com os seus alunos (primeiro estudo).

Este questionário é sobre a utilização da plataforma *WGL* e teve por base o questionário CSUQ (Lewis, 1995) (Apêndice A – Avaliação da Plataforma). Este questionário é composto por 44 questões (escala de Likert, com questões fechadas), divididas em duas partes, a primeira sobre funcionalidade, fiabilidade, eficiência e portabilidade, a segunda sobre usabilidade (Tabela 5.4). O propósito foi ter uma primeira validação e *feedback* do *WGL*. Após a análise dos questionários,[1] o aspeto positivo referido pelos professores sobre a plataforma, consistiu na possibilidade de interagir com os alunos, verificado na Tabela 5.5.

Tabela 5.4: Distribuição dos itens sobre a avaliação do *WGL* segundo o conteúdo e o contexto.

	Contexto	
Conteúdo	Funcionalidade	Usabilidade
Funcionalidade	1.1; 1.2	
Fiabilidade	2.1; 2.2; 2.3;	
Eficiência	3.1	
Portabilidade	4.1; 4.2	
Inteligibilidade		5.1
Apreensibilidade		5.2
Operacionalidae		5.3
Atratividade		5.4

Tabela 5.5: Análise das questões 1.1-1.2; 2.1-2.3;3.1; 4.1-4.2 e 5.1-5.4.

Questão(ões)	Conteúdo	Objetivos	Respostas
1.1-1.2; 2.1-2.3;3.1; 4.1-4.2	Se satisfaz as necessidades quando usado em sala de aula	Funcionalidade da Plataforma	60,8% estão satisfeitos com a plataforma
5.1-5.4	Relação entendimento, aprendizagem e satisfação da plataforma em determinadas condições	Usabilidade da Plataforma	24% Concordam bastante com a usabilidade da Plataforma e que é positiva a filosofia presente

5.1 Estudo sem Módulo Colaborativo

Participaram no primeiro estudo, 22 alunos (12 do género masculino e 10 do género feminino) do 11.º ano do ensino secundário, Matemática A, da Escola Secundária D. Afonso

[1] IBM SPSS Statistics 21, *Statistical Package for Social Sciences*.

Sanches de Vila do Conde. Dos 22 alunos, 14 tinham 16 anos, 7 tinham 17 anos e um tinha 18 anos.

Os alunos resolveram alguns desafios (Apêndice J – Planificação da Aula) com o auxílio da plataforma colaborativa, uns às segundas-feiras e outros às sextas-feiras das 14h25 às 15h15, durante três semanas (incluindo a apresentação da plataforma aos alunos), no laboratório informático disponível na escola. A opção de utilização do laboratório e não da sala de aula, deveu-se ao facto de o professor utilizar esta sala em momentos em que necessita de utilizar um programa de geometria dinâmica com os seus alunos, o *GeoGebra*.

Estabeleceu-se um primeiro contato com o docente, destes alunos, em maio 2012 (ano letivo 2011/2012) e um segundo contato em outubro de 2012 (ano letivo 2012/2013), mostrando o mesmo interesse em realizar este estudo com os seus alunos. Fez-se um pedido de autorização à direção da referida escola (Apêndice H – Cartas e Autorizações) e aos encarregados de educação dos respetivos alunos (Apêndice H – Cartas e Autorizações). Além da apresentação da plataforma, aos alunos, houve, previamente, algumas reuniões com o docente via *Skype* e uma presencial, onde se definiu o plano de aula (Apêndice J – Planificação da Aula) a realizar com os seus alunos.

Além desta fase preparatória em Portugal, desenvolveu-se um estudo de caso para ensino à distância (trabalho de casa), em colaboração com a professora Milena Marić, professora do ensino secundário na Sérvia, em que se preparou um estudo de caso com vista à avaliação da plataforma *WGL*, em situação fora da sala de aula (Marić, 2013; Santos, Quaresma, Marić, & Campos, in press).

5.1.1 Recolha de Dados

A análise qualitativa realizada no âmbito do estudo preparatório realizou-se com base na recolha de diversos elementos:

- gravações áudio;
- notas de campo, como complemento à gravação áudio;
- argumentações dos alunos resultantes da realização das tarefas.

Na vertente quantitativa aplicou-se um questionário TIC (Apêndice B – Questionário TIC (Alunos)), um pré e um pós-teste diagnóstico sobre as competências em geometria (segundo van Hiele) (Apêndice D – Teste Diagnóstico (Alunos)). O papel do docente foi o de mediador e o da investigadora de observadora (com intervenções pontuais).

5.1.2 Análise dos Dados

Conhecimentos de TIC Podemos verificar na Tabela 5.6, alguns exemplos das questões colocadas.

Tabela 5.6: Conhecimentos dos alunos de TIC.

Número da Questão	Questão
Parte II – 4.1	Com que frequência utilizas, em casa, as TIC para:
Parte II – 4.2	Em casa, com que frequência fazes as seguintes atividades:
Parte II – 5.1	Com que frequência utilizas o computador na escola para:
Parte III – 2	Relevância (Eu prefiro que,. . .)
Parte III – 5	Apoio dos professores (Eu gosto quando o professor . . .)
Parte III – 6	Apoio dos colegas (Eu prefiro que os colegas quando . . .)

A primeira parte do questionário caraterizava os alunos participantes neste estudo. Na segunda parte, todos alunos responderam que usavam o computador uma a duas vezes por semana e em atividades diversas uma a duas vezes por mês. Enquanto na escola, nunca ou quase nunca utilizam as TIC, sendo o tempo dispendido com o estudo apenas meia hora por semana. Quanto aos programas de geometria dinâmica a maioria conhece o *GeoGebra* e já o usou na escola.

O questionário dá uma perspetiva global sobre o uso das TIC, pelos alunos, em casa *versus* escola. Foi interessante verificar que os alunos utilizam mais as TIC em casa do que na escola, resultado que vai de encontro ao estudo realizado pela *Organisation for Economic Co-Operation and Development* (OECD, 2012), em que a utilização dos computadores está relacionada com as competências nesta área e que na escola, nem sempre, utilizam o computador.

Na terceira parte do questionário, sobre ambientes colaborativos, quase todos os alunos já utilizaram ambientes colaborativos. Quanto à realização de atividades, em ambiente colaborativo, preferem mais o apoio dos colegas do que do professor. No entanto, quando se requer

ao aluno a sua reflexão critica (o estudo *online* estimulam o aluno a pensar criticamente) e interação com os colegas (até que ponto os alunos pariticipam *online* em diálogos educativos), assinalaram, maioritariamente, a opção “às vezes”. Podemos verificar na Tabela 5.7 a análise de algumas questões colocadas no questionário TIC.

Tabela 5.7: Análise das questões 4.1; 4.2; 5.1 e 8.1–8.6.

Questão	Conteúdo	Objetivo	Resposta
4.1	Uso das TIC em casa	Distinguir o local da atividade	33,2% utilizam as TIC, uma a duas vezes por semana
4.2	Uso das TIC em casa para o estudo	Distinguir o local da atividade	35,1% utilizam as TIC, uma a duas vezes por mês
5.1	Uso das TIC na escola	Distinguir o local da atividade	53,4% nunca ou quase nunca utilizam as TIC na escola
8.2	Atividades de grupo	Relevantes os ambientes colaborativos	63,5% quase sempre
8.3	Atividades de grupo	Permitem a reflexão os ambientes colaborativos	56% às vezes
8.4	Atividades de grupo	Interação nos ambientes colaborativos	51,2% às vezes
8.5	Atividades de grupo	Apoio dos Professores	49,2% quase sempre
8.6	Atividades de grupo	Apoio dos Colegas	60,7% quase sempre

Raciocínio Geométrico Para determinar o nível de van Hiele dos alunos do 11.º ano, escolheu-se, como instrumento de recolha de dados, o teste diagnóstico sobre as competências em geometria. Neste estudo utilizou-se o critério 3 em 5, proposto pelo projeto CDASSG. De acordo com este critério, um aluno está num certo nível se acertou em, pelo menos, três dos cinco itens dos níveis 1 a 5 e não tiver acertado em três, ou mais itens, dos níveis seguintes.

Como foi realizado um pré-teste e um pós-teste, utilizou-se o teste de Wilcoxon ($\alpha = 0,05$, nível de significância) para analisar os dados.[2] O objetivo do teste de Wilcoxon (ou o teste dos sinais de Wilcoxon) é comparar as performances de cada amostra, no sentido de verificar se existem diferenças significativas entre os seus resultados nas duas situações. Com base na Tabela 5.8, verificou-se que o nível de significância exato para o teste bilateral é de $0,001$, rejeitando a hipótese que os níveis verificados no nível 2 serem iguais no pré e pós-teste.

Tabela 5.8: Teste de Wilcoxon.

Estatística Teste[a]

	$l1 - n1$	$l2 - n2$	$l3 - n3$	$l4 - n4$
Estatística Z	$-0,441^b$	$-2,485^c$	$-0,924^c$	$-1,543^c$
Teste bilateral	$0,660$	$0,013$	$0,355$	$0,123$
p-valor Exato para o Teste Bilateral	$0,704$	$0,011$	$0,396$	$0,165$
p-valor Exato para o Teste Unilateral	$0,352$	$0,005$	$0,198$	$0,082$
Probabilidade da menor soma das Ordens	$0,032$	$0,001$	$0,043$	$0,029$

a. Teste de Wilcoxon.

b. Baseado nas ordens Negativas.

c. Baseado nas ordens Positivas.

Quanto à Figura 5.1 (diagrama de extremos e quartis, mais conhecido por caixa de bigodes), observa-se que reforça os dados da tabela, ou seja, no pré-teste, a mediana é inferior à verificada no pós-teste. No pré-teste, 50% dos alunos posicionam-se entre os níveis 2 e 4, enquanto que, no pós-teste, posicionam-se entre os níveis 3 e 4. Verificou-se que os resultados dos alunos tiveram uma melhoria significativa no nível 2 (Tabela 5.8 e Figura 5.1), o que significa que os alunos identificam as propriedades das figuras. Este resultado indicam-nos que os alunos identificam as propriedades das figuras e, consequentemente, identificam as relações ao manipularem as construções. Pode-se dizer que os alunos deste estudo conseguem generalizar a representação de um triângulo, de um retângulo, de um quadrado e de um losango. Os alunos identificam as propriedades das figuras, através de uma análise informal, porém não estabelecem relações entre as propriedades das figuras.

[2] IBM SPSS Statistics 21, *Statistical Package for Social Sciences*.

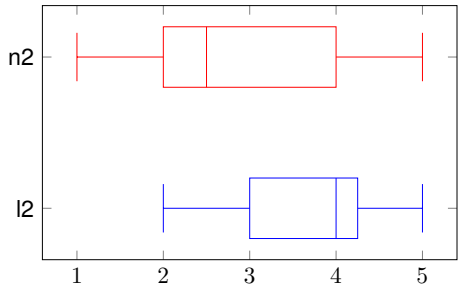


Figura 5.1: Nível 2 (l2) – pós-teste, Nível 2 (n2) – pré-teste.

Tendo em conta os objetivos do estudo, realizou-se a categorização onde se revelam as evidências sobre o envolvimento dos alunos nos desafios geométricos propostos, num ambiente colaborativo. Na tabela abaixo (Tabela 5.9) apresentam-se as categorias identificadas no estudo.

Tabela 5.9: Categorias/Objetivos.

Categorias	Objetivos
Construções	Percursos das construções
Justificações	Descrição das construções
Interações com os colegas	Texto escrito na plataforma
Investigações	Formulação de conjeturas

Durante as aulas colaborativas verificou-se que, no fim, estabeleceram-se interações através da plataforma, como se pode observar no exemplo (Figura 5.2), num grupo de duas alunas (`alunaA`, `alunaH`).

5.1.3 Análise da Utilização da Plataforma

Utilizou-se a plataforma *WGL* em sala de aula, num ambiente colaborativo, onde se procedeu a um reconhecimento e avaliação do seu potencial e das suas limitações. Com a recolha de informações aferiram-se os resultados e, de acordo com eles, fez-se uma revisão e passou-se, novamente, à planificação de uma nova ação. Este estudo preparatório, permitiu um conjunto de fases que se desenvolvem de forma contínua e que, basicamente, se resumem nas seguintes sequências: planificação, ação, observação e reflexão. A metodologia reveste-se de três aspetos, denominado de triângulo de Lewin (1946, citado por Latorre (2003)), que

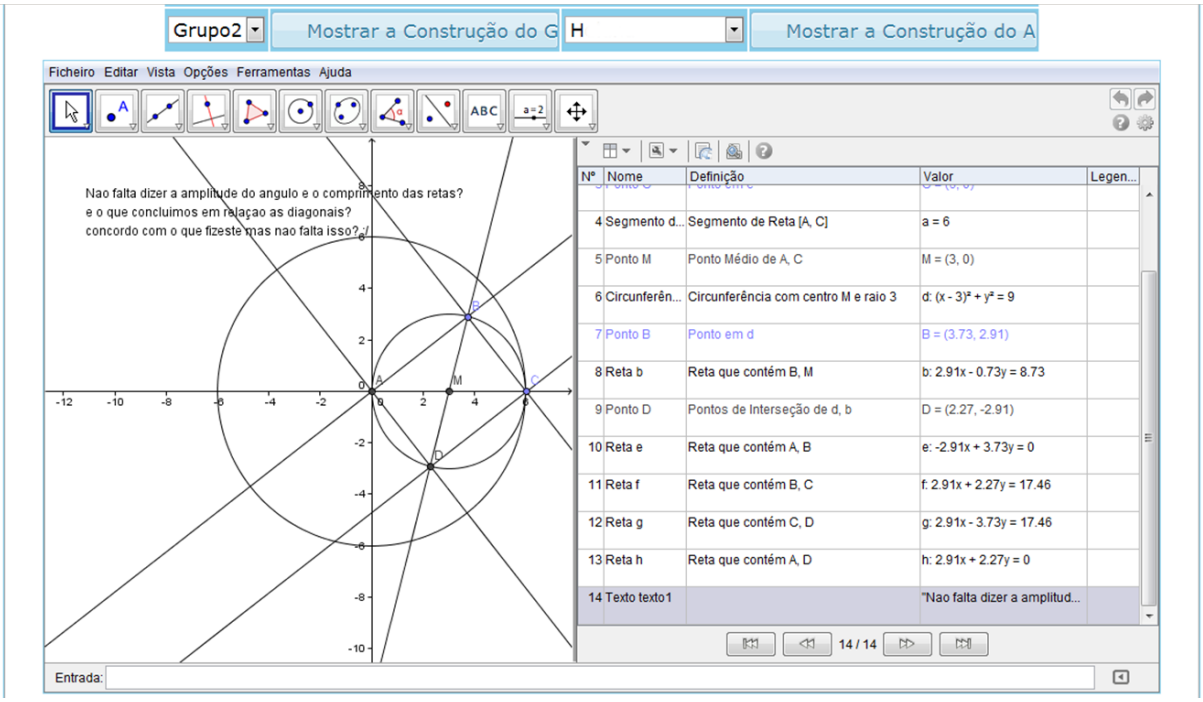


Figura 5.2: `Grupo H`: Interações no *WGL*, sem *chat*.

inclui a necessidade de ação, investigação e formação – três elementos essenciais para o desenvolvimento da plataforma.

5.1.4 Análise dos Resultados

Durante o estudo, notou-se que os alunos reconheceram o programa de geometria dinâmica incorporado na plataforma, o *GeoGebra*, que já tinha sido utilizado em outras situações. Numa primeira instância, inferiu-se que o trabalho colaborativo, mediado por tecnologias, ainda não estava consolidado, mas, por outro lado, verificou-se que havia um grupo de alunas que "estabeleceram" contato através da plataforma, usando os recursos disponíveis. Por fim, notou-se mudança nos níveis do raciocínio geométrico.

5.2 Estudo com Módulo Colaborativo

Numa fase em que a plataforma já continha o módulo colaborativo, submeteu-se em 2013 uma proposta de uma oficina de formação ao Conselho Científico-Pedagógico da Formação

Contínua, a qual foi aprovada e tendo sido efetivada, ainda, em 2013. A oficina de formação "Aprendizagem Colaborativa na Geometria: A plataforma de Geometria na Internet (*WGL*)" (Apêndice I – Oficina), desenvolveu-se com a participação de 16 professores, do grupo disciplinar 500, da região de Vila Real, que lecionaram vários níveis de ensino.

Todos os professores pertenciam ao Quadro de Escola, contando a maioria entre 16 e 20 anos de experiência de ensino.

A oficina iniciou-se em novembro de 2013, teve lugar sempre às segundas-feiras, a partir das 18h, intercalando entre sessões presenciais e não presenciais. Nesta experiência, com a plataforma, abordaram-se conteúdos relacionados com a matemática em ambiente colaborativo.

Era condição preferencial para a frequência desta oficina que os professores já tivessem utilizado ferramentas de geometria dinâmica, nas suas práticas letivas. Nesta plataforma o DGS incorporado é o *GeoGebra* e apenas um dos professores, ainda, não tinha utilizado este programa.

5.2.1 Caraterização da Oficina

Com esta oficina pretendeu-se articular os objetivos específicos do programa de matemática e das metas curriculares para o 3.º ciclo do Ensino Básico e Secundário, com um ambiente colaborativo proporcionado pela plataforma *WGL*. Um dos objetivos delineados à partida, era que os professores desenvolvessem competências ao nível da utilização e exploração desta plataforma de geometria na *Internet*, tanto na sua vertente tecnológica como no domínio de potencialidades educativas e pedagógicas, em modo presencial e não presencial (por ex.: trabalhos de casa).

Com a oficina de formação pretendeu-se contribuir para que os professores incluam, na sua prática letiva, o *WGL*, proporcionando, deste modo, um ambiente colaborativo nas suas aulas. Pretendeu-se, também, que a oficina de formação contribuisse para que os professores participantes tivessem a possibilidade de:

- organizar a prática letiva tendo em conta a vertente tecnológica;
- interagir num contexto de utilização da plataforma à distância (por ex.: trabalhos de casa);

- desenvolver estratégias de acompanhamento das aprendizagens dos seus alunos, em sala de aula e fora de sala de aula;
- visualizar as referidas tarefas e interagir na plataforma;
- manipular, experimentar e investigar na plataforma *WGL* sobre um qualquer tema de geometria.

5.2.2 As Sessões

Após a apresentação da plataforma *WGL*, das suas caraterísticas e das suas potencialidades, fomentou-se uma primeira exploração individual, procedendo-se, depois, à disponibilização de dois pequenos manuais de utilização da plataforma: o do aluno e do professor (Apêndice F – Manual do Aluno e Apêndice G – Manual do Professor). Nas sessões presenciais os professores tiveram um papel ativo, explorando-a primeiramente como alunos, organizados em grupos (o papel da investigadora era de professora), resolvendo uma tarefa (Figura 5.3), posteriormente, numa sessão não presencial, uma outra tarefa (Figura 5.4), para aferirem, autonomamente, as potencialidades da plataforma *WGL*.

Como alunos, tiveram disponível a descrição da tarefa e duas janelas: à esquerda, a janela do grupo e, à direita, a sua janela individual (Figura 5.6).

De acordo com o já descrito na subsecção 4.1.2, os professores (como alunos) tiveram acesso à plataforma no seu modo colaborativo, i.e., dois *applets* (duas janelas) onde desenvolveram o trabalho de grupo e individual (Figura 5.6).

Os professores participantes nesta oficina, através dos seus perfis *WGL* de professor, exploraram a plataforma ao criar turmas, grupos (Figura 5.6) e sessões colaborativas (Figura 5.7) para colocarem tarefas, que, posteriormente, poderiam vir a ser desenvolvidas em ambiente de sala de aula com os seus alunos. Identificaram-se algumas estratégias colaborativas a implementar em sala de aula, nomeadamente, pequenos grupos e resolução de problemas simples.

De facto, um dos principais objetivos desta oficina, era que os professores tivessem as

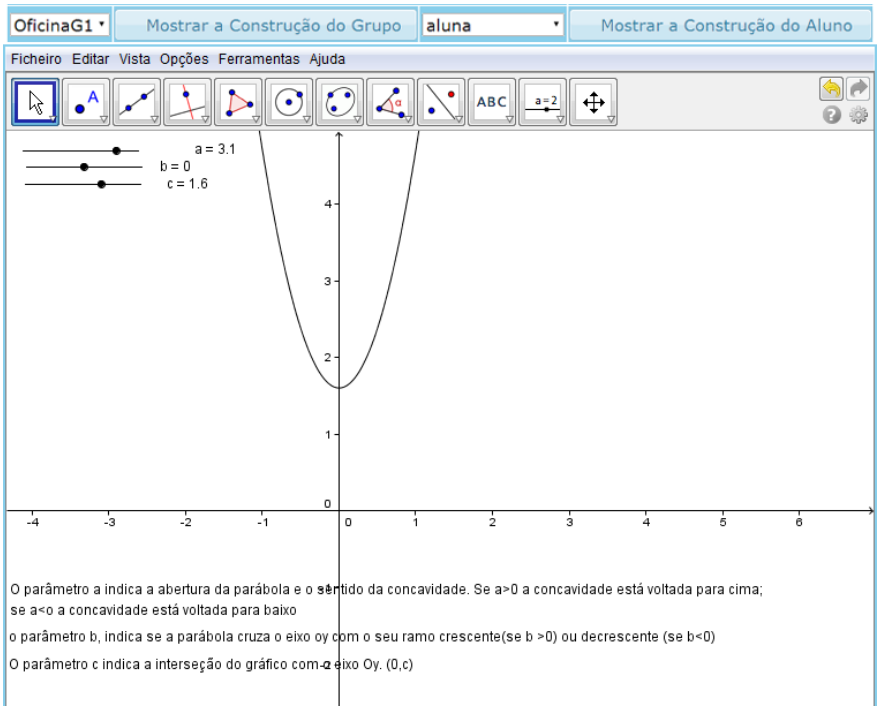


Figura 5.3: `Grupo 1` da Oficina numa sessão colaborativa (presencial) – perspetiva do professor.

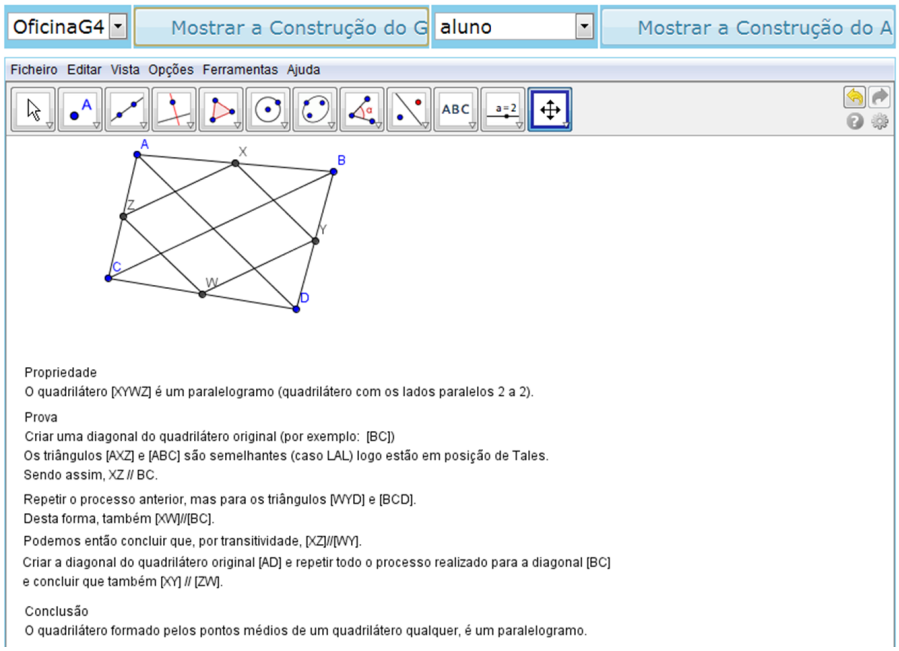


Figura 5.4: `Grupo 4` da Oficina numa sessão colaborativa (não presencial) – perspetiva do professor.

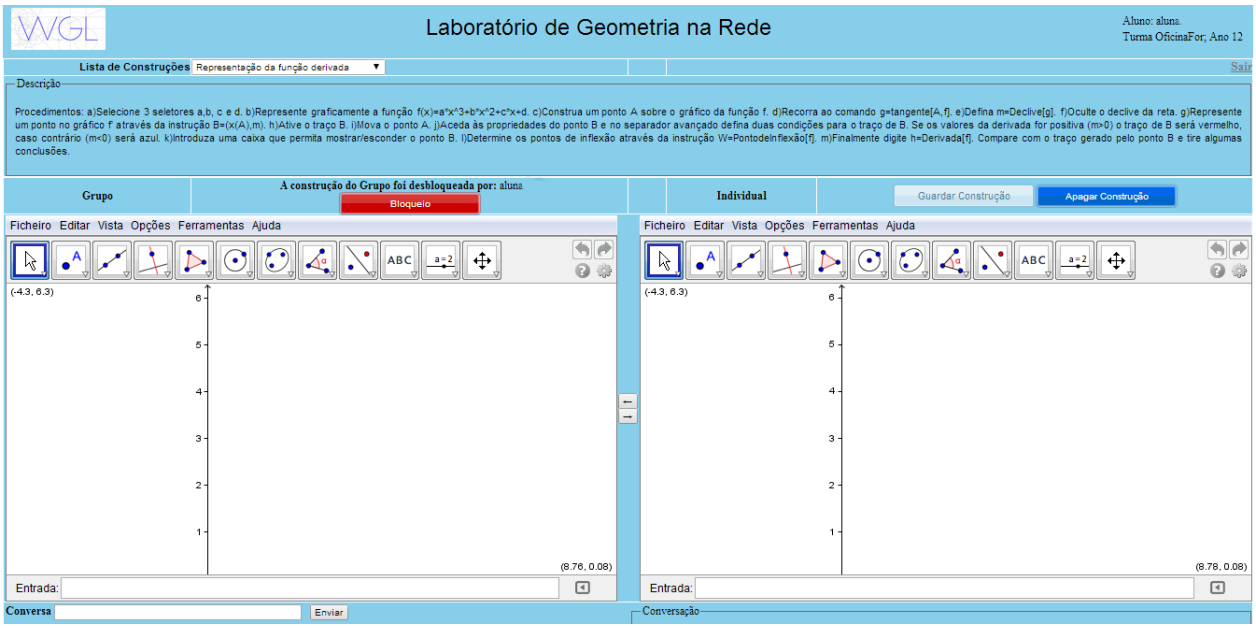


Figura 5.5: Aula colaborativa – perspetiva do aluno.

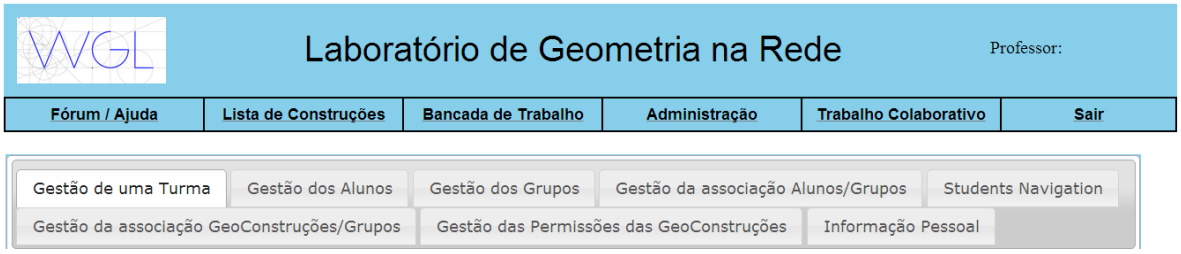


Figura 5.6: Administração de turmas/grupos/alunos pelo professor.

duas perspetivas da plataforma – a do aluno e a do professor – para estarem cientes do que fazer e do que têm disponível em cada situação, numa sessão colaborativa. Ao assumir, também, o papel de um aluno, permitiu-lhes melhorar as perceções e sensibilidades, para, em momentos cruciais, acompanhar de forma eficiente os seus alunos aquando da realização das tarefas. Como professores, têm à sua disposição outras ferramentas, nomeadamente a de gestão das suas turmas e grupos. Com o perfil de professor verificaram, passo a passo, o que é necessário para criar uma sessão colaborativa para os seus alunos.

5.2.3 Recolha de Dados

A análise quantitativa realizada procedeu-se com base na recolha de diversos elementos:

Figura 5.7: Gestão da sessão colaborativa pelo professor.

- questionário TIC (alunos e professores) (Apêndice B – Questionário TIC (Alunos) e Apêndice C – Questionário TIC);
- questionário sobre geometria – segundo Díaz e Espinoza (2013) (alunos e professores) e sobre os níveis de raciocínio geométrico de van Hiele (Apêndice D – Teste Diagnóstico (Alunos) e Apêndice E – Teste Diagnóstico);
- relatório crítico dos professores formandos.

5.2.4 Análise dos Dados – Alunos e Professores

Os dados recolhidos dos questionários TIC (professores e alunos), foram analisados[3] de forma descritiva sobre as variáveis. Às variáveis de resposta múltipla efectuou-se a análise fatorial, que permitiu reduzir o número de variáveis em estudo, perdendo uma quantidade mínima de informação, o que conduziu à identificação de novas variáveis, os fatores ou as componentes principais. O método de extração das componentes principais, consiste um procedimento que permite transformar um conjunto de variáveis quantitativas iniciais num outro conjunto com um menor número de variáveis. Para a análise fatorial, verificaram-se as condições prévias: teste de Bartlett (como é que cada fator é influenciado pelos outros); Índice Kaise-Meyer-Olkin (KMO) (adequação do tamanho da amostra, correlação entre as variáveis). Portanto, aplicou-se a técnica mais adequada, isto é, o método de extração de variáveis; em primeiro lugar, a análise exploratória pelo método de componentes principais e a análise fatorial, em segundo

[3] IBM SPSS Statistics 21, *Statistical Package for Social Sciences*.

lugar (Figueiredo, & Silva, 2010). Os dados recolhidos dos testes de geometria foram analisados, quantitativamente, com o programa Microsoft Excel 2010 e, qualitativamente, com base nos descritores de Díaz e Espinoza (2013).

Conhecimentos de TIC – Professores O questionário TIC (professores)(Apêndice C – Questionário TIC), foi dividido em três partes: dados do professor; as tecnologias de informação e comunicação; e a última parte sobre atitude perante as TIC (Hernández-Ramos, Martínez-Abad, Peñalvo, García, & Rodríguez-Conde, 2014).

Os professores participantes foram: 5 professores e 11 professoras, dos 16 professores 1 tinha entre 11 a 15 anos de experiência de ensino; 9 tinham entre 16 a 20 anos de experiência de ensino e 6 tinham mais de 21 anos de experiência de ensino.

Relativamente à utilização de computadores em sala de aula, 37,5% dos professores afirmam que o utilizam todos os dias e 31,3% uma ou duas vezes por semana. Por outro lado, 60% dos professores exploram programas específicos em sala de aula, 43,8% resolvem problemas *online* e 46,7% exploram jogos didáticos.

No que diz respeito à atitude dos professores perante as TIC, 56,3% dos professores referem que “às vezes” as TIC no ensino “implicam” o desenvolvimento de competências dos alunos; que novas possibilidades metodológicas surgem nas aulas; que facilita o ensino para os professores; que os alunos avaliam de forma favorável a sua utilização; que é capaz de incorporar as TIC e compensam o tempo gasto. Finalmente, 12,5% dos professores afirmam que a tecnologia “nunca” melhora a avaliação dos alunos e que “nunca” tiveram oportunidades de formação para a integração das TIC na sua prática pedagógica.

Quanto aos programas de geometria dinâmica, quase todos reconhecem os programas à exceção do C.a.R. Os professores que utilizaram programas deste tipo em sala de aula, 93,8% dos professores afirmam que utilizam para a sua exposição e 62,5% para os alunos trabalharem em grupos.

Conhecimentos de TIC – Alunos O questionário TIC (alunos) foi dividido em três partes: dados do aluno; as tecnologias de informação e comunicação; e a última parte sobre ambientes colaborativos (OECD, 2012; Taylor, & Maor, 2000).

Responderam ao questionário 56 do género masculino e 49 do género feminino. Dos 105 alunos, 73,3% assinalaram que tinham 14 anos ou menos.

As questões 4.1, 4.2 e 5.1 do questionário destinam-se a perceber a utilização das TIC, tanto em casa como na escola. A questão 4.1 refere-se, principalmente, ao uso das TIC em casa, enquanto a questão 5.1 é sobre atividades relacionadas com a escola. Por um lado, estas perguntas distinguem o local do uso de TIC: casa *versus* escola. Por outro lado, também permitem distinguir entre o objetivo da atividade: alguns deles são relacionados com o estudo (4.2; 5.1), enquanto outros são principalmente relacionados com o entretenimento (4.1).

Finalmente, estas atividades envolvem competências diferentes: alguns estão mais relacionadas com a recolha de informação, enquanto outros se referem à colaboração ou à comunicação e partilha, independentemente do local em que são realizadas.

Os dados revelam que os alunos utilizam mais as TIC em casa do que na escola, ou seja, na questão 4.1, 31,9% utilizam as TIC, todos os dias ou quase todos os dias; na questão 4.2, 34,7% usam as TIC, uma a duas vezes por mês, para realizarem atividades em casa; na questão 5.1, 44,1% nunca ou quase nunca utilizam o computador na escola.

Relativamente ao contexto de aula de Matemática, 39% afirmaram que não dedicavam nenhum tempo à utilização de computador numa aula e 37,1% referem que usavam o computador na escola (fora da sala de aula) em tarefas de apoio ao estudo, meia hora por semana. No entanto, a atitude dos alunos perante os computadores era muito positiva (45,1%), além de trabalharem com os computadores ser muito importante, também se sentem interessados em os utilizar. Quanto ao uso de programas de geometria dinâmica, a maioria, 96,2%, reconhece o *GeoGebra*.

Na última parte do questionário, sobre ambientes colaborativos, todos os 105 alunos completaram o questionário COLLES (*preferred form*), em que 58,5% “quase sempre” acham relevante a aprendizagem *online* para as suas práticas; 42,6% consideram que “às vezes” estimula a reflexão crítica; 42,1% consideram que, “às vezes”, a participação *online* é educativa; quase sempre preferem o apoio dos colegas 50,4% contra os 49% que preferem o apoio do professores. Observamos na Tabela 5.10 o resumo da análise destes resultados.

Tabela 5.10: Análise das questões 4.1; 4.2; 5.1 e 8.1–8.6.

Questão	Conteúdo	Objetivo	Resposta
4.1	Uso das TIC em casa	Distinguir o local da atividade	31,9% utilizam as TIC, todos os dias ou quase todos os dias
4.2	Uso das TIC em casa para o estudo	Distinguir o local da atividade	34,7% utilizam as TIC, uma a duas vezes por mês
5.1	Uso das TIC na escola	Distinguir o local da atividade	44,1% nunca ou quase nunca utilizam as TIC na escola
8.2	Atividades de grupo	Relevantes os ambientes colaborativos	58,5% quase sempre
8.3	Atividades de grupo	Permitem a reflexão os ambientes colaborativos	42,6% às vezes
8.4	Atividades de grupo	Interação nos ambientes colaborativos	42,1% às vezes
8.5	Atividades de grupo	Apoio dos Professores	49% quase sempre
8.6	Atividades de grupo	Apoio dos Colegas	50,4% quase sempre

Raciocínio Geométrico – Alunos Para determinar o nível de raciocínio geométrico segundo van Hiele dos 105 alunos, entre o 7.° e o 11.°, escolheu-se, como instrumento de análise, o teste diagnóstico sobre as competências em geometria (segundo van Hiele). Foi dado aos alunos apenas um teste. Neste teste, 46% dos alunos responderam certo a 4 questões do nível 1; 35% dos alunos, responderam certo a 3 questões do nível 2; 26% dos alunos responderam certo, a 3 questões do nível 3 e 34% dos alunos reponderam certo, a 1 questão do nível 4.

No geral, os alunos situam-se no nível 3 de van Hiele, critério 3 em 5 proposto pelo projeto CDASSG. Os alunos conseguiam ordenar as figuras e estabelecer uma ordem lógica

entre elas, mas não realizavam operações matemáticas. Se fosse o critério 4 em 5, os alunos posicionariam-se no nível 1.

Interações na Plataforma – Módulo Colaborativo Recolheram-se dados de algumas sessões colaborativas. Para este estudo selecionou-se uma turma de 10.º ano, pois estes alunos revelaram, além de bons conhecimentos em matemática, estarem interessados em tecnologias e terem boas competências a nível da comunicação. Este último aspeto é importante, pois pretendía-se que os alunos conseguissem expressar os seus argumentos, por escrito, durante o processo colaborativo. Estes alunos já tinham experimentado previamente o uso do *GeoGebra* em sala de aula. Na Tabela 5.12 apresentam-se excertos das converas entre alunos da turma selecionada, as transcrições dos textos dos alunos que interagiram, com outros colegas, do grupo, durante a resolução de uma dada tarefa. As respostas estão categorizadas em Participação/Conhecimento, Social e Resolução da Tarefa (Tabela 5.11).

Tabela 5.11: Categorias.

Categorias	Definição
Participação/Conhecimento	Percentagem de Contribuições; Cadeia de mensagens (explica, elabora, critica, responde, pergunta)
Social	Contribuições que não condiz com o conteúdo (reconhece, outro tipo de identificação)
Resolução da Tarefa	Competências relativas ao processo de aprendizagem, demonstra conhecimento (orientação, estratégias, resume, raciocina, clarifica)

Mostramos como as categorias estão identificadas em cada análise, utilizando exemplos dos excertos de textos recolhidos durante o trabalho em contexto de sala de aula (Tabela 5.12).

Tabela 5.12: Excerto de texto – Categorias, `Grupo Id 401`.

Categorias	Exemplos
Participação/Conhecimento	"Paralelogramo: quadrilátero cujos lados opostos são iguais e paralelos"
Social	"Não digas isso que eu fico triste, e sinto-me culpado"
Resolução da Tarefa	"Com a função compasso, (sexto botão), verificamos que as circunferências são iguais"

O excerto da conversação da Tabela 5.13, corresponde a um *chat* estabelecido no seio

do grupo mais numeroso, na qual os alunos tinham uma tarefa para resolver, o Teorema de Varignon. O trecho diz respeito ao início da sessão do grupo *Id 401*. O texto inicia-se com a sugestão dada pelo aluno *A21* relativa ao Teorema de Varignon, onde *A21* descreve o paralelogramo. A figura 5.8 mostra imagens no *WGL* que correspondem à parte final da tarefa.

Tabela 5.13: Excerto de texto– *Chat*, `Grupo Id 401`.

Chat	Autor
Paralelogramo: quadrilátero cujos lados opostos são iguais e paralelos	A21
Os ângulos são iguais	A23
Os ângulos paralelos são iguais dois a dois. Os vetores EH e FG são colineraes	A15
É suposto provar isso com o GeoGebra	A21
Mas como?	A15
Encontrei os pontos médios dos lados do paralelogramo formado a partir da união dos pontos médios dos lados do quadrilátero e fiz circunferências de centro nesses pontos médios	A21
O raio corresponde, em todos, a metade do lado, logo esqueçam, não está a dar para passar vamos tentar encontrar o raio das circunferências	A21
Será isto?	A15
Não sei, mas se o raio for igual, os lados são iguais de, certeza :D	A21
Com a função compasso, (sexto botão), verificamos que as circunferências são iguais	A23
Pois é :D	A21
Não sei como se traçam os raios	A15
Eu não sei como se mostram os comprimentos	A21
Como assim?	A15
Vou fazer um quadrado	A21
Esses são os comprimentos dos raios	A23
E são iguais dois a dois, provado, e serem paralelos?	A21
Para provar que são paralelos tem que se provar que os	A15
Eu já nem vejo os lados!!	A21
Vetores são colineares	A15
Com a função paralelas, vemos que são paralelas dois a dois	A23
Eu estou a guardar todas as fases okay, AGORA vou fazer um quadrado :D. Posso bloquear?	A21

Podemos ver as interações entre *A21* e *A15*, quando *A21* responde a *A15*: “Encontrei os pontos médios dos lados do paralelogramo . . . ”, e *A15* pergunta “Será isto?”. Num certo momento desta conversa *A23* também intervem. No fim, *A21* termina com “okay, AGORA vou fazer um quadrado”. O Grupo *Id 401* utiliza o ambiente colaborativo para interagir entre si no

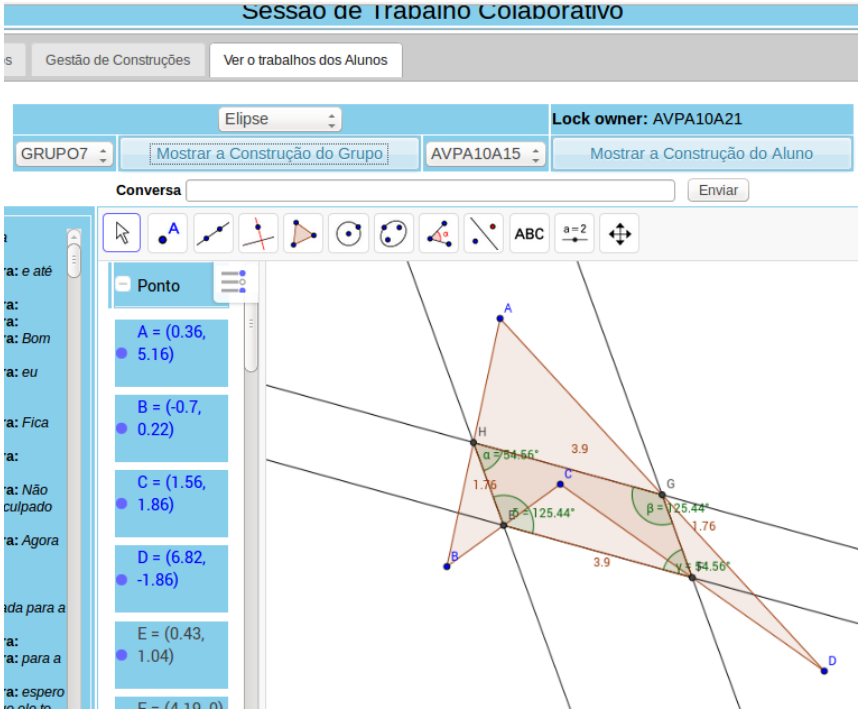


Figura 5.8: `Grupo Id 401`: Imagens do ambiente colaborativo – perspetiva do professor.

sentido de atingir o objetivo a que propem que, neste caso, é o Teorema de Varignon.

Nos dois estudos observou-se que a comunicação estabelecida entre os elementos do grupo desempenhou um papel importante. No primeiro estudo, o *applet* DGS foi utilizado para troca de informação, não só geométrica mas no próprio *applet* para troca de informação textual entre os alunos. No segundo estudo, já há essa possibilidade (janela *chat*), além da informação geométrica, os alunos trocaram informações entre os seus grupos, melhorando as suas experiências de aprendizagem.

5.2.5 Análise dos Resultados

Os dados quantitativos revelam que os alunos utilizam mais os computadores em casa (31,9%, todos os dias) do que na escola (45,5%, nunca), dados reveladores, pois estão de acordo com os resultados do relatório de *Programme for International Student Assessment* (PISA) (OECD, 2012), sendo que este resultado foi idêntico ao do primeiro estudo.

Por último, relativamente aos questionários TIC (alunos e professores), salienta-se que 39,4% dos alunos afirmam que não utilizam computadores em sala de aula, contrariamente

os 6,7% que os usam em mais de 60 minutos por semana (Santos, Quaresma, & Campos, 2014a). 37,5% dos professores declaram que todos os dias se servem de computadores, em sala de aula, e em cerca de 62,5% um programa de geometria dinâmico foi utilizado para os alunos trabalharem em grupos (Santos, Campos, & Quaresma, 2014).

5.3 Estudo com Módulo Colaborativo e Adaptativo

Verificou-se que nos dois estudos anteriores faltava um estudo comparativo para verificar as aprendizagens dos alunos, com a utilização da plataforma. De facto, os estudos anteriores foram importantes para a aprendizagem da geometria, mas não se efetuou nenhuma avaliação *à posteriori* da sua utilização. Daí se ter efetuado um terceiro estudo, o qual foi realizado no Agrupamento de Escolas de Castro Daire, na Escola de Mões, com alunos do 9.º ano do Ensino Básico, durante as aulas "Ninho".

O "Ninho" faz parte de um projeto chamado "Fénix" cujo intuito era ajudar os alunos com menor aproveitamento escolar a superar as suas dificuldades e os com maior aproveitamento escolar a serem ainda melhores. Eram dois tempos adicionais ao currículo normal, os alunos tinham cinco tempos de aulas regulares, mais dois tempos de "Ninho", todas as semanas.

O primeiro contato, com a docente destes alunos ocorreu em novembro de 2014 (ano letivo 2014/2015) e os seguintes decorreram todas as semanas, presencialmente ou via *Skype*, para preparação das várias sessões colaborativas.

5.3.1 Recolha de Dados

A análise qualitativa realizada efetuou-se com base na recolha de diversos elementos:

- das interações dos alunos (*chat*) na plataforma resultantes da realização das tarefas;
- dos testes sobre os conceitos aprendidos durante a realização do estudo, pré e pós-testes;
- dos percursos dos alunos resultantes da realização de tarefas em contexto de trabalho de casa.

Na vertente quantitativa aplicou-se um questionário TIC (Apêndice C – Questionário TIC), um pré e um pós-teste diagnóstico sobre as competências em geometria (segundo os níveis de van Hiele) (Apêndice E – Teste Diagnóstico).

5.3.2 Análise dos Dados

Participaram no estudo preparatório, 18 alunos do 9.º ano do Ensino Básico, 10 do género masculino e 8 do género feminino. Dos 18 alunos dois têm 15 anos e os restantes têm 14 anos ou menos. Os alunos resolveram algumas tarefas com o uso da plataforma colaborativa às sextas-feiras das 15h45 às 17h15, entre os meses de dezembro de 2014 e abril de 2015.

Conhecimentos de TIC – Alunos Responderam ao questionário 18 alunos. Sobre os conhecimentos de TIC dos alunos foi feita a mesma análise dos dois estudos anteriores.

As atividades implantadas envolviam competências diferentes: algumas estavam mais relacionadas com a recolha de informação, enquanto outras com o apoio da colaboração ou comunicação e partilha, independentemente do local no qual se realizaram. Os dados revelam que os alunos utilizam mais as TIC em casa do que na escola, ou seja, na questão 4.1, 57% usam as TIC uma a duas vezes por semana; na questão 4.2, 42% nunca ou quase nunca, utilizam as TIC para realizarem atividades em casa; na questão 5.1, 65% nunca ou quase nunca, realizam atividades com o computador na escola.

Numa aula de Matemática 66,7% afirmam que não dedicam nenhum tempo à utilização de computador numa aula e 38,9% dizem que não usam o computador na escola (fora da sala de aula) em tarefas de apoio ao estudo. No entanto, a atitude dos alunos perante os computadores é positiva (40%), além de trabalhar com os computadores ser muito importante, também se sentem interessados em usar computadores. Relativamente aos programas de geometria dinâmica, 61,1% não reconhecem qualquer destes programas.

A última parte do questionário, sobre ambientes colaborativos, os 18 alunos completaram o questionário COLLES (*preferred form*) no início, verificando-se que 56,3% quase sempre achavam relevante a aprendizagem *online* para as suas práticas; 45,3% considerm que, às vezes estimula a reflexão crítica; 54,7%, afirmam que, às vezes, a participação *online* é edu-

cativa; 62,5%, quase sempre, preferem o apoio dos colegas, contrariamente aos 54,3% que preferem o apoio do professor. Apresenta-se, na Tabela 5.14, o resumo dos resultados obtidos.

Tabela 5.14: Análise das questões 4.1; 4.2; 5.1; 8.2–8.6.

Questão	Conteúdo	Objetivo	Resposta
4.1	Uso das TIC em casa	Distinguir o local da atividade	57% utilizam as TIC, uma a duas vezes por semana
4.2	Uso das TIC em casa para o estudo	Distinguir o local da atividade	42% nunca ou quase nunca utilizam as TIC
5.1	Uso das TIC na escola	Distinguir o local da atividade	65% nunca ou quase nunca utilizam as TIC na escola
8.2	Atividades de grupo	Relevantes os ambientes colaborativos	56,3% quase sempre
8.3	Atividades de grupo	Permitem a reflexão os ambientes colaborativos	45,3% às vezes
8.4	Atividades de grupo	Interação nos ambientes colaborativos	54,7% às vezes
8.5	Atividades de grupo	Apoio dos Professores	54,3% quase sempre
8.6	Atividades de grupo	Apoio dos Colegas	62,5% quase sempre

Raciocínio Geométrico – Alunos Para determinar o nível de raciocínio geométrico segundo van Hiele, destes 18 alunos, do 9.° ano, escolheu-se, novamente, como instrumento, o teste diagnóstico sobre as competências em geometria (Apêndice D – Teste Diagnóstico (Alunos)).

Para realizar este teste diagnóstico disponibilizou-se, aos alunos, um pré-teste e um pós-teste, distanciados de quatro meses. Os resultados obtidos no pré-teste são: 38,9% dos alunos responderam certo a 3 questões do nível 1; 22,2% acertaram em 3 questões do nível 2; 22,2% responderam certo a 3 questões do nível 3 e 11,1% dos alunos acertaram em apenas

1 questão do nível 4. No geral, os alunos situam-se no nível 1 de van Hiele, critério 3 em 5.

Relativamente ao pós-teste, 16,7% dos alunos responderam certo a 3 questões do nível 1; 16,7% acertaram em 3 questões do nível 2; 50% responderam certo a 3 questões do nível 3 e 5,6% dos alunos acertaram em apenas 1 questão do nível 4. No geral, os alunos situam-se no nível 1 de van Hiele, critério 3 em 5 proposto pelo projeto CDASSG.

Empregou-se o teste de Wilcoxon ($\alpha = 0,05$) para analisar os dados[4] e compararam-se os conjuntos de resultados dos dois testes. Com base na Tabela 5.8, verificou-se que o nível de significância exato para o teste bilateral é de $0,012$, rejeitando a hipótese de os níveis verificados no nível 3 serem iguais no pré e pós-teste. Quanto à Figura 5.1 (diagrama de extremos e quartis), reforça os dados da tabela, ou seja, no pré-teste, a mediana é inferior à verificada no pós-teste.

No pré-teste, 50% dos alunos posicionam-se entre os níveis 1 e 2, enquanto no pós-teste posicionam-se entre os níveis 2 e 3. Observa-se ainda, que os resultados dos alunos melhoraram significativamente no caso do nível 3 (Tabela 5.15 e Figura 5.9). De facto, os alunos conseguem ordenar as figuras e estabelecer uma ordem lógica entre elas, mas não realizam operações matemáticas; os alunos identificam as propriedades das figuras, ordenam e estabelecem uma ordem entre elas, percebem as relações entre propriedades e figuras.

Tabela 5.15: Teste de Wilcoxon.

Estatística Teste[a]

	$l1-n1$	$l2-n2$	$l3-n3$	$l4-n4$
Estatística Z	$-0,749^b$	$-0,899^b$	$-2,507^b$	$-1,097^c$
p-valor para o Teste Bilateral	$0,454$	$0,369$	$0,012$	$0,273$

a. Teste de Wilcoxon.

b. Baseado nas ordens Negativas.

c. Baseado nas ordens Positivas.

[4]IBM SPSS Statistics 21, *Statistical Package for Social Sciences*.

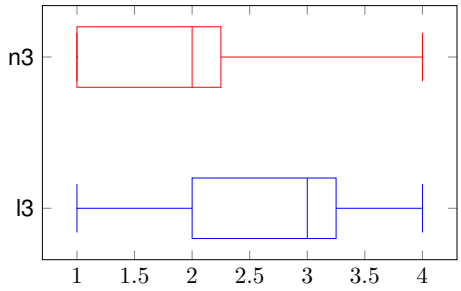


Figura 5.9: Nível 3 (l3) – pós-teste, Nível 3 (n3) – pré-teste.

Teste sobre Geometria – Alunos Deram-se aos alunos um pré e pós-teste sobre os conteúdos de geometria (Apêndice M – Teste), de acordo com a planificação da professora titular da turma. Verificou-se que no pré-teste, realizado um pouco antes de um teste global sobre a geometria, dado aos alunos, 25% dos alunos obtiveram positiva. O pós-teste realizou-se quatro meses depois, durante o 3.° período, registando-se 15% de positivas. No entanto, verificou-se em cada questão do teste houve uma melhoria de 27,8%. Notou-se uma melhoria nas questões 1.4, 6.1 e 6.2, e como exemplo, apresentam a resposta de um aluno na Figura 5.10, no entanto, as questões 3, 4, 5.1.3, 5.1.4 e 5.1.5 revelam dificuldades por parte dos alunos.

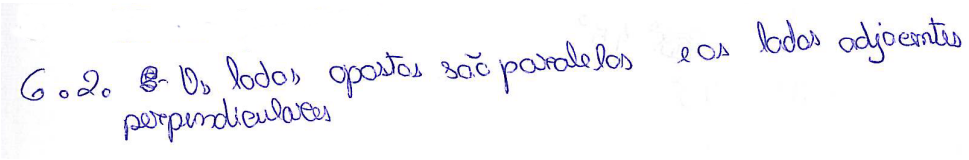


Figura 5.10: Questão número 6, do teste de geometria.

Verifica-se, também, na Figura 5.11 a resposta de um aluno à questão número quatro.

Interações na Plataforma – Módulo Colaborativo No total constituíram-se oito grupos. Devido ao reduzido número de computadores, as sessões foram realizadas com dois alunos em cada computador. Os excertos dos textos do *chat* apresentados nas Tabelas 5.16 e 5.17, são exemplificativos das mensagens trocadas entre os alunos, enquanto resolviam colaborativamente, uma tarefa proposta (Apêndice L – Atividades). Na Tabela 5.16 apresentam-se mensagens correspondentes à parte final da tarefa do `grupo Id 484` e na Tabela 5.17 mostram-se

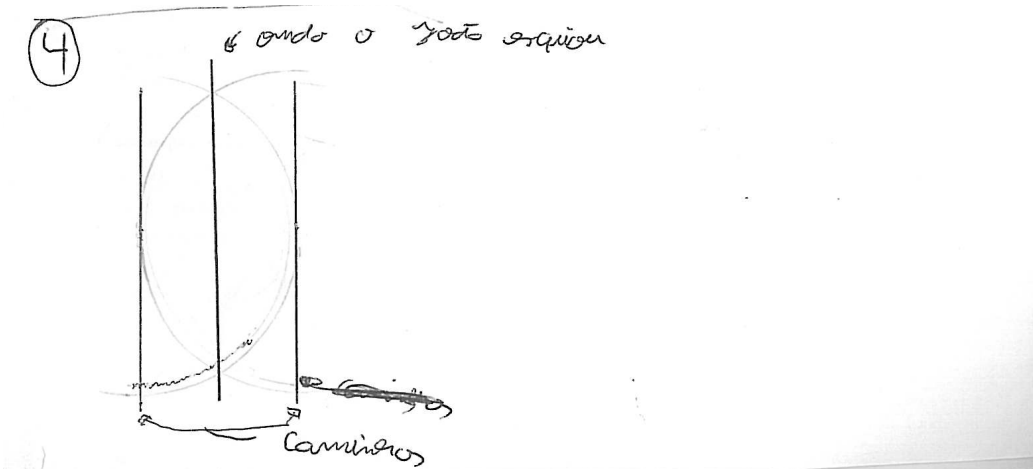


Figura 5.11: Questão número 4, do teste de geometria.

mensagens que correspondem à parte final da tarefa do `grupo Id 486`.

Tabela 5.16: Excerto de texto – *chat*, `Grupo Id 484`.

Grupo Id	Chat	Autor
484	Só fizemos a circunferência	grupoA
484	Onde se encontra a ferramenta tangente	grupoA
484	o nosso botão direito não funciona!!!!	grupoB
484	o que fazemos????	grupoB
484	Mandem-nos o trabalho que já fizeram!	grupoB

Tabela 5.17: Excerto de texto – *chat*, `Grupo Id 486`.

Grupo Id	Chat	Autor
486	questão 1: a amplitude do ângulo CAB é de 23.50 ...	grupoE
486	o ke konkluiram???	grupoF
486	questão 2: a amplitude do ângulo CAB aumenta ou diminui	grupoE
486	a medida que o ponto a se distância ou aproxima do ponto B	grupoE

Por simples observação destes trechos, os alunos revelaram pouca maturidade em relação à colaboração em grupo. Quando o `grupoA` diz “Só fizemos a circunferência” e o `grupoB` “Mandem-nos o trabalho que já fizeram!”, nota-se a falta de colaboração em grupo. Por outro lado também são pouco argumentativos, pelo que se pode verificar no `grupoF` “o ke konkluiram???” e no `grupoE` “questão 1: a amplitude do ângulo CAB é de 23.50”, sem justificar o resultado obtido.

Interações na Plataforma – Módulo Adaptativo Durante uma sessão não colaborativa é possível percepcionar o percurso do aluno durante a realização de uma tarefa. Disponibilizou-se uma tarefa aos alunos, que consistia em circunscrever um triângulo. No final, o professor conseguiu visualizar todos os passos realizados pelo(s) aluno(s). Podemos ver a tarefa efetuada pelo aluno `idgrupoI` na figura seguinte 5.12, que mostra todos os passos executados pelo aluno, ou seja, o professor consegue ver o que o aluno fez como se fosse um "filme".

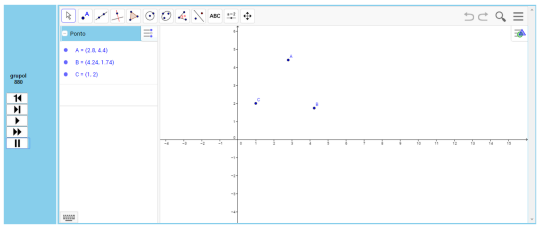
Na sequência apresentada observam-se as opções tomadas pelo aluno `idgrupoI`, que começa pelo triângulo e constrói as mediatrizes, mas, no final, não chega a circunscrever o triângulo. Também verificamos que o aluno não concretiza completamente a sua tarefa. Entre o quinto e o sétimo, passo o aluno muda apenas a configuração do triângulo, no oitavo, coloca o ponto de interseção das retas e volta a mudar a configuração do triângulo, terminando a sua tarefa.

5.3.3 Análise dos Resultados

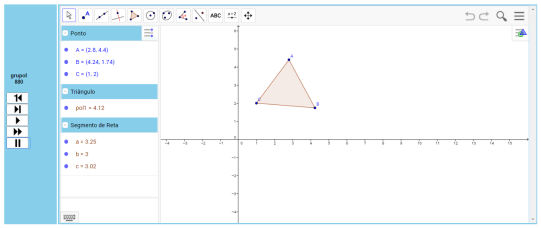
Pela análise dos resultados verificou-se que estes alunos, ainda, apresentam muitas dificuldades a nível da geometria e a nível da colaboração. A nível da geometria observou-se que manifestaram dificuldades em realizar as tarefas, pois não as concluíram. A nível colaborativo, averiguou-se que os alunos têm dificuldades em argumentar, provavelmente, em virtude da idade dos alunos a sua maturidade, ainda não está completamente desenvolvida neste aspeto. Por outro lado, alguns grupos eram numerosos, não permitindo um trabalho mais estruturado por parte dos alunos. Se todos os grupos fossem constituídos por dois alunos, estariam mais concentrados nas sessões colaborativas. Durante o trabalho individual verificou-se que um dos alunos quase que completou a sua tarefa, a construção não ficou terminada por um passo.

5.4 Estudo – Contexto Trabalho de Casa

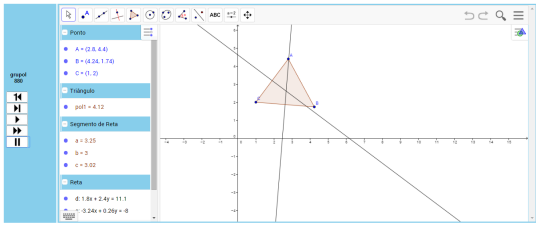
Em colaboração com uma professora de Belgrado (Sérvia), Milena Marić, houve a possibilidade de utilizar a plataforma num outro contexto: a realização de tarefas no âmbito de trabalho de casa (Marić, 2013). Este estudo permitiu à investigadora aferir resultados sobre



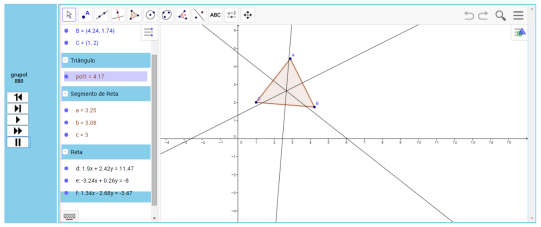
1.º – Três Pontos Iniciais



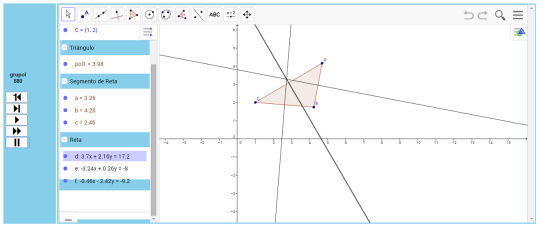
2.º – Construção do Triângulo



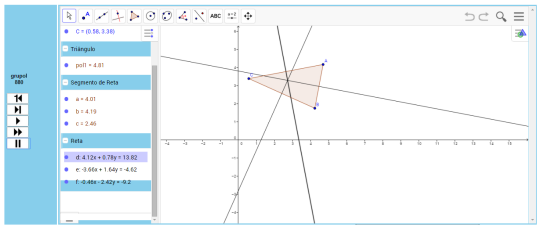
3.º – Mediatrizes



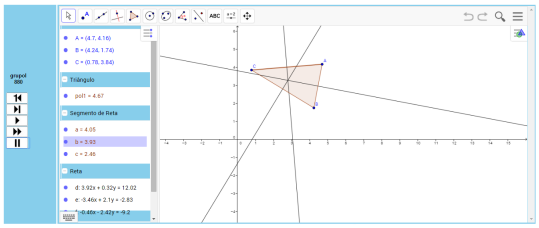
4.º – Traçado das últimas Mediatrizes



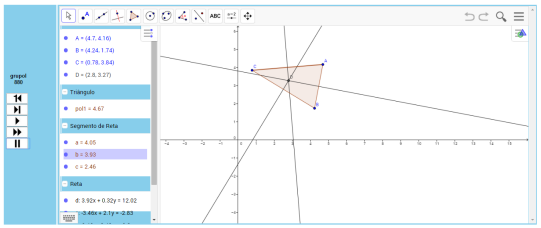
5.º – Muda a Configuração do Triângulo



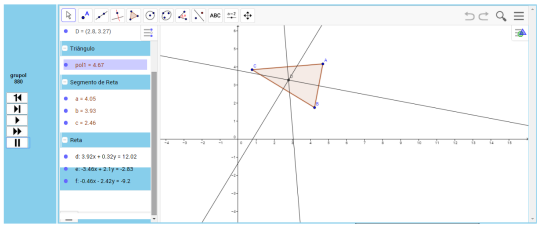
6.º



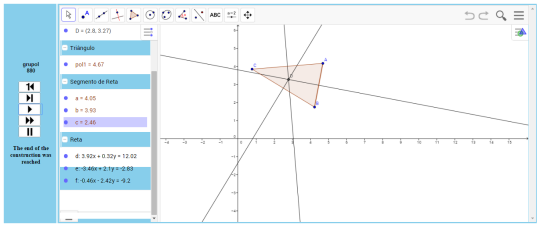
7.º



8.º – Ponto de Interseção das Retas



9.º



10.º – Fim da Interação do Aluno

Figura 5.12: Módulo Adaptativo – perspetiva do professor.

a utilização da plataforma *WGL* em contexto de trabalho de casa. Na Sérvia foram desenvolvidos dois estudos, um sem o módulo colaborativo e outro com o módulo colaborativo. O objetivo dos dois estudos era analisar a evolução dos alunos na aprendizagem da geometria, em situação de trabalho de casa.

A professora Milena Marić, no seu estudo, utilizou a metodologia quantitativa. Fez um estudo inicial que serviu como um estudo piloto, apenas para dar a alguns professores impressões preliminares dos alunos sobre o sistema. O método de recolha de dados qualitativos foi, também, aplicado, tendo os alunos dado as suas impressões através de uma entrevista.

O estudo piloto na Sérvia implementou-se em 2012, com alunos do ensino básico, usando a plataforma *WGL* para o estudo da geometria, enquanto resolviam um trabalho de casa. O estudo incluiu um professor e três turmas (A11, A14 e A15), totalizando 69 alunos (com uma média de 15 anos de idade).

O objetivo deste caso de estudo piloto foi avaliar a aprendizagem colaborativa na plataforma *WGL* em ambiente de trabalho de casa. O tema das isometrias foi ensinado a todos os alunos numa forma tradicional, sem o uso de computadores, após o que se deu um teste cujos resultados se encontram resumidos na Tabela 5.18. Na Sérvia as classificações são numa escala de 1 a 5 (1 é a pior, 5 a melhor), e cada célula da tabela contém o número de alunos numa, em cada turma que obteve a nota assinalada.

Tabela 5.18: Resultados do primeiro teste – antes de usar *WGL*.

	Nota					
Turma	1	2	3	4	5	Média
A11	0	1	9	7	6	3,78
A14	4	10	8	2	0	2,33
A15	4	7	6	4	1	2,59

Os Alunos que Utilizaram o *WGL* Os alunos que utilizaram *WGL*, turma A11, foram divididos em quatro grupos. Cada grupo recebeu 5 problemas de uma isometria específica. A tarefa consistia resolver os problemas no espaço de 3 dias.

Os Alunos que não Utilizaram o *WGL* Os alunos que não utilizaram o *WGL*, turmas A14 e A15, tinham a mesma tarefa para trabalho de casa, mas tinham que a realizar na forma

tradicional e entregar ao fim de três dias. Estes alunos não utilizaram a comunicação por correio eletrónico, mas podiam pedir ajuda aos professores durante as aulas.

Resultados do Segundo Teste Após sete dias, os alunos foram avaliados novamente, dado o mesmo teste inicial a todos os alunos. Os resultados gerais foram melhores (Tabela 5.19).

Os alunos que tinham usado a plataforma *WGL* estavam extremamente motivados (Marić, 2013).

Tabela 5.19: Resultados do segundo teste – depois de usar *WGL*.

	Nota					
Turma	1	2	3	4	5	Média
A11	1	3	7	7	5	3,52
A14	4	6	8	2	2	2,64
A15	3	6	9	4	0	2,64

No final da experiência, os alunos foram entrevistados relativamente ao uso da plataforma *WGL*. Algumas perguntas e respostas dos alunos apresentam-se na Tabela 5.20.

Tabela 5.20: Parte da entrevista com questões sobre a plataforma *WGL*.

Pergunta	Sim	Não
Achas que trabalhar na plataforma *WGL* interessante?	95%	5%
Achas que trabalhar na plataforma *WGL* é útil?	90%	10%
Se puderes, vais utilizar a platforma *WGL* novamente?	93%	7%

A professora Milena Marić realizou um segundo estudo que envolveu dois professores e 89 alunos do ensino básico (com uma média de 15 anos de idade).

A motivação para esta avaliação experimental foi semelhante ao estudo piloto. A questão de investigação é a mesma, para estimar o efeito da utilização da plataforma de aprendizagem colaborativa *WGL* para trabalhos de casa.

Nas tarefas elementares era necessário saber apenas as definições das isometrias e aplicá-los em determinadas figuras. Por cada trabalho de casa, havia uma data de entrega.

Usaram-se as notas finais dos alunos do semestre anterior, para estabelecer a comparação com os resultados após a utilização da *WGL*. (Figura 5.21).

Tabela 5.21: Ano – do semestre anterior.

	Nota					
Método	1	2	3	4	5	Média
WGL	4	7	7	8	6	3,16
tradicional	17	12	20	6	4	2,46

Descobriu-se que os melhores alunos escolheram usar *WGL*. A média da nota dos 33 alunos que escolheram o *WGL* foi de 3,16, enquanto a nota média de 56 alunos que não utilizaram o *WGL* era 2,46. Para testar a importância dessa diferença, foi aplicado o teste não-paramétrico de Mann-Whitney-Wilcoxon (como as notas não estavam distribuídos normalmente) e mostrou-se que esta diferença é significativa (estatística teste U = 662, p = 0,02).[5]

Não houve grandes diferenças entre os dois testes, mostrando a boa persistência de obtenção de conhecimento (coeficiente de correlação de Pearson entre dois testes é de 0,76).

Os alunos que utilizaram *WGL* tiveram uma melhor prestação (média M = 8,95 *versus* M = 5,79 pontos). Os resultados estão representados na Figura 5.13. Esta diferença também é significativa (estatística teste U = 426, com o nível de significância p = 0,0).

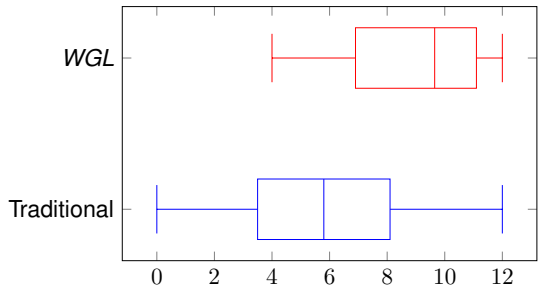


Figura 5.13: Resultados agregados nos dois testes.

No entanto, esta diferença pode ser atribuída ao facto de que a *WGL* ter sido usada por alunos que estão mais interessados em matemática e obtiveram melhores prestações antes e não há conclusões que possam ser tiradas sobre as contribuições da *WGL*, a partir destes resultados. Portanto, excluíram-se todos os alunos com boas prestações anteriores (a maioria deles obteve bons resultados em ambos os testes, utilizando ou não *WGL*).

Depois de eliminar os alunos com notas 4 e 5, permaneceram 67 alunos, de tal modo que 18 deles utilizaram o *WGL*, e 49 deles não utilizaram. Analisando as suas notas anteriores mostra-se que estes grupos eram bastante homogêneos (M = 2,17 no grupo que utilizou, e M

[5]Todos os dados estatísticos desta secção foram tratadas com o *software* GNU PSPP.

= 2,06 no grupo que não utilizou *WGL*) e a diferença não é significativa (estatística teste U = 414, p = 0,68).

A conclusão mais importante que se pode tirar desta experiência é que nesta população, os alunos que usaram *WGL* melhoraram substancialmente (M = 7,32 pontos no grupo de 18 alunos que utilizaram *WGL versus* M = 5,26, no grupo de 49 outros alunos que não utilizaram *WGL*). Esta diferença é significativa (estatística teste U = 236,5, p = 0,0). Os resultados estão representados graficamente na Figura 5.14.

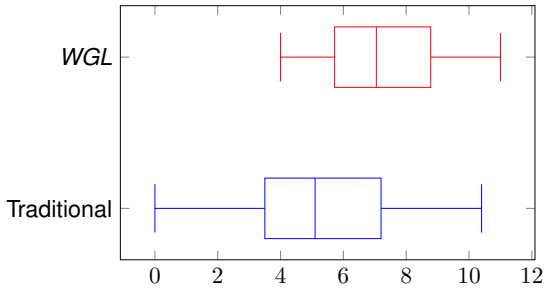


Figura 5.14: Resultados agregados nos dois testes de alunos selecionados.

5.4.1 Análise dos Resultados

Com os alunos a escolherem entre a plataforma *WGL* ou o método tradicional de elaborar o trabalho de casa, verificou-se que os alunos que optaram, pela utilização da plataforma, melhoraram substancialmente as suas notas.

Em todos os estudos verificou-se que a prestação dos alunos a nível do pensamento geométrico melhorou após a utilização da plataforma *WGL* e que a interação entre os alunos na plataforma era importante.

Em contato pessoal com a professora Milena Marić na conferência *Computer Algebra and Dynamic Geometry Systems in Mathematical Education* (CADGME 2012, Novi Sad), identficaram-se alguns aperfeiçoamentos a implementar na plataforma *WGL*.

5.5 Discussão

A coordenação dos métodos de troca de informação, geométrica e textual (*chat*), desempenhou um papel importante no estabelecimento de uma base para a colaboração de tarefas

em grupos.

O aproveitamento tecnológico e humano, conduz a um modelo representado na Figura 5.15, na qual o processo de ensino e de aprendizagem tem como objetivo o aspeto construtivista. A adopção da aprendizagem mediada por computador, que contemple os intervenientes da aprendizagem (conteúdos, professor, aluno e ambiente), com módulos colaborativos e adaptativos pretende alcançar o sucesso educativo.

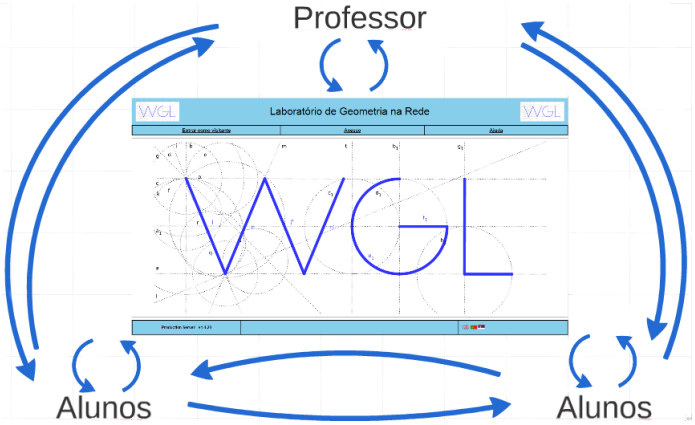


Figura 5.15: A Plataforma *WGL* e os intervenientes.

Ao assumir a investigação e ao explorar as interações dos alunos na plataforma, aquando da realização de uma determinada tarefa e como é que é se desenvolveram das capacidades de visualização e de raciocínio formal enquanto grupo e individualmente, conduziu de várias formas.

Neste contexto, a plataforma *WGL* fornece várias componentes, com o objetivo de melhorar a aprendizagem do aluno na geometria.

Para analisar as interações dos alunos, desenvolveram-se três estudos, em diferentes fases. Os resultados dos dados do primeiro e do terceiro estudo (pré e pós-teste), para alunos do 11.° ano e do 9.° ano de escolaridade respetivamente, mostram que houve um efeito positivo na aprendizagem. A realização de construções geométricas na plataforma *WGL* suscitou curiosidade e adesão da maioria dos alunos participantes.

A aprendizagem colaborativa é uma situação em que são esperados o desencadear de mecanismos de aprendizagem, formas particulares de interação entre as pessoas, mas não há garantia de que as interações esperadas venham a decorrer.

No primeiro estudo, os alunos tiveram a necessidade de colaborar para concluir a realização de uma tarefa e, no segundo estudo, os alunos desenvolveram e resolveram uma tarefa colaborando ativamente (alunos do 10.° ano). No terceiro estudo, não se verificou o mesmo comportamento. Os alunos do ensino secundário, provavelmente, possuem capacidades argumentativas que os alunos do ensino básico ainda não amadureceram.

O estudo realizado na Sérvia, em contexto de trabalho de casa, ou seja, na vertente assíncrona, revelou conclusões interessantes. Realizaram-se dois estudos distintos, o primeiro sem a componente do *chat* e o segundo estudo já com a integração do *chat* na plataforma. No segundo estudo os alunos comunicaram de forma mais intensiva e utilizaram mais vezes a plataforma. Com base nos dados obtidos verificou-se que os alunos melhoraram os seus resultados escolares.

Foi interessante verificar, ao longo dos estudos, a importância que o *chat* foi adquirindo e como os alunos interagiam nos diferentes níveis de ensino. Por outro lado, os professores podiam observar os seus alunos em ação, verificar como eles se envolviam na resolução das tarefas, e ajustar a tarefa baseados na atividade do *chat*.

Ao longo dos estudos adotaram-se as metodologias que se considerou mais adequadas. Desde a vertente de desenvolvimento da plataforma, em que se verificou o seu aperfeiçoamento, nas diferentes fases de desenvolvimento, com a inclusão da componente colaborativa até à componente adaptativa. O estudo de caso foi utilizado, ao longo do trabalho de investigação, para se tentar perceber como os alunos constroem o seu conhecimento. Finalizando com a análise de conteúdo/discurso, tentando entender como é que os alunos constroem o seu conhecimento, através da colaboração.

A possibilidade de troca de informação geométrica entre o aluno e o seu grupo e a visualização do desenvolvimento das contribuições para o grupo de trabalho, é uma contribuição inovadora na área.

6. CONCLUSÃO

A Tese foi estruturada em torno da seguinte questão de investigação:

> Como é que o auxílio de uma plataforma, como o *WGL*, se revela um bom recurso de aprendizagem, principalmente, como forma de facilitar a interação entre os alunos e o professor?

Neste capítulo, serão realçadas as conclusões obtidas em função dos resultados alcançados durante a realização dos três estudos.

6.1 Estudos

Durante esta investigação, que se desenvolveu em fases distintas, implementou-se o módulo colaborativo e o módulo com alguns aspetos adaptativos para a geometria, na plataforma *WGL*.

Numa primeira fase, com o desenrolar de um estudo de caso com alunos do ensino secundário, verificou-se melhorias a nível do raciocínio geométrico e, também, a necessidade dos alunos comunicarem entre si, o que permitiu a concepção e posterior aperfeiçoamento da plataforma *WGL*.

Numa segunda fase, realizou-se uma oficina de formação. Nesta fase o módulo colaborativo foi estabilizado, com a adição do *chat*, a disponibilização das tarefas no módulo colaborativo, a troca de construções entre a janela colaborativa e a janela de trabalho individual, a transferência das construções das sessões colaborativas para a lista de construções dos alunos, entre outras alterações pontuais. O objetivo deste estudo de caso centrou-se em fornecer formação aos professores (formação a nível da plataforma, sobre os diferentes perfis) para que posteriormente, fosse testada em contexto de sala de aula ou trabalho de casa. A perceção dos alunos e dos professores envolvidos nesta fase foi positiva em relação à utilização da plataforma *WGL*. A plataforma foi testada não só em ambiente de sala de aula mas também

em contexto de trabalho de casa, tarefas estas propostas pelos professores aos seus alunos. O leque de níveis, também foi amplo, permitindo experiências e abordagens diferentes.

Um terceiro estudo de caso foi desenvolvido visto que, ainda, faltavam dados para estabelecer uma comparação entre os resultados alcançados. Com a plataforma na versão 1.4, realizaram-se mais atividades na plataforma, na vertente colaborativa e na vertente individual. Este último aspeto permitiu visualizar todos os passos realizados pelos alunos durante a realização de uma tarefa.

Uma professora de Belgrado (Sérvia), Milena Marić, implementou atividades com a plataforma *WGL*, em contexto de trabalho de casa, cujos resultados obtidos, sobre a evolução da aprendizagem, se revelaram animadores na utilização da plataforma. Podemos afirmar que o auxílio de programas de geometria dinâmica, em ambiente de trabalho de casa, se manifestou como um bom recurso de aprendizagem, principalmente, como forma de interação entre os alunos e o professor.

Pretende-se, no futuro, incorporar na plataforma, um GATP, o que permitirá verificar, formalmente, se certas relações entre os objetos geométricos construídos estão corretas, entender melhor a complexidade de um teorema, encontrar novas relações entre objetos geométricos construídos e, portanto, eventualmente, encontrar novos teoremas de geometria ou considerar casos especiais de teoremas de geometria.

6.1.1 Implicações dos Estudos

A geometria constitui um domínio privilegiado para desenvolver as capacidades de explorar, de conjeturar, de raciocinar logicamente, de formular e de resolver problemas, com recurso a um DGS. A geometria fornece um apoio visual na formulação dessas conjeturas, tornando os alunos parte ativa na construção do seu conhecimento (Tall, 1994). Verificou-se durante os estudos que os alunos encontravam diversos modos de interagirem entre si. Além de, utilizarem correio eletrónico ou outros meios de comunicação não integrados no *WGL*, os alunos encontraram um meio de comunicar através da construção do *GeoGebra*.

Concluímos que os alunos precisavam de uma componente de comunicação no *WGL*, integrado na segunda fase do estudo. Além da comunicação entre alunos, também se estabeleceu a comunicação entre aluno e professor. A motivação do aluno era maior, pois tinha uma

forma de comunicar com o professor.

Baseado nos bons resultados obtidos, podemos concluir que a plataforma se revelou um bom recurso de aprendizagem. A plataforma *WGL* é um sistema que combina várias componentes com caraterísticas diferentes; uma questão poderá ficar por explorar no futuro: qual destas componentes terá maior impacto no desenvolvimento das capacidades dos alunos (DGS, módulo colaborativo, módulo adaptativo).

6.1.2 Considerações Finais

No presente estudo, mais do que obter resultados generalizáveis, tinha-se interesse em compreender como os participantes desenvolviam os seus resultados em grupos e individualmente. A investigadora participou nos estudos apenas como observadora externa, não chegando a interagir com os participantes, o que por um lado pode ser benéfico para os dados obtidos não serem enviesados. No entanto, estudos referem que a vivência desses fenómenos em primeira mão, poderia acrescentar contributos relevantes a outro tipo de observações menos subjetivas. Dada a natureza do estudo, qualitativo, é perfeitamente plausível a não presença da investigadora, opção prática tomada, derivada também de condições logísticas da mesma. Como o estudo teve um leque amplo de idades dos alunos, verificou-se que os alunos a nível do ensino secundário tinham mais maturidade (pela idade) e maior capacidade de argumentação (talvez esta competência fosse mais desenvolvida neste nível de ensino).

Apesar da metodologia de investigação ser de cariz qualitativo, nos vários estudos não foi possível uma amostra de maior dimensão, quer por motivos técnicos nas escolas e logísticos do professor, quer pelos professores terem um programa por cumprir.

6.2 Linha de Investigação a Aprofundar

Os estudos de caso permitiram melhorar a plataforma *WGL* e verificar que produziram um bom impacto na aprendizagem da geometria. Será importante integrar, para futuras investigações, um fórum e um GATP na plataforma *WGL*.

Os fóruns destinam-se ao apoio do ensino e da aprendizagem; um lugar para se colocar perguntas ou conversas no grupo de discussão de geometria; tarefas *online*; ligações para

outras fontes de informações; ajudas e outras questões que possam ter. No fundo, permitir uma aprendizagem presencial e não presencial de forma colaborativa (Rekha, & Venkatapathy, 2015). O fórum capacita os professores de interagir com os alunos de várias formas (tarefas, dúvidas, outro tipo de questões) e os alunos entre si de forma a entreajudarem-se. Foi implementado uma versão inicial do fórum na plataforma *WGL*, mas não foi testado nos estudos desenvolvidos.

Segundo Jones (2000) o uso de ferramentas geométricas em sala de aula dá, aos alunos, o acesso a um mundo de teoremas mediados por caraterísticas geométricas inerentes a essas ferramentas. Incorporar um GATP na plataforma *WGL* permitirá a validação de conjeturas sobre as construções realizadas com o DGS, possibilitando perguntar pelas demonstrações formais de teoremas geométricos (Janičić, & Quaresma, 2007; Santos, & Quaresma, 2012). Será pertinente observar o que acontece em situações mais vastas e diversificadas, em particular, perceber como motivar os alunos pouco habituados a resolver demonstrações formais tão caraterísticas da atividade matemática (Quaresma, Santos, & Marić, 2015).

A possibilidade dos professores darem informações geométricas aos seus alunos, é um recurso que não foi cumprido pelos professores durante os estudos de caso, o qual será implementado numa versão futura da plataforma *WGL*.

A integração do GATP, poderá também ajudar na construção do modelo de aluno, pela possibilidade que abre de inferir, automaticamente ou semi-automaticamente, os níveis de raciocínio geométrico do aluno.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrantes, P. (1999). Investigações em Geometria na Sala de Aula. In E. Veloso, H. Fonseca, J. Ponte & P. Abrantes (Orgs.) *Ensino da Geometria no Virar do Milénio* (pp. 51–62). Lisboa: Departamento de Educação da FCUL.

Aleven, V., Popescu, O., & Koedinger, K.R. (2002). Towards tutorial dialog to support self-explanation: Adding natural language understanding to a cognitive tutor. In J. D. Moore, C. Redfield, & W. L. Johnson (Eds.), *Artificial intelligence in education*: AI-ED *in the wired and wireless future* (pp. 246–255). Amsterdão: IOS Press.

Almeida, L., & Freire, T. (2008). *Metodologia da investigação em psicologia da educação*. Braga: Psiquilíbrios Edições.

Al-Sharif, A., Hajja, M., & Krasopoulos, P.T. (2009). Coincidences of Centers of Plane Quadrilaterals. *Results in Mathematics, 55*(3-4), 231–247.

Arzarello, F., Robutti, O., & Bazzini, L. (2005). Acting is learning: focus on the construction of mathematical concepts. *Cambridge Journal of Education, 35*(1), 55–67.

Balacheff, N., & Kaput J.J. (1996). Computer-Based Learning Environments in Mathematics. In A.J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde, (Eds.) *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 469-501). Dordrecht: Springer.

Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70.

Barfurth, M.A. (1995). Understanding the Collaborative Learning Process in a Technology Rich Environment: The Case of Children's Disagreements. In J.L. Schnase, & E.L. Cunnius (Eds.), *The First International Conference on Computer Support for Collaborative Learning* (pp. 8–13). Hillsdale, NJ: L. Erlbaum Associates Inc.

Baskerville, R.L. (1999). Investigating information systems with action research. In *Communications of the Association for Information Systems, 2*, article 4.

Baskerville, R.L., & Wood-Harper, A.T. (1996). A critical perspective on action research as a method for information systems research. *Jounal of Information Technology, 11*(3), 235–246.

Battista, M.T., & Clements, D.H. (1995). Geometry and proof. *Mathematics Teacher, 88*(1), 48–54.

Benbasat, I., Goldstein, D., & Mead, M. (1987). The Case Research Strategy in Studies of Information Systems. *MIS Quarterly, 11*(3), 369–386.

Blasco-Arcas, L., Buil, I., Hernández-Ortega, B., & Sese, F. J. (2013). Using clickers in class. The role of interactivity, active collaborative learning and engagement in learning performance. *Computers & Education, 62*, 102–110.

Blum, F.H. (1955). Action research–a scientific approach?. *Philosophy of Science, 22*(1), 1–7.

Bogdan, R.C., & Biklen, S.K. (1994). *Investigação Qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Botana, F., Abánades, M. A., & Escribano, J. (2014). Using a free open source software to teach mathematics. *Computer Applications in Engineering Education, 22*(4), 728-735.

Isotani, S., Brandão, L.O., & Moura, J.G. (2005). Utilizando a Geometria Dinâmica em Ambientes de Educação à Distância: iGeom e SAW. In Sociedade Brasileira de Computação (Org.), *XXV Congresso da Sociedade Brasileira de Computação* (pp. 2486–2494). Campo Grande: CSBC.

Brock-Utne, B. (1996). Reliability and validity in qualitative research within education in Africa. *International Review of Education, 42*(6), 605–621.

Brusilovsky, P. (2001). Adaptive hypermedia. User Modeling and User-Adapted Instruction. *The Journal of Personalization Research, 11*(1–2), 87–110.

Burger, W.F., & Shaughnessy, J.M. (1986). Characterizing the van Hiele Levels of Development in Geometry. *Journal for Research in Mathematics Education, 17*(1), 31–48.

Camarero, G.C., Perraut, R.P., & Díaz, J.P.(2010). La utilización de herramientas colaborativas 2.0 en el ámbito de la documentación publicitaria. *Revista Didáctica, Innovación y Multimedia, 18*.

Carr, W., & Kemmis, S. (1986). *Becoming Critical: Education, Knowledge and Action Research*. Knowledge and Action Research. London: Falmer Press.

Chrysafiadi, K., & Virvou, M. (2013). Student modeling approaches: A literature review for the last decade. *Expert Systems with Applications, 40*(11), 4715 – 4729.

Chua, W.F. (1986). Radical Developments in Accounting Thought. *Accounting Review, 61*(4), 601-632.

Chun, D.M., & Payne, J.S. (2004). What makes students click: Working memory and look-up behavior. *System, 32*(4), 481–503.

Cicconi, M. (2014). Vygotsky meets technology: A reinvention of collaboration in the early childhood mathematics classroom. *Early Childhood Education Journal, 42*(1), 57–65.

Cobo, P., Fortuny, J.M., Puertas, E., & Richard, P.R. (2007). Agentgeom: A multiagent system for pedagogical support in geometric proof problems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 12*(1), 57–79.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education*. New York: Routledge.

Connolly, T.M., Boyle, E.A., MacArthur, E., Hainey, T., & Boyle, J.M. (2012). A systematic literature review of empirical evidence on computer games and serious games. *Computers & Education, 59*(2), 661–686

Creswell, J.W. (1994). *Research design: Qualitative & quantitative approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Creswell, J.W., & Miller, D.L. (2000). Determining validity in qualitative inquiry. *Theory into practice, 39*(3), 124–130.

Crowley, M.L. (1987). The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. In M.M. Lindquist, & A. P. Shulte (Eds.), *Learning and Teaching Geometry, K-12, Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (pp. 1–16)*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Cueli, M., González-Castro, P., Krawec, J., Núñez, J.C., & González-Pienda, J.A. (2015). Hipatia: a hypermedia learning environment in mathematics. *Anales de Psicología/Annals of Psychology, 32*(1), 98–105.

De Corte, E., Verschaffel, L., & Eynde, P. (2000). Self-regulation: A characteristic and a goal of mathematics education. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner, *Handbook of self-regulation*. San Diego, CA: Academic Press.

Denzin, N.K., & Lincoln, Y.S. (2007). O Planejamento da Pesquisa Qualitativa: Teorias e Abordagens. In N.K. Denzin, & Y.S. Lincoln, *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens* (pp. 15–39). Porto Alegre: Artmed Bookman.

de Villiers, M.D. (1987). *Research evidence on hierical thinking, teaching estrategies and the van Hiele theory: Some critical comments*. Stellenbosch, R. South Africa: Research Unit for Mathematics Education, *Report, 10*. Fac. of Educ., University of Stellenbosch.

de Villiers, M.D. (2004). Using dynamic geometry to expand mathematics teachers' understanding of proof. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 35*(5), 703–724.

de Villiers, M.D. (2006). Some Pitfalls of Dynamic Geometry Software. *Learning and Teaching Mathematics, 4*(46), 52.

Dias, M., & Coutinho, C. (2011). Problemas geométricos e os ambientes de geometria dinâmica. In R. Borba, & C. Monteiro (Cord.), *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática* (pp.

57–59). Recife: CIAEM.

Díaz, M.A., & Espinoza, C.C. (2013). Levels of geometric reasoning in students of statal schools of maule region. talca, chile. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 16*(2), 139–178.

Dillenbourg, P. (1999). What do you mean by collaborative learning?. *Collaborative-learning: Cognitive and computational approaches, 1*, 1–15.

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana, & Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century* (pp. 37–52). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Ernest, P. (1993). Constructivism, the psychology of learning, and the nature of mathematics: Some critical issues. *Science & Education, 2*(1), 87–93.

Fairclough, N., & Wodak, R. (1997). Critical discourse analysis. In T. van Dijk (Ed.), *Discourse as social interaction: A multi-disciplinary introduction* (pp. 258-284). London: Sage.

Fernández, S.R., Arranz, B.C., Navarro, H.R., & Avi, B.R. (2009). La wiki-webquest: una actividad colaborativa en la asignatura de "Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación". *Revista de Docencia Universitaria, 5*, 1–15.

Ferreira, E., Soares, A., & Lima, J. (2009). As Demonstrações no Ensino da Geometria: discussões sobre a formação de professores através do uso de novas tecnologias. *Boletim de Educação Matemática, 22*(34), 185-207.

Figueiredo, D., & Silva, J. (2010). Visão além do alcance: uma introdução à análise fatorial. *Opinião Pública, 16*(1), 160–185.

Fonseca, J.J.S. (2002). *Metodologia da pesquisa científica*. Fortaleza: UEC. Apostila.

Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, 3*, 1–196.

Garfinkel, H., & Rawls, A.W. (2002). *Ethnomethodology's Program: Working Out Durkheim's Aphorism*. New York: Rowman & Littlefield.

Ghali, F., & Cristea, I.A. (2009). MOT 2.0: A Case Study on the Usefuleness of Social Modeling for Personalised E-Learning Systems. In V. Dimitrova, R. Mizoguchi, B. Boulay, & A. Graesser, *The 14th Int. Conference of Artificial Intelligence in Education (AIED) (2009)* (pp. 333-340). Amsterdam: IOS Press.

Giorgi, A. (2006). Difficulties encountered in the application of the phenomenological method in the social sciences. *Análise Psicológica, 24*(3), 353–361.

Gerhardt, T.E., & Silveira, D.T. (2009). Métodos de pesquisa. In T.E. Gerhardt, & D.T. Silveira (Orgs.), *Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS* (pp. 1–120). Porto Alegre: UFRGS.

Goldkuhl, G. (2008). Artefact science vs. practice science: seeking information systems identity. In *Proceedings of the 5th Int. Conference on Action in Language, Organisations and Information Systems (ALOIS-2008), n/a*. Uppsala: Uppsala universitet.

Goldkuhl, G. (2012). Pragmatism vs interpretivism in qualitative information systems research. *European Journal of Information Systems, 21*(2), 135–146.

Gravina, M.A. (2001). *Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo*. Tese Doutoramento, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil.

Gravina, M.A., & Santarosa, L. M. (1998). A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados. In *IV Congresso RIBIE*. Brasilia.

Grothmann, R. (2016). The Geometry Program C.a.R. *International Journal of Computer Discovered Mathematics, 1*(1), 45–61.

Guba, E., & Lincoln, Y. (1981). *Effective evaluation: Improving the usefulness of evaluation results through responsive and naturalistic approaches*. San Francisco, CA, US: Jossey-Bass.

Guba, E., & Lincoln, Y.S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In N.K. Denzin & Y.S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research*, (pp. 105-117). Thousand Oaks, CA: Sage.

Gutiérrez, A., Jaime, A., & Fortuny, J.M. (1991). An Alternative Paradigm to Evaluate the Aquisition of the van Hiele Levels. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(3), 237–251.

Habre, S., & Grundmeier, T.A. (2007). Prospective Mathematics Teachers' Views on the Role of Technology in Mathematics Education. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers, 3*.

Haguenauer, C., Kopke, R., Victorino, A., & Filho, F. (2007). Ambientes Colaborativos de Aprendizagem no Apoio ao Ensino Presencial: A Experiência do Programa de Pós-Graduação. *Colabor@- Revista Digital da CVA - Ricesu, 4*(16).

Hannafin, R.D., Burruss, J.D., & Little, C. (2001). Learning With Dynamic Geometry Programs: Perspectives of Teachers and Learners. *The Journal of Educational Research, 94*(3), 132-144.

Hayes, G.R. (2011). The Relationship of Action Research to Human-computer Interaction. *ACM Trans Comput-Human Interaction, 18*(3).

Hearn, G.N., & Foth, M. (2005). Action Research in the Design of New Media and ICT Systems. In K. Kwansah-Aidoo (Ed.), *Topical Issues in Communications and Media Research* (pp. 79–94). New York: Nova Science.

Hernández-Ramos, J.P., Martínez-Abad, F., Peñalvo, F.J.G., García, M.E.H., & Rodríguez-Conde, M.J. (2014). Teachers' attitude regarding the use of ICT. a factor reliability and validity study. *Computers in Human Behavior, 31*, 509 – 516.

Hohenwarter, M. (2002). *GeoGebra - a software system for dynamic geometry and algebra in the plane*. Tese Mestrado, University of Salzburg, Austria.

Hoyles, C., & Noss, R. (2003). What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education?. In A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F.K.S. Leung, *Springer International Handbooks of Education, 10. Second International Handbook of Mathematics Education* (pp. 323-349). Dordrecht: Kluwer Academic.

Hsu, Y. C., Ching, Y. H., & Grabowski, B. L. (2014). Web 2.0 applications and practices for learning through collaboration. In J.M. Spector et al., *Handbook of research on educational communications and technology* (pp. 747–758). New York: Springer .

Iglezakis, D. (2004). Adaptive Help for Webbased Applications. In W. Nejdl, & P. De Bra (Eds.), *Lecture Notes in Computer Science, 3137. Adaptive Hypermedia and Adaptive Web-based Systems* (pp. 304–307). Berlin: Springer.

Jackiw, N. (2001). The Geometers Sketchpad (version 4.0)[Computer Software]. Emeryville: Key Curriculum Press.

Janičić, P. (2006). GCLC — A Tool for Constructive Euclidean Geometry and More Than That. In A. Iglesias, & N. Takayama (Eds.), *Lecture Notes in Computer Science, 4151. Mathematical Software-ICMS 2006* (pp. 58–73). Berlin: Springer.

Janičić, P., & Quaresma, P. (2007). Automatic Verification of Regular Constructions in Dynamic Geometry Systems. In F. Botana, & T. Recio (Eds.), *Lecture Notes in Computer Science, 4869. Automated Deduction in Geometry* (pp 39–51). Berlin: Springer.

Järvinen, P. (2012). On Goodness of Models and Instantiations in Design Research: Some Potential Perspectives. In C. Keller et al., *Lecture Notes in Business Information Processing, 124. Nordic Contributions in IS Research* (pp. 131-144). Berlin: Springer.

Johnson, G.M. (2006). Synchronous and asynchronous text-based CMC in educational contexts: A review of recent research. *Tech Trends, 50*(4), 46–53.

Johnston, T. C. (2015). Lessons From MOOCS: Video Lectures and Peer Assessment. *Academy of Educational Leadership Journal, 19*(2), 91.

Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. *Educational Studies in Mathematics, 44*(1–2), 55–85.

Jones, K., & Bills, C. (1998). Visualisation, imagery, and the development of geometrical reasoning. *Proceeding of the British Society for Research into Learning Mathematics, 18*(1–2), 123–128.

Ke, F. (2013). Computer-game-based tutoring of mathematics. *Computers & Education, 60*, 448–457.

Kenski, V.M. (2008). Educação & comunicação: interconexões e convergências. *Educação & Sociedade, Campinas, 29*(104), 647–665.

Kiliç, E., & Gökdas, I. (2014). Learning through Blogging: Use of Blogs to Enhance the Perceived Learning of Pre-service ICT Teachers. *Educational Sciences: Theory & Practice, 14*(3), 1169–1177.

Kobsa, A. (2001). Generic User Modeling Systems. *User Modeling and User-Adapted Interaction, 11*(1–2), 49–63.

Laal, M. [Marjan], & Laal, M. [Mozhgan] (2012). Collaborative learning: what is it?. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 31*, 491–495.

Laboratoire Leibniz. (2003). Baghera assessment project: Designing an hybrid and emergent educational society. In S. Soury- Lavergne (Ed.), *Rapport pour la commission europénne, Programme IST, Les Cahiers du Laboratoire Leibniz nº 81*. Grenoble.

Laborde, C. (2000). Dynamic Geometry Environments as a Source of Rich Learning Contexts for the Complex Activity of Proving. *Educational Studies in Mathematics, 44*(1–2), 151–161.

Laborde, C. (2001). Integration of Technology in the Design of Geometry Tasks with Cabri-Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 6*(3), 283–317.

Laborde, J.–M., & Strässer, R. (1990), Cabri-géomètre: A microworld of geometry guided discovery learning. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 90*(5), 171–177.

Lai, E. R. (2011). *Collaboration: A literature review* (Vol. 2). Pearson Research Report.

Lamb, R.L., Vallett, D.B., Akmal, T., & Baldwin, K. (2014). A computational modeling of student cognitive processes in science education. *Computers & Education, 79*, 116 – 125.

Latorre, A. (2003). *La investigación-acción: Conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelo: Graó.

Leal, J.P., & Queirós, R. (2011). A Comparative Study on LMS Interoperability. In R. Babo, & A. Azevedo (Eds.), *Higher Education Institutions and Learning Management Systems: Adoption and Standardization*, (pp. 142-161). Hershey, PA: Information Science Reference.

Lehfeld, N.A.S., & Barros, A. J. P. B. (1991). *Projeto de pesquisa: propostas metodológicas*. Petrópolis: Vozes.

Lenhart, A., Arafeh, S., Smith, A., & Macgill, A.R. (2008). Writing, Technology and Teens (1–71). Washington, DC: Pew Internet & American Life Project. Retirado em 10 de novembro, 2015 em `http://www.pewinternet.org/files/old-media/Files/Reports/2008/PIP_Writing_Report_FINAL3.pdf.pdf`

Leung, A. (2008). Dragging in a Dynamic Geometry Environment Through the Lens of Variation. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13(2), 135–157.

Lévy, P. (1999). *Cyberculture* (Vol. 4). Minnesota: University of Minnesota Press.

Lewin, K. (1946). Action Research and Minority Problems. *Journal of Social Issues, 2*(4), 34–46.

Lewin, K. (2015). A definition of action research. Retirado em 3 de janeiro, 2016 em `http://www.psicopolis.com/Kurt/AR1gb.htm`.

Lewis, J.R. (1995). IBM Computer Usability Satisfaction Questionnaires: Psychometric Evaluation and Instructions for Use. *International Journal of Human-Computer Interaction, 7*(1), 57–78.

List of interactive geometry software (LIGS) (s.d.). In *Wikipedia*. Retirado em 2 de fevereiro, 2016 em: `https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_interactive_geometry_software`.

List of learning management systems (LLMS) (s.d.). In *Wikipedia*. Retirado em 2 de fevereiro, 2016 em: `https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_learning_management_systems`.

López, N., & González, P. (2014). Audioblogs and Tvblogs, Tools for Collaborative Learning in Journalism. *Comunicar, 42*, 45–53.

Luengo, V. (2005). Some didactical and epistemological considerations in the design of educational software: The cabri-euclide example. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 10*(1), 1–29.

Marić, M. (2013). Web Geometry Laboratory: Mogućnosti i primjene. In B. Antunović-Piton, I. Bratulić, R.

Gortan, I. Ivanković, Z. Jovićić, N. Lesar & V. Vujasin-Ilić (Orgs.), *Korelacija matematike sa drugim nastavnim predmetima*. Zbornik radova, (pp. 248–256). Pula: Matematičko društvo Istra.

Mariotti, M.A. (1995). Images and Concepts in Geometrical Reasoning. In R. Sutherland et al., *Exploiting Mental Imagery with Computers in mathematics education* (pp. 97–116). Berlin: Springer.

Mariotti, M.A. (2002). The Influence of Technological advances on Students' Mathematics. In L.D. English (Ed.) *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 695–723). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Martins, C., Couto, P., Fernandes, M., Bastos, C., Lobo, C., Faria, L., & Carrapatoso, E. (2011) PCMAT-Mathematics Collaborative Learning Platform. In J.B. Pérez et al. (Eds.), *Highlights in Practical Applications of Agents and Multiagent Systems* (pp. 93–100). Springer Berlin.

Marrades, R., & Gutiérrez, A. (2000). Proofs Produced by Dynamic Computer Environment. *Educational Studies in Mathematics, 44*(1–2), 87–125.

Matsuda, N., & VanLehn, K. (2005). Advanced geometry tutor: An intelligent tutor that teaches proof-writing with construction. In C.-K. Looi, G. McCalla, B. Bredeweg, & J. Breuker (Eds.), *Proceedings of the 12th International Conference on Artificial Intelligence in Education* (pp. 443–450). Amsterdam: IOS Press.

Means, B., Toyama, Y., Murphy, R., & Baki, M. (2013). The effectiveness of online and blended learning: a meta-analysis of the empirical literature. *Teachers College Record, 115*(3), 1–47.

Mendicino, M., Razzaq, L., & Heffernan, N.T. (2009). A Comparison of Traditional Homework to Computer-Supported Homework. *Journal of Research on Technology in Education, 41*(3), 331–359.

Menghini, M. (2015). From Practical Geometry to the Laboratory Method: The Search for an Alternative to Euclid in the History of Teaching Geometry. In S.J. Cho (Ed.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 561-587). Basel: Springer International Publishing.

Mejía, R., López, A., & Molina, A. (2007). Experiences in developing collaborative engineering environments: An action research approach. *Computers in Industry, 58*(4), 329 – 346.

Mercer, N. (2010). The analysis of classroom talk: Methods and methodologies. *British journal of educational psychology, 80*(1), 1–14.

Merriam, S. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco: Jossey-Bass.

Moriyón, R., Saiz, F., & Mora, M. (2008). GeoThink: An Environment for Guided Collaborative Learning of Geometry. *Nuevas Ideas en Informática Educativa, 4*, 198–206.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Noel, L. (2015). Using Blogs to Create a Constructivist Learning Environment. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 174*, 617–621.

Noeth, R.J., & Volkov, B.B. (2004). *Evaluating the effectiveness of technology in our schools: ACT Policy Report*. Washington, DC: ACT.

O'Brien, R. (2001). An overview of the methodological approach of action research. In R. Richardson (Ed.) *Theory and Practice of Action Research* João Pessoa, Brazil: Universidade Federal da Paraíba. `http://www.web.ca/~robrien/papers/arfinal.html`.

O'Donoghue, T., & Punch K. (2003). *Qualitative Educational Research in Action: Doing and Reflecting*. London: Routledge.

Organisation for Economic Co-Operation and Development. (2012). *PISA 2009 Technical Report*. Paris: OECD Publishing.

O'Leary, Z. (2004). *The essential guide to doing research*. London: Sage.

Orlikowski, W.J., & Baroudi, J.J. (1991). Studying Information Technology in Organizations: Research Approaches and Assumptions. *Information Systems Research, 2*(1), 1–28.

Paulu, N., Darby, L., & Scott, M. (1998). *Helping Your Students with Homework: A Guide for Teachers*.

Washington, DC: U.S. Department of Education, Office of Educational Research and Improvement.
Pereira, P. (2002). *Dynamic geometry: Dilemmas of teaching*. Paper presented at the meeting International Technology and Education Conference, Laboratory for ICT and Learning NTNU, Trondheim, Norway.
Pifarré, M., Marti, L., & Guijosa, A. (2014). Collaborative Creativity Processes in a wiki: A study in secondary education. *Cognition and Exploratory Learning in Digital Age*, 55–62.
Ponte, J.P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Revista Quadrante, 3*(1), 3–18.
Ponte, J.P. (2003). *Investigar, ensinar e aprender*. In PROFMAT, 2003 (Orgs.), *Actas do ProfMat 2003*, (CD-ROM, pp. 25–39). Lisboa: Associação Portuguesa de Matemática.
Prasad, P. (2005). *Crafting qualitative research: Working in the postpositivist traditions*. London: Routledge.
Quaresma, P., & Janičić, P. (2006). Integrating Dynamic Geometry Software, Deduction Systems, and Theorem Repositories. In J.M. Borwein, & W.M. Farmer (Eds.), *Lecture Notes in Computer Science, 4108. Mathematical Knowledge Management* (pp. 280–294). Berlin: Springer.
Quaresma, P., & Janičić, P. (2007). GeoThms – a Web System for euclidean constructive geometry. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science, 174*(2), 35–48.
Quaresma, P., & Santos, V. (2015). *Visual geometry proofs in a learning context*. In W. Neuper, & P. *Proceedings of ThEdu'15 workshop at CICM 2015*, (pp. 1–8). Washington, DC: CISUC TR201601.
Quaresma, P., Santos, V., & Bouallegue, S. (2013). The Web Geometry Laboratory project. In J. Carette, D. Aspinall, C. Lange, P. Sojka, & W. Windsteiger (Eds.), *Lecture Notes in Computer Science, 7961. Intelligent Computer Mathematics* (pp. 364–368). Berlin: Springer.
Quaresma, P., Santos, V., & Marić, M. (2015). *A Web Environment for Geometry*. Paper presented at the meeting Workshops and Work-in-Progress Papers at CICM 2015, Washington DC, USA. hhttp://cicm-conference.org/2015/CICM2015-wip.pdf.
Quaresma, P., Santos, V., & Moral, J. (2014). Reproducing a geometric working session. In M. England, J.H. Davenport, A. Kohlhase, M. Kohlhase, P. Libbrecht, W. Neuper, P. Quaresma, A.P. Sexton, P. Sojka, J. Urban, & S.M. Watt (Eds.), CEUR-WP, 1186. *Joint Proceedings of the MathUI, OpenMath and ThEdu Workshops and Work in Progress track at CICM*. Aachen: CEUR-WS.
Rawls, A.W. (2008). Harold Garfinkel, ethnomethodology and workplace studies. *Organization Studies, 29*, 701–732.
Rekha, V.S., & Venkatapathy, S. (2015). Understanding the Usage of Online Forums as Learning Platforms. *Procedia Computer Science, 46*, 499–506.
Richard, P.R., & Fortuny, J.M. (2007). Amélioration des compétences argumentatives à l'aide d'un système tutoriel en classe de mathématique au secondaire. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 12*, 83–116.
Richard, P.R., Fortuny, J.M., El-Khoury, S., & Aïmeur, E. (2005). An Open Architecture to Improve Mathematical Competence in High School. In P. Kommers, & G. Richards (Eds.), *Proceedings of World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications 2005* (pp. 3395–3402). Chesapeake, VA: AACE.
Richard, P.R., Fortuny, J.M., Hohenwarter, M., & Gagnon, M. (2007). geogebraTUTOR: Une nouvelle approche pour la recherche sur l'apprentissage compétentiel et instrumenté de la géométrie à l'école secondaire. In T. Bastiaens, & S. Carliner (Eds.), *World Conference on E-Learning in Corporate, Government, Healthcare, and Higher Education* (pp. 428–435). Quebec: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE).
Richter-Gebert, J., & Kortenkamp, U. (1999). *The Interactive Geometry Software Cinderella*. Berlin: Springer.
Rogers, P.C., Graham, C.R., Rasmussen, R., Campbell, J.O., & Ure, D.M. (2003). Case 2: Blending face-to-face and distance learners in a synchronous class: Instructor and learner experiences. *Quarterly Review of Distance Education, 4*0(3), 245–251.

Ruthven, K., & Hennessy, S. (2002). A Practitioner Model of the Use of Computer-Based Tools and resources to Support Mathematics Teaching and Learning. *Educational Studies in Mathematics, 49*(1), 47–88.

Ruthven, K., Hennessy, S., & Deaney, R. (2008). Constructions of dynamic geometry: A study of the interpretative flexibility of educational software in classroom practice. *Computers & Education, 51*(1), 297–317.

Santos, V. (2008). *Construção de um módulo de e-aprendizagem para a geometria euclidiana*. Tese de Mestrado. Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Portugal.

Santos, V. (2012). Ambiente Virtual para a Aprendizagem no Ensino Superior. In C. Leite & M. Zabalza, *Livro de Atas do VII Congresso Iberoamericano de Docência Universitária, 2012, Ensino Superior: Inovação e Qualidade na Docência* (pp. 2743–2750). Porto: Centro de Investigação e Intervenção Educativas.

Santos, V., Campos, H., & Quaresma, P. (2014). Aprendizagem colaborativa: A plataforma na Internet, WGL–Uma Oficina de formação. In M. H. Martinho, R.A.T. Ferreira, A. M. Boavida, & L. Menezes (Eds.). *Atas do XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 465–469). Braga: APM.

Santos, V., & Quaresma, P. (2008). eLearning Course for Euclidean Geometry. In P. Díaz, Kinshuk, I. Aedo, & E. Mora (Eds.), *The 8th IEEE International Conference on Advanced Learning Technologies, 2008* (387–388). Los Alamitos, CA: Computer Society.

Santos, V., & Quaresma, P. (2010). Laboratório de Geometria na Rede. In J. Sánchez (Ed.), *Actas do Congresso Iberoamericano de Informática Educativa, IE 2010* (pp. 418–425), Santiago do Chile: Universidad de Chile.

Santos, V., & Quaresma, P. (2010a). Adaptative Learning Environment for Geometry. In M.B. Rosson (Ed.), *Advances in Learning Processes* (pp. 71–92). Croatia: InTech.

Santos, V., & Quaresma, P. (2012). Integrating DGSs and GATPs in an Adaptative and Collaborative Blended-Learning Web-Environment. In P. Quaresma, & R.-J. Back (Eds.), *Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science, 79. First Workshop on CTP Components for Educational Software (THedu'11), EPTCS, 79* (pp. 111–123).

Santos, V., & Quaresma, P. (2013a). Plataforma Colaborativa para a Geometria. *Indagatio Didactica, 5*(1), 31–39.

Santos, V., & Quaresma, P. (2013b). Collaborative aspects of the WGL project. *Electronic Journal of Mathematics & Technology, 7*(6).

Santos, V., & Quaresma, P. (2015). A Collaborative Environment for Dynamic Geometry Software. In M.T. Restivo, A. Cardoso, & A.M. Lopes (Eds.), *Online Experimentation: Emerging Technologies and IoT* (pp. 33–46), Barcelona: International Frequency Sensor Association Publishing, S.L.

Santos, V., Quaresma, P., & Campos, H. (2014a). *A Collaborative Laboratory for Geometry: A Case Study at Portugal and Serbia*. In U. Kortenkamp, K. Richter, C. Dohrmann, H. Etzold, S. Fleckenstein, J. Kurow, & E. Malitte, *Proceedings of the Conference Computer Algebra and Dynamic Geometry Systems in Mathematical Education*, Halle (Saale): CADGME.

Santos, V., Quaresma, P., Marić, M., & Campos, H. (*in press*). Web Geometry Laboratory: Case Studies in Portugal and Serbia. *Interactive Learning Environments*.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334–370), New York: MacMillan.

Smith, B. (2003). The use of communication strategies in computer-mediated communication. *System, 31*(1), 29–53.

So, H.J., & Brush, T.A. (2008). Student perceptions of collaborative learning, social presence and satisfaction in a blended learning environment: Relationships and critical factors. *Computers & Education, 51*(1), 318–336.

Stahl, G. (2009). *Studying Virtual Math Teams*. New York: Springer.

Stahl, G., & Hesse, F. (2009). Paradigms of shared knowledge. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning, 4*(4), 365–369.

Stahl, G., Koschmann, T., & Suthers, D. (2006). Computer-supported collaborative learning: An historical perspective. In R.K. Sawyer (Ed.), *Cambridge handbook of the learning sciences* (pp. 409–426). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Stake, R. (2005). Qualitative case studies. In N. K. Denzin., & Y. S. Lincoln (Eds.), *The Sage handbook of qualitative research*. (3rd ed.), (pp. 443–466). Thousand Oaks, CA: Sage.

Tall, D. (1994). Computer environments for the learning of mathematics. In R. Biehler, R. Scholz, R. Strasser, & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 189–199). Dordrecht: Kluwer.

Taylor, P., & Maor, D. (2000). Assessing the efficacy of online teaching with the Constructivist On-Line Learning Environment Survey. In A. Herrmann, & M.M. Kulski (Eds), *Flexible Futures in Tertiary Teaching Proceedings of the 9th Annual Teaching Learning Forum*, Perth: Curtin University of Technology. `http://ctl.curtin.edu.au/events/conferences/tlf/tlf2000/taylor.html`

Traphagan, T.W., Chiang, Y.-H.V., Wattanawaha, B., Lee, H., Mayrath, M.C., Woo, J., Yoon, H.-J., Jee, M.J., & Resta, P.E. (2010). Cognitive, social and teaching presence in a virtual world and a text chat. *Computers & Education, 55*(3), 923–936.

Triantafillou, E., Pomportsis, A., & Demetriadis, S. (2003). The design and the formative evaluation of an adaptive educational system based on cognitive styles. *Computers & Education, 41*(1), 87–103.

United Nations Educational Scientific and Cultural Organization. (2011). *Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base* [Challenges in basic mathematics education]. Paris: UNESCO.

Usiskin, Z. (1982). *van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry. Final Report, Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry*. Chicago: University of Chicago.

van Dijk, T.A. (2001). Critical discourse analysis. In D. Schiffrin, D. Tannen, & H.E. Hamilton (Eds.), *The Handbook of discourse analysis* (pp. 352–371). Massachusetts, USA: Blackwell.

van Hiele, P.M. (1985). The child's thought and geometry. In D. Fuys, D. Geddes, & R. Tischler (Eds.), *English translation of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele* (pp. 243–252). New York: Brooklyn College.

van Hiele-Geldof, D. (1984). The didactics of geometry in the lowest class of secondary school. In D. Fuys, D. Geddes & R. Tischler (Eds.), *English translation of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele* (pp. 1–214). New York: Brooklyn College.

Vygotsky, L. (1978). Interaction between learning and development. *Readings on the development of children, 23*(3), 34–41.

Walsham, G. (1995). The Emergence of Interpretivism in IS Research. *Information Systems Research, 6*(4), 376–394.

Wei, C.S., & Ismail, Z. (2010). Peer interactions in computer-supported collaborative learning using dynamic mathematics software. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 8*, 600–608.

Wisher, R. (2009). Sharable Content Object Reference Model (SCORM) 2004 4th Edition Overview Version 1.0.[Computer Software]. Alexandria, USA: Advanced Distributed Learning.

Yang, F.J. (2010). The ideology of intelligent tutoring systems. *ACM Inroads, 1*(4), 63–65.

Yarandi, M., Jahankhani, H., & Tawil, A.R.H. (2013). A personalized adaptive e-learning approach based on semantic web technology. *Webology, 10*(2), 1–14.

Kafai, Y.B.K., & Burke, Q. (2015). Constructionist Gaming: Understanding the Benefits of Making Games for Learning, *Educational Psychologist, 50*(4), 313–334.

Ye, Z., Chou, S.C., & Gao, X.S. (2010). Visually Dynamic Presentation of Proofs in Plane Geometry, Part 1. Basic Features and the Manual Input Method, *Journal of Automated Reasoning, 45*, 213–241.

Ye, Z., Chou, S.C., & Gao, X.S. (2010a). Visually Dynamic Presentation of Proofs in Plane Geometry,

Part 2. Automated Generation of Visually Dynamic Presentations with the Full-Angle Method and the Deductive Database Method, *Journal of Automated Reasoning, 45*, 243–266.

Yin, R.K. (2001). *Estudo de caso: planejamento e métodos, 2ª edição* (D. Grassi Tradução). Porto Alegre: Bookman.

Yin, R.K. (2003). *Case Study Research: Design and Methods, 3rd Edition*. Thousand Oaks: Sage.

Zemel, A. (2005). Texts-in-interaction: Collaborative problem-solving in quasi-synchronous computer-mediated communication. In G. Stahl, & D. Suthers (Eds.), *Proceedings of th 2005 conference on Computer support for collaborative learning 2005* (pp. 753–757). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

LISTA DE APÊNDICES

- Apêndice A – Avaliação da Plataforma
- Apêndice B – Questionário TIC (Alunos)
- Apêndice C – Questionário TIC
- Apêndice D – Teste Diagnóstico (Alunos)
- Apêndice E – Teste Diagnóstico
- Apêndice F – Manual do Aluno
- Apêndice G – Manual do Professor
- Apêndice H – Cartas e Autorizações
- Apêndice I – Oficina
- Apêndice J – Planificação da Aula
- Apêndice L – Atividades
- Apêndice M – Teste

Apêndice A – Avaliação da Plataforma

LABORATÓRIO DE GEOMETRIA NA REDE

URL: `http://hilbert.mat.uc.pt/WebGeometryLab/index.php`

Questionário

Este questioário, com base no CSUQ (*Computer System Usability Questionnaire*)[1], tem como objetivo avaliar a ferramenta Laboratório de Geometria na Rede nas vertentes de funcionalidade, confiabilidade, usabilidade e eficiência.
Este questionário é composto por 44 questões e um glossário.

Referências do utilizador

Nome:_____

Níveis de ensino que leciona:_____

Escola:_____

Localidade: _____

Parte I

Instruções/Definições
Para cada questão assinale com uma cruz a quadrícula correspondente (sim, não e não sabe/ não responde).
Exemplo:

	Sim	Não	NS/NR
A ferramenta instala-se facilmente ?			
Se sim, inscrever	☒	☐	☐

Assinale com x uma das colunas à direita que melhor corresponde à sua escolha:

1 Funcionalidade (satisfaz as necessidades)

1. Funcionalidade (satisfaz as necessidades)
Analisa a capacidade da ferramenta de fornecer funções as quais satisfazem as necessidades quando usado em sala de aula.

Tecnologia	**Sim**	**Não**	**NS/NR**
Permite o acesso a um número ilimitado de utilizadores?	☐	☐	☐
Permite a instalação em mais do que um computador?	☐	☐	☐
Permite o acesso simultâneo de utilizadores?	☐	☐	☐
Permite o acesso via *Internet*?	☐	☐	☐
Permite o acesso apenas via *Internet*?	☐	☐	☐
Utiliza tecnologia cliente/servidor?	☐	☐	☐
Suporta a gestão de utilizadores(estudantes)?	☐	☐	☐

[1]Lewis, J. R. (1995) IBM Computer Usability Satisfaction Questionnaires: Psychometric Evaluation and Instructions for Use. International Journal of Human-Computer Interaction, 7:1, 57-78

Seleção e Registo	**Sim**	**Não**	**NS/NR**
Atualiza os dados *online*?	☐	☐	☐
Contém o registo de cada utilizador(estudante)?	☐	☐	☐
Controla a base de dados geométrica(lista de construções)?	☐	☐	☐
Permite a inclusão de novas construções?	☐	☐	☐
Permite a consulta das construções?	☐	☐	☐
Permite alterar as construções?	☐	☐	☐

2. Confiabilidade

Avalia a capacidade da ferramenta manter o seu nível de performance.

Maturidade	**Sim**	**Não**	**NS/NR**
Apresenta falhas com frequência?	☐	☐	☐

Tolerância às falhas	**Sim**	**Não**	**NS/NR**
Ocorrendo falhas, apresenta alguma mensagem orientando a sua correção?	☐	☐	☐
Reinicializa a partir do ponto em que houve a falha?	☐	☐	☐
Restaura o processamento a partir da falha?	☐	☐	☐

Recuperabilidade	**Sim**	**Não**	**NS/NR**
É capaz de recuperar os dados em caso de falha?	☐	☐	☐
Tem processo automático de recuperação?	☐	☐	☐
Possui a função de *backup* automático?	☐	☐	☐

3. Eficiência

Avalia a capacidade da ferramenta proporcionar o nível de desempenho exigido, relativa a quantidade de recursos utilizados.

Tempo	**Sim**	**Não**	**NS/NR**
O tempo de resposta é satisfatório?	☐	☐	☐

4. Portabilidade

Avalia a capacidade da ferramenta ser transferido de um ambiente para outro.

Adaptabilidade	**Sim**	**Não**	**NS/NR**
É fácil adaptar esta ferramenta a outros sistemas operativos?	☐	☐	☐
A ferramenta oferece funcionalidades que facilitam a personalização?	☐	☐	☐

Instalação	**Sim**	**Não**	**NS/NR**
A ferramenta instala-se facilmente?	☐	☐	☐

Parte II

Instruções/Definições
Para cada questão, nesta segunda parte, assinale com uma cruz a quadrícula correspondente (1 – discordo totalmente; 2 – discordo bastante; 3 – discordo ligeiramente; 4 – nem concordo nem discordo; 5 – concordo ligeiramente; 6 – concordo bastante; 7 – concordo totalmente e não aplicável).
Exemplo:

Operacionalidade	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**N/A**
A ajuda está disponível.								
Se concorda totalmente, inscrever	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Assinale com x uma das colunas à direita que melhor corresponde à sua opinião:

1. Usabilidade
Demonstra a capacidade a ferramenta possui com relação ao entendimento, aprendizagem e satisfação do utilizador sob determinadas condições.

	discordo totalmente						concordo totalmente	
Inteligibilidade	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**N/A**
É fácil entender o conceito e a aplicação.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
É simples de usar esta ferramenta.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Consigo terminar a minha tarefa de forma eficaz usando esta ferramenta.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Consigo completar a minha tarefa de forma rápida usando esta ferramenta.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Consigo completar a minha tarefa de forma eficiente usando esta ferramenta.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Sinto-me confortável em utilizar esta ferramenta.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

	discordo totalmente						concordo totalmente	
Apreensibilidade	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**N/A**
É fácil aprender a usar esta ferramenta.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Tornou-se rapidamente produtivo ao usar esta ferramenta.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
A ferramenta dá mensagens de erro de forma clara a dizer como corrigir os problemas.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Sempre que eu cometer um erro no uso da ferramenta, recupero com facilidade e rapidez.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
O *interface* apresenta-se em língua portuguesa.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

	discordo totalmente						concordo totalmente	
Operacionalidade	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**N/A**
A ajuda está disponível.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Possui documentação (manual).	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
A informação fornecida é de fácil compreensão.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Possui *correio eletrónico* ou alguma forma de interação.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

	discordo totalmente						concordo totalmente	
Atratividade	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**N/A**
A organização de informação da página é clara.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
A ferramenta tem um *interface* agradável.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Sinto-me confortável ao utilizar esta ferramenta.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
A ferramenta tem todas as funções e capacidades que espero ter.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
No geral, estou satisfeito com a ferramenta.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Aspectos positivos e menos positivos da ferramenta

Observações

Utilize este espaço para incluir sugestões, justificações referentes à suas respostas ou outras observações que julgue convenientes.

Fim do Questionário
Obrigado pela sua colaboração!

Glossário

Backup (Cópia de segurança) – É a cópia de dados de um dispositivo de armazenamento para outro para que possam ser restaurados em caso da perda dos dados originais.

Cliente-servidor – É um modelo de aplicação distribuída em que as tarefas são distribuídas entre "servidores" que providenciam serviços, e "clientes" que utilizam esses serviços. Esta ideia pode também ser aplicada aos programas executados num único computador ou num sistema operativo multi-utilizador distribuída através de uma rede de computadores.

Interface – Ligação entre dois "mundos", neste caso entre o programa e os seus utilizadores.

Internet – Entende-se por Internet a ligação ao conjunto de redes informáticas mundiais interligadas pelo protocolo TCP/IP onde se localizam servidores de informação e serviços (FTP, WWW, correio electrónico, etc.).

Online – Expressão inglesa que significa estar "em linha", i.e., estar alguém ligado a um servidor, através de uma rede de distribuição, o que lhe permite interagir com o mesmo em qualquer momento. A informação introduzida é processada de imediato.

Apêndice B – Questionário TIC (Alunos)

A utilização das TIC[1] pelos Alunos do Ensino Secundário Português (11º Ano de Escolaridade)

Questionário

Este questionário, baseado no *ICT Familiarity Componet for the Student Questionnaire (PISA 2009 (International Option), Main Survey)*[2] e no *Constructivist On-Line Learning Environment Survey (COLLES)*[3] pretende saber a tua opinião sobre a experiência que tens na utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação. Quando não souberes responder a uma questão, não respondas. Será preservado o anonimato e a confidencialidade dos teus dados recolhidos. A tua colaboração no preenchimento deste questionário é muito importante.

Instruções
Para cada questão assinala com uma cruz a quadrícula correspondente.
Exemplo:

Género

	Masculino	**Feminino**
Se feminino, inscrever	☐	☒

Parte I

Assinala com x a quadrícula que melhor corresponde à tua escolha:

1 Dados do aluno

1. **A que turma pertences?** ____
2. **Género**

Masculino	**Feminino**
☐	☐

3. **Que idade tens?**

Tenho 15 anos ou menos	**Tenho 16 anos**	**Tenho 17 anos**	**Tenho 18 anos ou mais**
☐	☐	☐	☐

4. **Nome da tua escola:** _____

[1] Tecnologias de Informação e Comunicação

[2] OECD (2012), PISA 2009 Technical Report, PISA, OECD Publishing. http://dx.doi.org/10.1787/9789264167872-en

[3] Taylor, P. and Maor, D. (2000). Assessing the efficacy of online teaching with the Constructivist On-Line Learning Environment Survey. In A. Herrmann and M.M. Kulski (Eds), Flexible Futures in Tertiary Teaching. Proceedings of the 9th Annual Teaching Learning Forum, 2-4 February 2000. Perth: Curtin University of Technology.

Parte II

Assinala com x uma das quadrículas à direita que melhor corresponde à tua escolha:

2 Disponibilidade de TIC

1. Dos seguintes dispositivos (equipamentos) qual(is) tens disponível(is) para utilizar em casa?

	Sim e utilizo	**Sim mas não utilizo**	**Não**
Computadores de Secretária.	☐	☐	☐
Computadores Portáteis ou *Notebook*.	☐	☐	☐
Ligação à *Internet*.	☐	☐	☐
Consola de videojogos (por ex.: Sony PlayStation).	☐	☐	☐
Telemóvel.	☐	☐	☐
IPod (ou similar), leitor de MP3/4.	☐	☐	☐
Impressora.	☐	☐	☐
Pen Drives USB.	☐	☐	☐
Tablet (por ex.:*Ipad*).	☐	☐	☐
Outro: _____.	☐	☐	☐

2. Dos seguintes dispositivos (equipamentos) qual(is) tens disponível(is) para utilização na escola?

	Sim e utilizo	**Sim mas não utilizo**	**Não**
Computadores de Secretária.	☐	☐	☐
Computadores Portáteis ou *Notebook*.	☐	☐	☐
Ligação à *Internet*.	☐	☐	☐
Impressora.	☐	☐	☐
Pen Drives USB.	☐	☐	☐
Outro: _____.	☐	☐	☐

3 Utilização geral de Computadores

1. Alguma vez utilizaste um computador?

Sim	**Não**
☐	☐

Se respondeste sim, continua a responder ao questionário.

Se respondeste não, por favor termina aqui.

4 Utilização das TIC em casa

Instruções
Nas questões seguintes, assinala com uma cruz a quadrícula correspondente (1 – nunca ou quase nunca; 2 – uma a duas vezes por mês; 3 – uma a duas vezes por semana e 4 – todos os dias ou quase todos os dias).

1. Com que frequência utilizas, em casa, as TIC para:

	1	2	3	4
Jogar individualmente.	☐	☐	☐	☐
Jogar jogos na *Internet* com outras pessoas.	☐	☐	☐	☐
Fazer os trabalhos de casa no computador.	☐	☐	☐	☐
Ver o correio eletrónico.	☐	☐	☐	☐
Conversar *online* (*Chat*).	☐	☐	☐	☐
Navegar na *Internet* (ver por. ex: *YouTube*).	☐	☐	☐	☐
Efectuar o *download* de músicas, filmes, jogos ou programas da *Internet*.	☐	☐	☐	☐
Publicar na página pessoal ou blogues.	☐	☐	☐	☐
Participar em fóruns ou espaços virtuais (por ex.: *Second Life*).	☐	☐	☐	☐
Publicar em Redes Sociais (por ex.: *Facebook*).	☐	☐	☐	☐

2. Em casa, com que frequência fazes as seguintes atividades:

	1	2	3	4
Navegar na *Internet* para realizar os trabalhos de casa.	☐	☐	☐	☐
Utilizar o correio eletrónico para comunicar com outros colegas sobre os trabalhos de casa.	☐	☐	☐	☐
Utilizar o correio eletrónico para comunicar com os professores e submeter trabalhos de casa ou outros trabalhos da escola.	☐	☐	☐	☐
Fazer o *download* e *upload* de material da página da escola.	☐	☐	☐	☐
Procurar na página da escola por informações.	☐	☐	☐	☐
Utilizar as Redes Sociais para partilhar informações com outros colegas.	☐	☐	☐	☐
Utilizar as Redes Sociais para partilhar informações com os professores.	☐	☐	☐	☐

5 Utilização das TIC na escola

1. Com que frequência utilizas o computador na escola para:

	1	2	3	4
Conversar *online* (*Chat*).	☐	☐	☐	☐
Utilizar o correio eletrónico.	☐	☐	☐	☐
Pesquisar na *Internet* por trabalhos da escola.	☐	☐	☐	☐
Fazer o *Download* e *upload* de material da página da escola (por ex.: *Intranet*).	☐	☐	☐	☐
Colocar o teu trabalho na página da escola.	☐	☐	☐	☐
Jogar jogos de simulação.	☐	☐	☐	☐
Praticar, por exemplo, uma lingua estrangeira ou matemática.	☐	☐	☐	☐
Fazer o trabalho de casa no computador da escola.	☐	☐	☐	☐
Fazer o trabalho de casa com outros colegas.	☐	☐	☐	☐

Instruções
Na questão seguinte, assinala com uma cruz a quadrícula correspondente (1 – nenhum tempo; 2 – 0 a 30 minutos por semana; 3 – 31 a 60 minutos por semana e 4 – mais de 60 minutos por semana).

2. Durante a semana, quanto tempo dedicas à utilização do computador numa aula de:

	1	2	3	4
Língua portuguesa.	☐	☐	☐	☐
Matemática.	☐	☐	☐	☐
Física e Quimica.	☐	☐	☐	☐
Geometria Descritiva.	☐	☐	☐	☐
Língua estrangeira.	☐	☐	☐	☐

Instruções
Na questão seguinte, assinala com uma cruz a quadrícula correspondente (1 – não sei o que é; 2 – sei o que é mas não sei como fazer; 3 – consigo fazer com a ajuda de alguém e 4 – consigo fazer sózinho).

3. És capaz de fazer cada uma das seguintes tarefas num computador?

	1	2	3	4
Editar fotografias ou imagens gráficas.	☐	☐	☐	☐
Criar uma base de dados (por ex.: *Microsoft Access*).	☐	☐	☐	☐
Utilizar uma folha de cálculo para representação gráfica.	☐	☐	☐	☐
Criar uma apresentação (ex.: *Microsoft PowerPoint*).	☐	☐	☐	☐
Criar uma apresentação multimédia (com som, imagens, vídeo).	☐	☐	☐	☐

4. Em tempo de aulas, quanto tempo usas o computador na escola (fora da sala de aula) em tarefas de apoio ao estudo, por semana?

- ☐ Nenhum.
- ☐ Meia hora.
- ☐ Uma hora.
- ☐ Duas horas.
- ☐ Três horas.
- ☐ Quatro ou mais horas.

6 Atitude perante os computadores

Instruções
Na questão seguinte, assinala com uma cruz a quadrícula correspondente (1 – discordo totalmente; 2 – discordo; 3 – concordo ; 4 – concordo totalmente e N/A – não aplicável).

1. Sobre a tua experiência com computadores: indica o grau de concordância para cada afirmação.

	1	**2**	**3**	**4**	**N/A**
É muito importante trabalhar com um computador.	☐	☐	☐	☐	☐
Jogar com computadores é divertido.	☐	☐	☐	☐	☐
Trabalhar com computadores é divertido.	☐	☐	☐	☐	☐
Utilizo o computador porque estou muito interessado.	☐	☐	☐	☐	☐
Quando trabalho com o computador entusiasmo-me e perco a noção do tempo.	☐	☐	☐	☐	☐

7 Utilização de *software* de Geometria Dinâmica

1. Dos seguintes *softwares* de geometria dinâmica[4], assinala a(s) que conheces?

- ☐ Cabri Géomètre.
- ☐ GeoGebra.
- ☐ Cinderella.
- ☐ C.a.R.
- ☐ Geometer's Sketchpad.
- ☐ Nenhum.
- ☐ Outro. Qual(is)? _____

2. Em que situação(ões) utilizaste o(s) *software(s)* anteriores?

- ☐ Na escola.
- ☐ Em casa.
- ☐ Em casa de um colega.
- ☐ Nunca.

[4] *Software* de construção que nos oferece "régua e compasso eletrónicos"

8 Ambientes Colaborativos – atividades de grupo na *Internet*

1. Alguma vez utilizaste utilizaste/trabalhaste em algum ambiente colaborativo?

Sim	**Não**
☐	☐

Se respondeste sim, continua a responder ao questionário.

Se respondeste não, por favor termina aqui.

Instruções
Nesta parte, assinala com uma cruz a quadrícula correspondente (1 – quase nunca; 2 – raramente; 3 – às vezes ; 4 – quase sempre e N/A – não aplicável).

2. Relevância
Prefiro:

	1	**2**	**3**	**4**	**N/A**
Centrar a minha aprendizagem em assuntos que me interessam.	☐	☐	☐	☐	☐
Aprender o que for mais importante.	☐	☐	☐	☐	☐
Melhorar os meus conhecimentos.	☐	☐	☐	☐	☐

3. Reflexão
Opto por pensar criticamente sobre:

	1	**2**	**3**	**4**	**N/A**
Como vou aprendendo.	☐	☐	☐	☐	☐
As minhas ideias.	☐	☐	☐	☐	☐
As ideias dos outros colegas.	☐	☐	☐	☐	☐
As ideias em textos.	☐	☐	☐	☐	☐

4. Interação
Tenho preferência por:

	1	**2**	**3**	**4**	**N/A**
Explicar as minhas ideias a outros colegas.	☐	☐	☐	☐	☐
Pedir a outros colegas expliquem as suas ideias.	☐	☐	☐	☐	☐
Outros colegas que me peçam para explicar as minhas ideias.	☐	☐	☐	☐	☐
Outros colegas que correspondem às minhas ideias.	☐	☐	☐	☐	☐

5. Apoio dos professores
Gosto quando o professor:

	1	**2**	**3**	**4**	**N/A**
Estimula o meu raciocínio.	☐	☐	☐	☐	☐
Me incentive a participar.	☐	☐	☐	☐	☐
Utiliza o modelo de auto-reflexão crítica.	☐	☐	☐	☐	☐

6. Apoio dos colegas

Prefiro que os colegas:

	1	2	3	4	N/A
Incentivem a minha participação.	☐	☐	☐	☐	☐
Elogiem a minha contribuição.	☐	☐	☐	☐	☐
Valorizem a minha contribuição.	☐	☐	☐	☐	☐
Compreendem o meu esforço por aprender.	☐	☐	☐	☐	☐

Observações

Utiliza este espaço para incluir sugestões, justificações referentes às tuas respostas ou outras observações que julgues convenientes.

Fim do Questionário
Obrigado pela tua colaboração!

Apêndice C – Questionário TIC

A utilização das TIC[1] no Ensino

Questionário

Este questionário, baseado no *Iniciativa Escola, Professores e Computadores Portáteis: Estudos de Avaliação*[2], e no *Teachers' attitude regarding the use of ICT. A factor reliability and validity study*[3] pretende saber a sua opinião sobre a experiência que tem na utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação. Será preservado o anonimato e a confidencialidade dos seus dados recolhidos. A sua colaboração no preenchimento deste questionário é muito importante.

Parte I

Assinale com x a quadrícula que melhor corresponde à sua escolha:

1 Dados do professor

1. **A que grupo de docência/área disciplinar pertence?** ____
2. **Níveis de ensino que leciona:** ____
3. **Género**

   Masculino ☐ **Feminino** ☐

4. **É professor(a) do quadro de agrupamento?**

   Sim ☐ **Não** ☐

5. **Quantos anos tem de experiência de ensino?**

   0 ano a 5 anos ☐ **6 anos a 10 anos** ☐ **11 anos a 15 anos** ☐ **16 anos a 20 anos** ☐ **Mais de 21 anos** ☐

6. **Nome da sua escola, onde se encontra colocado(a):** _____

[1] Tecnologias de Informação e Comunicação

[2] Iniciativa Escola, Professores e Computadores Portáteis: Estudos de Avaliação. Centro de Investigação em Educação e Psicologia e Centro de Competência CRIE da Universidade de Évora. `http://www.crie.min-edu.pt/files/@crie/1277481626_Estudo_Portateis_Junho2010.pdf`

[3] Hernández-Ramos, J. P.& Martínez-Abad,F. & Peñalvo, F. J. G & García, M. E. H. & Rodríguez-Conde,M. J. (2013.) Teachers' attitude regarding the use of ICT. A factor reliability and validity study, Computers in Human Behavior, ISSN 0747-5632, http://dx.doi.org/10.1016/j.chb.2013.04.039.

Parte II

Assinale com x uma das quadrículas à direita que melhor corresponde à tua escolha:

2 Utilização geral de Computadores

1. Utiliza computadores na sala de aula?

Sim	**Não**
☐	☐

Se respondeu sim, continue a responder ao questionário.

Se respondeu não, por favor termine aqui.

3 Utilização dos Computadores em Sala de Aula

1. Utilização dos computadores em atividades letivas. Assinale com uma cruz a quadrícula correspondente.

Todos os dias.	☐
Uma a duas vezes por semana.	☐
Uma a duas vezes por mês.	☐
Entre uma a duas vezes por período	☐
Não uso.	☐

Instruções
Na questão seguinte, assinale com uma cruz a quadrícula correspondente (1 – todas as vezes; 2 – muitas vezes; 3 – às vezes ; 4 – poucas vezes e 5 – nunca).

2. Nas situações em que fez uso dos computadores na sala de aula, indique o tipo de atividades desenvolvidas e a frequência com que eram realizadas pelos alunos.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**
Atividades de produção de textos.	☐	☐	☐	☐	☐
Atividades de realização de cálculos e construção de gráficos.	☐	☐	☐	☐	☐
Apresentação de trabalhos pelos alunos.	☐	☐	☐	☐	☐
Atividades investigativas e de resolução de problemas.	☐	☐	☐	☐	☐
Atividades de produção multimédia (imagem, vídeo, som).	☐	☐	☐	☐	☐
Exploração de *software* específico da disciplina.	☐	☐	☐	☐	☐
Produção e publicação na *Internet* de conteúdos pelos alunos: construção de páginas, blogues, *wikis*, etc.	☐	☐	☐	☐	☐
Pesquisa de informação para trabalhos: consulta de enciclopédias e dicionários, etc..	☐	☐	☐	☐	☐
Resolução de problemas *online* (simulações, *applets*, etc.).	☐	☐	☐	☐	☐
Uso para entretenimento (jogos, passatempos, consulta de páginas de jornais, música, cinema, moda, *downloads*, etc.).	☐	☐	☐	☐	☐
Uso livre da *Internet* na sala de aula.	☐	☐	☐	☐	☐
Realização de atividades na plataforma de *e-learning* (por ex.: *Moodle*).	☐	☐	☐	☐	☐
Exploração de Jogos didáticos.	☐	☐	☐	☐	☐

3. Modo de organização dos alunos nas aulas com utilização de computadores.

	1	2	3	4	5
De forma individual.	☐	☐	☐	☐	☐
A pares.	☐	☐	☐	☐	☐
Pequenos grupos.	☐	☐	☐	☐	☐
Trabalho num único grupo – turma.	☐	☐	☐	☐	☐

4 Atitude perante as TIC

3. Atitude dos professores perante as TIC.

	1	2	3	4	5
TIC no ensino implica o desenvolvimento de competências dos alunos.	☐	☐	☐	☐	☐
O desempenho das minhas aulas é melhor, devido à utilização das TIC.	☐	☐	☐	☐	☐
Novas possibilidades metodológicas surgem nas minhas aulas, devido à utilização das TIC.	☐	☐	☐	☐	☐
Devido ao uso das TIC nas minhas aulas, os meus alunos estão mais motivados para trabalhar.	☐	☐	☐	☐	☐
Usando a tecnologia em minhas aulas melhora a avaliação dos alunos.	☐	☐	☐	☐	☐
TIC melhora e facilita a comunicação professor–aluno.	☐	☐	☐	☐	☐
TIC ajuda no trabalho repetitivo do professor.	☐	☐	☐	☐	☐
A educação deve ser baseada principalmente nas necessidades de aprendizagem dos alunos.	☐	☐	☐	☐	☐
O uso das TIC pode criar ansiedade.	☐	☐	☐	☐	☐
A utilização das TIC em sala de aula pode distrair-nos dos principais objetivos da aprendizagem.	☐	☐	☐	☐	☐
O uso da tecnologia em sala de aula facilita o ensino para os professores.	☐	☐	☐	☐	☐
Os professores recebem formação para a correta incorporação das TIC.	☐	☐	☐	☐	☐
Utilização das TIC no ensino implica formação contínua profissional e atualização para os professores.	☐	☐	☐	☐	☐
Os alunos avaliam o meu trabalho de forma mais positiva, se eu utilizar as TIC.	☐	☐	☐	☐	☐
Eu considero-me capaz de incorporar corretamente as TIC nas minhas aulas.	☐	☐	☐	☐	☐
Os professores têm oportunidades de formação para a integração das TIC na sua prática pedagógica diária.	☐	☐	☐	☐	☐
Os professores devem saber como encontrar informações sobre os tópicos na *Internet*.	☐	☐	☐	☐	☐
As possibilidades oferecidas pelas TIC compensa a grande quantidade de tempo gasto em formação.	☐	☐	☐	☐	☐

5 Utilização de *software* de Geometria Dinâmica

1. Dos seguintes *softwares* de geometria dinâmica[4], assinale a(s) que conhece?

Cabri Géomètre.	☐	
GeoGebra.	☐	
Cinderella.	☐	
C.a.R.	☐	
Geometer's Sketchpad.	☐	
Nenhum.	☐	
Outro.	☐	Qual(is)? _____

2. Em que situação(ões) utilizou o(s) *software(s)* anteriores?

Em sala de aula.	☐
Para apresentar um tópico.	☐
Para preparar as aulas.	☐
Para os alunos trabalharem em grupos.	☐
Indicação de alguns passos do trabalho de casa dos alunos.	☐
Nunca.	☐

Observações
Utilize este espaço para incluir sugestões, justificações referentes às suas respostas ou outras observações que julgue convenientes.

Fim do Questionário
Obrigado pela sua colaboração!

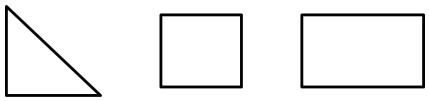
[4] *Software* de construção que nos oferece "régua e compasso eletrónicos"

Apêndice D – Teste Diagnóstico (Alunos)

Teste Diagnóstico sobre as competências em Geometria (segundo van Hiele)

Este teste tem por objetivo identificar as competências matemáticas desenvolvidas no tema de geometria. Este questionário é composto por 20 questões. Não é esperado que saibas responder a todas as questões. Para isso, lê cuidadosamente todas as questões, pois só uma resposta está correta. Coloca as tuas respostas numa grelha que é fornecida pelo(a) professor(a) e indica o número do teste. Desde já agradece-se a tua valiosa colaboração.

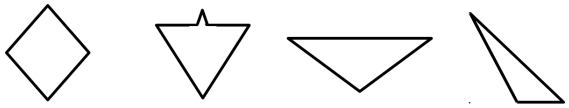
1. Na figura abaixo, identifica a(s) que representa(m) um quadrado?



K **L** **M**

(a) Apenas a figura K.
(b) Apenas a figura L.
(c) Apenas a figura M.
(d) Apenas as figuras L e M.
(e) Todas as figuras são quadrados.

2. Na figura abaixo, qual(is) define(m) um triângulo?

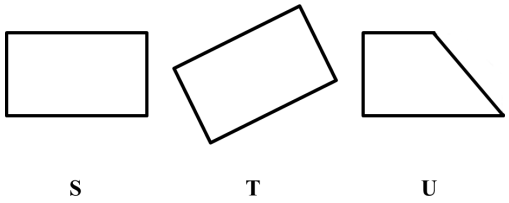


U **V** **W** **X**

(a) Nenhuma das figuras é um triângulo.
(b) Apenas a figura V.
(c) Apenas a figura W.
(d) Apenas as figuras W e X.
(e) Apenas as figuras V e W.

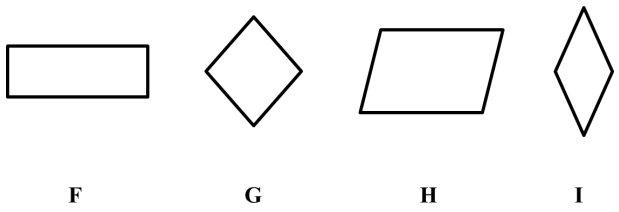
Copyright ©1980 da Universidade de Chicago.
Reprodução com permissão da Universidade de Chicago.

3. Na figura abaixo, mostra qual(is)que representa(m) um retângulo?



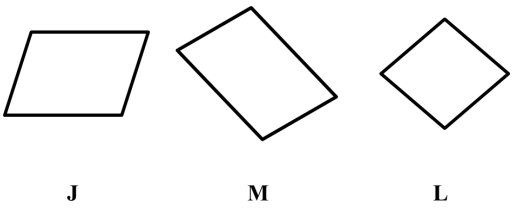
(a) Apenas a figura S.
(b) Apenas a figura T.
(c) Apenas as figuras S e T.
(d) Apenas as figuras S e U.
(e) Todas as figuras são retângulos.

4. Na figura abaixo, identifica a(s) que representa(m) um quadrado?



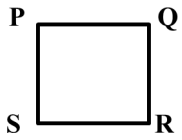
(a) Nenhuma das figuras é um quadrado.
(b) Apenas a figura G.
(c) Apenas a figura F e G.
(d) Apenas as figuras G e I.
(e) Todas as figuras são quadrados.

5. Na figura abaixo, qual(is) define(m) um paralelogramo?



(a) Apenas a figura J.
(b) Apenas a figura L.
(c) Apenas as figuras J e M.
(d) Nenhuma das figura é um paralelogramo.
(e) Todas as figuras são paralelogramos.

6. Seja [PQRS] um quadrado. Das seguintes afirmações, qual é verdadeira para todos os quadrados?



(a) Os segmentos de reta [PR] e [RS] têm o mesmo comprimento.

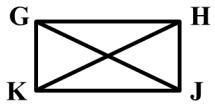
(b) Os segmentos de reta [QS] e [PR] são perpendiculares.

(c) Os segmentos de reta [PS] e [QR] são perpendiculares.

(d) Os segmentos de reta [PS] e [QS] têm o mesmo comprimento.

(e) A medida do ângulo Q é maior que o ângulo R.

7. Num retângulo [GHJK], os segmentos de reta [GJ] e [HK] são as suas diagonais. Das seguintes afirmações qual <u>não</u> é verdadeira para <u>todos</u> os retângulos?



(a) A figura tem quatro ângulos retos.

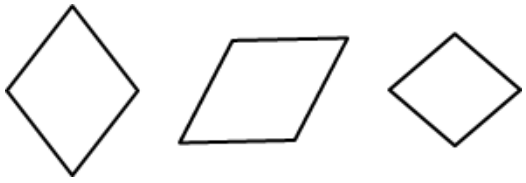
(b) A figura tem quatro lados.

(c) As diagonais têm o mesmo comprimento.

(d) Os lados opostos têm o mesmo comprimento.

(e) As afirmações (a), (b), (c) e (d) são verdadeiras para qualquer retângulo.

8. Na figura abaixo representa um losango que é uma figura de quatro lados, cujos lados têm o mesmo comprimento. Das seguintes afirmações qual <u>não</u> é verdadeira para todos os losangos?



(a) As duas diagonais têm o mesmo comprimento.

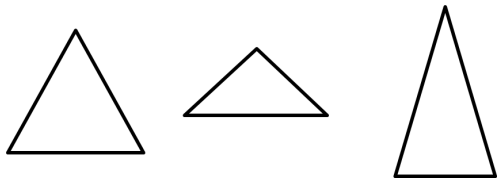
(b) Cada diagonal interseta dois ângulos do losango.

(c) As duas diagonais são perpendiculares.

(d) Os ângulos opostos têm a mesma medida.

(e) As afirmações (a), (b), (c) e (d) são verdadeiras para qualquer losango.

9. Na figura abaixo representa um triângulo isósceles, que é um triângulo com dois lados de igual comprimento. Das seguintes afirmações qual é verdadeira para todos os triângulos isósceles?



(a) Os três lados têm o mesmo comprimento.

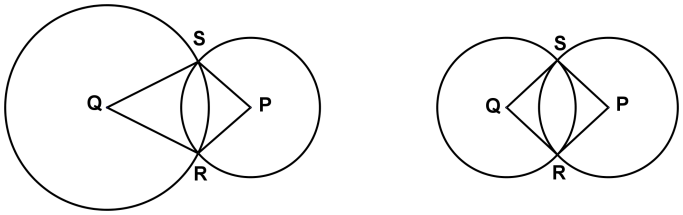
(b) Um dos lados tem o dobro do comprimento do outro lado.

(c) Tem pelo menos dois ângulos com a mesma medida.

(d) Os três ângulos têm a mesma medida.

(e) As afirmações (a), (b), (c) e (d) não são verdadeiras para qualquer triângulo isósceles.

10. Na figura abaixo estão duas circunferências com centro em P e Q, intersetando em R e S, formando uma figura [PRQS] de quatro lados. Das seguintes afirmações qual <u>não</u> é sempre verdadeira?



(a) A figura [PRQS] tem sempre dois pares de lados de igual comprimento.

(b) A figura [PRQS] tem pelo menos dois ângulos com a mesma medida.

(c) Os segmentos de retas [PQ] e [RS] são perpendiculares.

(d) Os ânglos P e Q tem a mesma medida.

(e) As afirmações (a), (b), (c) e (d) são verdadeiras.

11. Sejam as seguintes afirmações:

A1: A figura A é um retângulo.
A2: A figura A é um triângulo.

Qual está correta?

(a) Se A1 é verdadeira então A2 é verdadeira.

(b) Se A1 é falsa então A2 é verdadeira.

(c) A1 e A2 não podem ser ambas verdadeiras.

(d) A1 e A2 não podem ser ambas falsas.

(e) As afirmações (a), (b), (c) e (d) não estão corretas.

12. Sejam as seguintes afirmações:

A1: O triângulo [ABC] tem três lados com o mesmo comprimento.
A2: No triângulo [ABC], os ângulos B e C têm a mesma medida.

Qual está correta?

(a) As afirmações A1 e A2 não podem ser ambas verdadeiras.

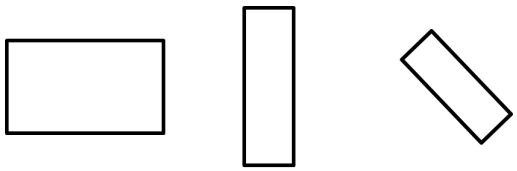
(b) Se A1 é verdadeira então A2 é verdadeira.

(c) Se A2 é verdadeira então A1 é verdadeira.

(d) Se A1 é falsa então A2 é falsa.

(e) As afirmações (a), (b), (c) e (d) não estão corretas.

13. Na figura abaixo, qual pode ser classificado como um retângulo?



(a) Podem ser todas.

(b) Apenas a figura Q.

(c) Apenas a figura R.

(d) Apenas as figuras P e Q.

(e) Apenas as figuras Q e R.

14. Qual é a afirmação verdadeira?

(a) Todas as propriedades dos retângulos são propriedades de todos os quadrados.

(b) Todas as propriedades dos quadrados são propriedades de todos os retângulos.

(c) Todas as propriedades dos retângulos são propriedades de todos os paralelogramos.

(d) Todas as propriedades dos quadrados são propriedades de todos os paralelogramos.

(e) As afirmações (a), (b), (c) e (d) são verdadeiras.

15. O que é que todos os retângulos têm, que só alguns paralelogramos não têm?

(a) Lados opostos iguais.

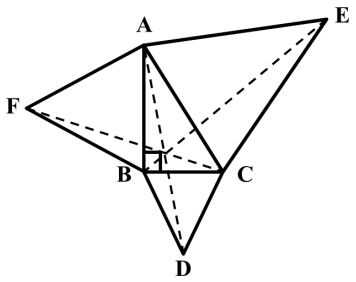
(b) Diagonais iguais.

(c) Lados opostos paralelos.

(d) Ângulos opostos iguais.

(e) Nenhuma das afirmações (a), (b), (c) e (d).

16. Seja o triângulo retângulo [ABC] e os triângulos equiláteros [ACE], [ABF] e [BCD] construídos nos lados do triângulo retângulo [ABC]. Desta informação sabe-se que os segmentos de reta [AD], [BE] e [CF] têm um ponto em comum. O que é que esta análise nos diz?



(a) Apenas neste triângulo temos a certeza que os segmentos de reta [AD], [BE] e [CF] têm um ponto em comum.

(b) Em todos, mas não em todos os triângulos retângulos, os segmentos de reta [AD], [BE] e [CF] têm um ponto em comum.

(c) Em qualquer triângulo retângulo os segmentos de reta [AD], [BE] e [CF] têm um ponto em comum.

(d) Em qualquer triângulo os segmentos de reta [AD], [BE] e [CF] têm um ponto em comum.

(e) Em qualquer triângulo equilátero os segmentos de reta [AD], [BE] e [CF] têm um ponto em comum.

17. Sejam as seguintes propriedades de uma certa figura:

P1: Tem diagonais de igual comprimento.
P2: É um quadrado.
P3: É um retângulo.

Das seguintes afirmações qual é a verdadeira.

(a) A propriedade P1 implica P2 e por conseguinte implica P3.

(b) A propriedade P1 implica P3 e por conseguinte implica P2.

(c) A propriedade P2 implica P3 e por conseguinte implica P1.

(d) A propriedade P3 implica P1 e por conseguinte implica P2.

(e) A propriedade P3 implica P2 e por conseguinte implica P1.

18. Sejam as seguintes afirmações:

A1: Se a figura é um retângulo, então as suas diagonais bissetam cada uma.
A2: Se as diagonais de uma figura bissetar cada uma, a figura é um retângulo.

Das seguintes afirmações está correta.

(a) Para provar que A1 é verdadeira, é suficiente provar que A2 é verdadeira.

(b) Para provar que A2 é verdadeira, é suficiente provar que A1 é verdadeira.

(c) Para provar que A2 é verdadeira, é suficiente encontrar um retângulo cujas diagonais bissetam mutuamente.

(d) Para provar que A2 é falsa, é suficiente encontrar um não–retângulo cujas diagonais bissetam mutuamente.

(e) Nenhuma das afirmações (a), (b), (c) e (d) está correta.

19. Em Geometria:

(a) Qualquer palavra (termo) pode ser definida e qualquer afirmação verdadeira pode ser provada como verdadeira.

(b) Qualquer palavra (termo) pode ser definida mas é necessário que assuma que certas afirmações podem ser provadas como verdadeiras.

(c) Algumas palavras (termos) podem ser deixadas como indefinidas mas qualquer afirmação verdadeira pode ser provada como verdadeira.

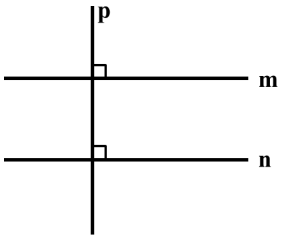
(d) Algumas palavras (termos) podem ser deixadas como indefinidas e é necessário que algumas afirmações podem ser assumidas como verdadeiras.

(e) Nenhuma das afirmações (a), (b), (c) e (d) está correta.

20. Examina as seguintes proposições:

P1: Duas retas perpendiculares à mesma reta são paralelas.
P2: A reta que é perpendicular a uma das duas retas paralelas é perpendicular à outra.
P3: Se duas retas são equidistantes, então elas são paralelas.

Na figura abaixo, é dado que as retas m e p são perpendiculares e as retas n e p são perpendiculares. Das proposições acima, poderá a reta m ser paralela à reta n?



(a) Apenas P1.

(b) Apenas P2.

(c) Apenas P3.

(d) Ou P1 ou P2.

(e) Ou P2 ou P3.

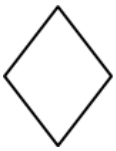
Fim do Questionário
Obrigado pela tua colaboração!

Apêndice E – Teste Diagnóstico

Questionário

Este questionário é composto por 12 questões, adaptado de Usiskin[1], Sonja van Putten[2] e de Maria Aravena Díaz e Carlos Caamaño Espinoza[3]. Leia cuidadosamente todas as questões, pois algumas tem de justificar e outras são de escolha múltipla. Nas de escolha múltipla apenas uma resposta está correta. Coloque as suas respostas numa folha que é fornecida. Desde já agradece-se a sua valiosa colaboração.

1. Seja a seguinte figura:



Enuncie todas as propriedades da figura.

2. Enuncie todas as propriedades de um retângulo.

3. Quantas diagonais tem um polígono de n lados?

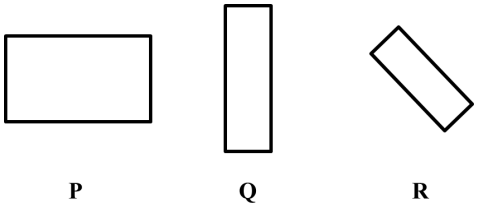
4. Numa circunferência reperesente os diâmetros [AC] e [BD]. Una os extremos dos diâmetros de forma a formar um quadrilátero [ABCD]. Como classifica o quadrilátero? Demonstre matematicamente o quadrilátero que afirma ter formado.

[1]Usiskin, Z. (1982). Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry. (Cognitive Development and Achievement in Secondary Scool Geometry Project) Chicago, Illinois: University of Chicago

[2]Putten, S.(2008.)Levels of Thought in Geometry of Pre–service Mathematics Educators according in the van Hiele Model.Dissertation, University of Pretoria

[3]Díaz, M. A. & Espinoza, C. C.. (2013).Levels of Geometric Reasoning in Students of Statal Schools of Maule Region. Talca, Chile.Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. 16 (2): 139-178.doi: 10.12802/relime.13.1621

5. Na figura abaixo, qual pode ser classificado como um retângulo?

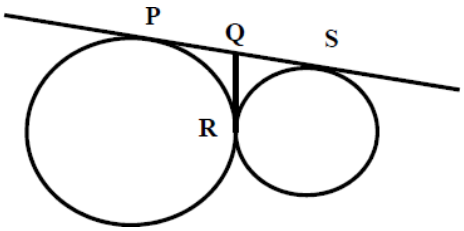


(a) Podem ser todas.
(b) Apenas a figura Q.
(c) Apenas a figura R.
(d) Apenas as figuras P e Q.
(e) Apenas as figuras Q e R.

6. Qual é a afirmação verdadeira?

(a) Todas as propriedades dos retângulos são propriedades de todos os quadrados.
(b) Todas as propriedades dos quadrados são propriedades de todos os retângulos.
(c) Todas as propriedades dos retângulos são propriedades de todos os paralelogramos.
(d) Todas as propriedades dos quadrados são propriedades de todos os paralelogramos.
(e) As afirmações (a), (b), (c) e (d) são verdadeiras.

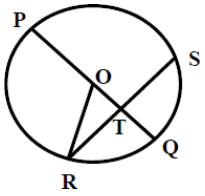
7. Se duas circunferências diferentes têm um ponto comum numa tangente, que é representada a partir do ponto de contato R para intersetar outra tangente comum em Q, como na figura abaixo, pode ser provado que ...



(a) $[RQ] \perp [PS]$.
(b) $[PQ] = [QS]$.
(c) $\triangle PQR \equiv \triangle SQR$.
(d) Todas as afirmações anteriores.
(e) Nenhuma das afirmações anteriores.

8. Mostre que a soma dos ângulos de qualquer triângulo é de 180°

9. Na figura abaixo sabe-se que: $[PT] = 8cm$; $[TQ] = 2cm$ e que $[RS] \perp [PQ]$. O comprimento de $[RS]$ é ...



10. Trissetar um ângulo significa dividi-lo em três partes de amplitude igual. Em 1847, P.L. Wantzel provou que, em geral, é impossível trissetar ângulos usando apenas um compasso e uma régua não graduada. Desta sua demonstração o que pode concluir?

(a) Em geral, é impossível **bissetar** ângulos usando somente um compasso e uma régua não graduada.
(b) Em geral, é impossível trissetar ângulos usando somente um compasso e uma régua **graduada**.
(c) Em geral, é impossível trissetar ângulos usando quaisquer instrumentos de desenho.
(d) É ainda possível que no futuro alguém encontre uma forma de trissetar ângulos usando somente um compasso e uma régua não graduada.
(e) Ninguém será alguma vez capaz de encontrar um método geral para trissetar ângulos usando apenas um compasso e uma régua não graduada.

11. Há uma geometria inventada por um matemático J na qual o seguinte é verdade:

A soma das amplitudes dos ângulos de um triângulo é menor do que 180°.

Qual é correto?

(a) J cometeu um erro ao medir os ângulos do triângulo.
(b) J cometeu um erro de raciocínio lógico.
(c) J tem uma ideia errada sobre o significado de "verdade".
(d) J começou com pressupostos diferentes dos da geometria usual.
(e) Nenhuma das alíneas (a) a (d) é correta.

12. Suponha que provou as proposições I e II.

I. Se p, entãp q.
II. Se s, então não q.

Que proposição se conclui das proposições I e II?

(a) Se p, então s.
(b) Se não p, então não q.
(c) Se p ou q, então s.
(d) Se s, então não p.
(e) Se não s, então p.

Fim do Questionário
Obrigado pela sua colaboração!

Apêndice F – Manual do Aluno

Manual de Utilização: Aluno
v1.2

Após entrar na sua área, pode seguir os seguintes passos e depois começar a trabalhar num ambiente colaborativo:

Passo 1: Deixar carregar completamente o GeoGebra (Se aparecer no ecrã "Do you want to run this application?", clicar em "I Accept the risk and want to run this app"e depois em "run");

Passo 2: Clicar o botão que diz "Pressione este botão assim que o carregar dos dois "applets"estiver concluído";

Passo 3: Clicar o botão da barra de ferramentas do GeoGebra "Vista"e selecionar "Folha Algébrica";

Passo 4: Na Lista de Construções (topo da página do lado esquerdo) e selecionar a tarefa;

Passo 5: A área individual permite guardar a construção, não esquecer de clicar no botão Guardar Construção;

Passo 6: Verificar se a construção do Grupo está bloqueda por si ou por outro elemento do grupo.

- Se estiver bloqueda por si em qualquer momento pode "libertar"a área para o outro elemento do grupo ao clicar no botão "Desbloqueia";
- Se estiver desbloqueada pode bloquear ao clicar "Bloqueio"e contribuir para a construção do grupo.

Passo 7: Envio de mensagens curtas.

- Pode escrever uma mensagem curta em Conversa e enviar, será lida pelo grupo e pelo professor.

Passo 8: Pode guardar a construção do grupo.

- Clicar na seta que transfere a construção do grupo para a área individual;
- Clicar no botão Guardar Construção.

Passo 9: Pode ver a construção do grupo, após terminar a sessão colaborativa, na Lista de Construções.

Apêndice G – Manual do Professor

Manual de Utilização: Professor
v1.2

Após entrar na sua área, pode seguir os seguintes passos e criar a(s) turma(s) para uma aula, em ambiente colaborativo:

Passo 1: Selecionar Bancada de Trabalho;

- Criar os primeiros passos de uma tarefa;

Passo 2: Selecionar Lista de Construções;

- Selecionar a construção e clicar em Actualizar;
- Clique para ver a construção;
- Adicione texto em Descrição para descrever a tarefa/atividade;
- Clique em Actualize a Construção.

Passo 3: Selecionar Administração;

- Gestão de uma Turma;
  - △ criar a turma (nome, número de alunos e nível de escolaridade);
  - △ escrever o nome do aluno(a)e atribuir nome de utilizador (pode alterar a palavra passe);
  - △ finalizar.
- Gestão dos alunos;
  - △ pode adicionar aluno(a):
    - ◇ Selecione o Grupo por Omissão (se quiser que faça parte de um dado grupo);
    - ◇ Adicione um novo aluno (com as mesmas caraterísticas do grupo – turma);
    - ◇ Clique em *create_student*.
- Gestão dos Grupos – aparece as turmas criadas;
  - △ Pode adicionar grupos:
    - ◇ No campo vazio escrever o nome de um grupo;
    - ◇ Clicar em Adicionar Grupo.
- Gestão da associação Alunos/Grupo;
  - △ aparece(m) a(s) turma(s) e o(s) aluno(s), associado(s) à(s) turma(s);
  - △ desselecionar a associação do(s) aluno(s) associado(s) à(s) turma(s);
  - △ associar aluno(s) ao(s) grupo(s);
  - △ atualizar a associação.
- Gestão da associação GeoConstruções/Grupos;
  - △ associar a(s) geoconstruções à(s) turma(s);
  - △ atualizar a associação.
- Gestão das Permissões das GeoConstruções;
  - △ verificar as permissões a atribuír a cada GeoConstrução;
  - △ atualizar as permissões.

Passo 4: Selecionar Trabalho Colaborativo;

- Gestão de Sessões;
  - △ criar sessão de trabalho colaborativo;
    - ◇ atribuir um nome à sessão; breve descrição da tarefa e relatório da tarefa;
    - ◇ *create_cw*;
    - ◇ mudar o estado para início.
- Gestão de Grupos;
  - △ associar o trabalho colaborativo ao(s) grupo(s);
  - △ atualizar a partilha.
- Gestão de Construções;
  - △ associar o trabalho colaborativo às construções;
  - △ atualizar a partilha.
- Ver o trabalho dos Alunos;
  - △ pode acompanhar a construção do grupo;
  - △ pode acompanhar a construção do aluno;
  - △ sabe quem está a contribuir para a construção em *Lock owner*;
  - △ pode enviar mensagens curtas para os alunos – selecionando grupo e aluno.

Passo 5: Quando terminar o Trabalho Colaborativo;

△ selecionar Gestão de Sessões;

△ mudar o estado para fechar.

Apêndice H – Cartas e Autorizações

Assunto: Re: Autorização
De: direcao@esdas.pt
Data: 25-01-2013 10:04
Para: Vanda Santos <vsantos7@gmail.com>
CC: José Manuel Dos Santos Dos Santos <dossantosdossantos@gmail.com>, Pedro Quaresma <pedro@mat.uc.pt>, Helena Campos <hcampos@utad.pt>, Benjamim Fonseca <benjaf@utad.pt>

Ex.ma Senhora

Informo-a que está autorizada a desenvolver o seu projeto nas aulas do professor Santos dos Santos, atendendo a que, como parece, o professor está disponível para colaborar.

Com os melhores cumprimentos,

Maria Helena Jerónimo, Diretora

Em 2013-01-24 23:54, Vanda Santos escreveu:

> Exma. Sra. Dra. Maria Helena Jerónimo
>
> Directora da Escola Secundária D. Afonso Sanches de Vila do Conde
>
> Eu, Vanda Alexandre Marques dos Santos, aluna de Doutoramento da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD), sob orientação dos Professores Doutor Pedro Quaresma, do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Doutora Helena Campos e Doutor Benjamim Fonseca da Escola de Ciências e Tecnologia da UTAD, venho por este meio solicitar a sua autorização para realizar um estudo de caso no âmbito de ambientes colaborativos num Laboratório de Geometria na Rede com os alunos do 11º ano na disciplina de Matemática, sendo o Dr. José dos Santos dos Santos o professor desses alunos. O período da realização do referido estudo será no início do 3º Período escolar com duração prevista de 2 aulas.
>
> Este trabalho enquadra-se no meu projecto de tese de doutoramento em Didáctica de Ciências e Tecnologia da UTAD sob o título _Integração de um Programa de Geometria Dinâmica com validação formal num Ambiente Adaptativo e Colaborativo_.
>
> Cumprimentos,
>
> Vanda Santos

Autorização

Exm(a). Sr(a). Encarregado de Educação

Eu, Vanda Alexandre Marques dos Santos, aluna de Doutoramento, tendo a autorização prévia da Exma. Sra. Dra. Maria Helena Jerónimo, Diretora da Escola Secundária D. Afonso Sanches, venho, por este meio, solicitar a sua autorização para permitir que o seu/sua filho(a) participe num estudo de caso, no âmbito de ambientes colaborativos no "Laboratório de Geometria na Rede" na disciplina de Matemática, sendo o Dr. José dos Santos dos Santos o professor do(a) seu/sua aluno(a). Para dar seguimento à minha tese de Doutoramento, necessito recolher dados sobre ambientes de trabalho de grupo em Rede este estudo terá lugar no início do 3º Período escolar, com uma duração prevista de 2 aulas, nas quais se realizarão aplicações do tópico matemático que está a ser tratado nas aulas.

Se autorizar o(a) seu/sua filho(a) a participar neste estudo, além da realização de tarefas consistentes com o currículo escolar do(a) seu/sua filho(a) com recurso a um "Laboratório de Geometria na Rede", também terá que responder a questionários de forma anónima. Os questionários não servirão para a avaliação do seu educando, mas apenas para tentar compreender a percepção que tiveram das aulas e como apreenderam os conteúdos.

Em caso de registos do(a) seu/sua filho(a), incluindo dados áudio ou publicação dos questionários, será sempre preservado o anonimato e a confidencialidade dos seus dados recolhidos.

Agradeço desde já a sua colaboração.

Com os melhores cumprimentos,

8 de março de de 2013

Assinatura da investigadora: _____

……

Eu encarregado de educação do(a) aluno(a)_____,
nº_____, da turma C, do 11º ano, autorizo a participação do meu educando na investigação a realizar no âmbito do Doutoramento da investigadora Vanda Alexandre Marques dos Santos.

Assinatura do(a) Encarregado(a) de Educação

_____

Assunto: Re: van Hiele Geometry Test
De: Zalman Usiskin <z-usiskin@uchicago.edu>
Data: 29-03-2013 01:34
Para: Vanda Santos <vsantos7@gmail.com>

Dear Vanda Santos:

You may include the e-mails as an appendix to your thesis.

Zalman Usiskin

On 3/29/13 10:04 AM, Vanda Santos wrote:

> Thank you.
>
> Give me your permission to include your emails below in my PhD thesis as an appendix?
>
> Happy Easter,
>
> Vanda Santos
>
> Em 27-03-2013 16:23, Zalman Usiskin escreveu:
>
> > Dear Vanda Santos:
> >
> > I look forward to seeing the Portuguese translation.
> >
> > Best wishes for success in your research.
> >
> > Zalman Usiskin
> >
> > On 3/28/13 12:15 AM, Vanda Santos wrote:
> >
> > > Dear Zalman Usiskin.
> > >
> > > Thank you for authorization.
> > >
> > > I read the project "Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry" and I found it very interesting. I understand that the theory may not be valid for all students, because it is a tool that allows us to understand, in a way, the students' level of geometric thinking.
> > >
> > > The test will be applied to students who are not mine, they are students of my colleagues.
> > >
> > > The study that I do now is a part of my PhD project. Thanks for the information, I did not know that had Portuguese investigators that asked permission, but I've done the translation. I will send you the translation to Portuguese that I did of the test.
> > >
> > > I will work with students of 11th grade.
> > >
> > > Best regards,
> > >
> > > Vanda Santos

Em 26-03-2013 08:01, Zalman Usiskin escreveu:

> Dear Vanda Santos:
>
> We are pleased to give permission for you to use the van Hiele Geometry Test in the research you have described in your e-mail. There is no problem if you use only the first 20 questions and you do not have to request again for next year.
>
> Allow me some comments on your study.
> 1. I assume you have read the report "Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry". In it are several ways of assigning van Hiele levels to students because our goal was to test whether the theory was valid, and the only way to do that was to attempt to assign a van Hiele level to a student in any way possible. Yet there may still be students for whom you cannot assign a van Hiele level. The reason may be because the van Hiele Geometry Test is imperfect or because there is a problem with the van Hiele theory for that student.
>
> 2. Whoever is teaching the geometry course should not know the van Hiele levels of the students because this can adversely affect the research. So the pretest should not be graded until late in the duration of the study.
>
> 3. A number of researchers have used the van Hiele Geometry Test in studies that seem to be similar to yours. Also, at least two researchers in the 1990s used a Portuguese version of the test. You may wish to contact these researchers so that you will not have to make your own translation.
>
> 4. We would like to receive a copy of the Portuguese translation of the test if you decide to make your own translation.
>
> I have only one question. How old are the students in your study?
>
> Zalman Usiskin
> Professor Emeritus of Education
> Director, University of Chicago School Mathematics Project
> The University of Chicago
> 1225 East 60th Street
> Chicago, IL 60637 USA
>
> On 3/26/13 4:27 AM, Vanda Santos wrote:
>
> > Hello.
> >
> > My name is Vanda Alexandre Marques dos Santos and I am a PhD student at University de Trás-os-Montes e Alto Douro, I request

permission to use the van Hiele Geometry Test in my study but I will use only the 20 first questions, in Portuguese.

a) The study is to know how are entering geometry students distributed with respect to the levels in the van hiele scheme and in an collaborative environment with dynamic geometry software, what changes in van Hiele levels take place after study geometry;

b) This year I will make about 45 copies of van Hiele Geometry Test and in the next year I will work with another students and it is uncertain the number of copies I will need;

c) I assure that I will write on each copy of the test: “Copyright ©1980 by the University of Chicago. Reprinted with permission of the University of Chicago.”;

d) I assure that I will send you copies of any written reports involving results using these instruments.

Best regards,

Vanda Santos

Apêndice I – Oficina

CONSELHO CIENTÍFICO-PEDAGÓGICO DA FORMAÇÃO CONTÍNUA

APRESENTAÇÃO DE AÇÃO DE FORMAÇÃO
NAS MODALIDADES DE ESTÁGIO, PROJETO, OFICINA DE FORMAÇÃO
E CÍRCULO DE ESTUDOS

Formulário de preenchimento obrigatório, a anexar à ficha modelo ACC2

An$_{2-B}$

N.º _____

1. DESIGNAÇÃO DA AÇÃO DE FORMAÇÃO

Aprendizagem Colaborativa na Geometria

A plataforma de geometria na *Internet:* WGL

2. RAZÕES JUSTIFICATIVAS DA AÇÃO : PROBLEMA/NECESSIDADE DE FORMAÇÃO IDENTIFICADO

O ensino da Matemática deve ser enriquecido com o uso de tecnologia, considerada essencial no ensino e na aprendizagem desta disciplina, melhorando o processo de aprendizagem dos alunos (NCTM, 2000; Villiers, 2004). Neste contexto, a introdução de sistemas computacionais dinâmicos para a geometria promove a interação entre a construção e a inferência geométrica, entre o construir no computador e o justificar por meio de argumentos teóricos (Laborde, 2000). A geometria, com recurso à intuição e à visualização, é especialmente propícia a um ensino baseado na exploração/resolução de problemas, recorrendo com naturalidade à manipulação de materiais (Abrantes,1999).

O desenvolvimento da plataforma WGL (Web Geometry Laboratory) reveste-se de particular importância porque promove uma nova forma de ensinar e aprender, integrando a tecnologia na produção do conhecimento, favorecendo situações de interação entre os alunos, o trabalho em grupo, a busca por informações e o diálogo constante, ou seja, permite um ambiente colaborativo. Esta plataforma WGL inclui programas de geometria dinâmica (neste oficina, *GeoGebra*) desenvolvendo o raciocínio geométrico e as capacidades de visualização e de raciocínio formal, tanto em grupo como individualmente, revelando-se um bom recurso de aprendizagem, principalmente em ambiente de sala de aula, como forma de interação entre alunos e o professor.

3. DESTINATÁRIOS DA AÇÃO

3.1. Equipa que propõe (caso dos Projectos e Círculos de Estudos) (Art. 12º-3 RJFCP) (Art.33º c) RJFCP)

3.1.1 Número de proponentes: ____2_____

3.1.2 Escola(s) a que pertence(m): Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD)_____

3.1.3 Ciclos/Grupos de docência a que pertencem os proponentes:

_____

_____

3.2. Destinatários da modalidade: (caso de Estágio ou Oficina de Formação)

Professores de Matemática do 3º ciclo do Ensino Básico e do Ensino Secundário. (grupo 500)

Os dados recolhidos são processados automaticamente, destinando-se à gestão automática de certificados e envio de correspondência. O preenchimento dos campos é obrigatório pelo que a falta ou inexactidão das respostas implica o arquivamento do processo. Os interessados poderão aceder à informação que lhes diga respeito, presencialmente ou por solicitação escrita ao CCPFC, nos termos dos artigos 27º e 28º da lei nº 1091 de 19 de Fevereiro. Entidade responsável pela gestão da informação: CCPFC - Rua Nossa Senhora do Leite, nº 7-3º - 4700 Braga

4. EFEITOS A PRODUZIR: MUDANÇA DE PRÁTICAS, PROCEDIMENTOS OU MATERIAIS DIDÁCTICOS

Com esta oficina pretende-se articular os objetivos específicos do programa de matemática e das metas do 3º ciclo do Ensino Básico e Secundário, com um ambiente colaborativo proporcionado pela Plataforma de Geometria na *Internet* (WGL). Pretende-se ainda com esta oficina, que os professores desenvolvam competências ao nível da utilização e exploração desta plataforma de geometria na *Internet*, tanto na sua vertente tecnológica como no domínio de potencialidades educativas e pedagógicas, em modo presencial e não presencial (por ex,: trabalhos de casa)

A oficina de formação irá contribuir para que os professores possam incluir na sua prática letiva esta plataforma, proporcionando um ambiente colaborativo para a geometria nas suas aulas.

A oficina de formação contribuirá também para que os professores participantes tenham a possibilidade de:

- Organizar a prática letiva tendo em conta a vertente tecnológica;
- Interagir num contexto de utilização da plataforma à distância (por ex,: trabalhos de casa);
- Desenvolver estratégias de acompanhamento das aprendizagens dos seus alunos, em sala de aula e fora de sala de aula;
- Visualização das referidas tarefas e interações na plataforma;
- Manipular, experimentar e investigar na plataforma WGL sobre um qualquer tema da geometria euclidiana, na plataforma.

No decorrer desta oficina serão planificadas tarefas a desenvolver em sala de aula e fora de sala de aula, favorecendo desta forma a realização de experiências de desenvolvimento curricular.

5. CONTEÚDOS DA AÇÃO (Práticas Pedagógicas e Didáticas em exclusivo, quando a ação de formação decorre na modalidade de Estágio ou Oficina de Formação)

A oficina está concebida para um número total de 30 horas, 15h presenciais e 15h não presenciais, durante as quais se abordarão conteúdos de geometria euclidiana com recurso à WGL.

1ª sessão: (3h) (presencial)

-Introdução à Plataforma de Geometria na *Internet* (WGL);

-Principais caraterísticas e potencialidades;

-Exploração inicial da Plataforma;

2ª sessão: (1h) (não presencial)

- Realização de uma sessão à distância (entre professores e dinamizadoras da oficina de formação) para explorar as potencialidades colaborativas à distância da plataforma;

3ª sessão: (3h) (presencial)

- Planificação de uma aula em ambiente *b-learning*, identificando estratégias colaborativas;

- Resolução de tarefas de geometria no WGL;

4ª sessão: (2h) (não presencial)

- Elaboração e implementação de uma tarefa de geometria, em sala de aula, por cada um dos professores envolvidos na ação.

5ª sessão: (2h) (não presencial)

- Desenvolvimento de atividades utilizando a WGL.

6ª sessão: (3h) (presencial)

- Visualização e análise das tarefas desenvolvidas em ambiente de sala de aula.

7ª sessão: (2h) (não presencial)

- Implementação prática de uma outra tarefa dos professores nas suas aulas.

8ª sessão: (2h) (não presencial)

- Desenvolvimento de uma nova tarefa dos professores nas suas aulas.

9ª sessão: (2h) (não presencial)

- Aplicação prática de uma nova tarefa dos professores nas suas aulas.

10ª sessão: (2h) (não presencial)

- Realização prática de outra tarefa dos professores nas suas aulas.

11ª sessão: (2h) (não presencial)

- Aplicação prática da última tarefa dos professores nas suas aulas.

12ª sessão: (3h) (presencial)

- Visualização das atividades realizadas pelos professores;

13ª sessão: (3h) (presencial)

- Apresentação e discussão das reflexões individuais;
- Análise da utilização da WGL durante a oficina de formação
- Debate sobre as potencialidades da utilização da plataforma WGL em sala de aula.

6. METODOLOGIAS DE REALIZAÇÃO DA ACÇÃO

6.1. Passos Metodológicos

A realização da oficina contempla uma parte presencial, onde os professores participantes explorarão a plataforma WGL, planificando e desenvolvendo tarefas a serem desenvolvidas em sala de aula, posteriormente, numa segunda fase os professores participantes irão adaptar essas tarefas a uma das suas turmas e implementá-las em ambiente de sala de aula.

Todo este trabalho presencial e não presencial será acompanhado pelas dinamizadoras da oficina de formação num ambiente que se pretende ser colaborativo e adaptativo às dificuldades que os professores possam identificar, tendo sempre como objetivo a implementação da WGL em ambiente de sala de aula.

Na parte final desta oficina será realizado uma análise das potencialidades da plataforma, assim como um debate sobre a implementação desta plataforma em ambiente de sala de aula.

6.2. Calendarização

6.2.1. Período de realização da ação durante o mesmo ano escolar:

Entre os meses de ____outubro_____ e _____dezembro_____

6.2.2. Número de sessões previstas por mês: 3

6.2.3. Número de horas previstas por cada tipo de sessões:

6.2.4. Sessões presenciais conjuntas 15

Sessões de trabalho autónomo 15

7. APROVAÇÃO DO ÓRGÃO DE GESTÃO E ADMINISTRAÇÃO DA ESCOLA:
(Caso da Modalidade do Projecto) (Art. 7º, RJFCP)

Data: ___/___/___ Cargo: _____

Assinatura: _____

8. CONSULTOR CIENTÍFICO-PEDAGÓOGICO OU ESPECIALISTA NA MATÉRIA (Art.25º-A,2 c) RJFCO)

Nome: _____

(Modalidade de Projecto e Ciclo de Estudos) delegação de competências do Conselho Científico-Pedagógico da Formação Contínua (Art. 37º f) RJFCP

SIM ☐ NÃO ☐ Nº da acreditação do consultor ☐☐☐☐☐ ☐☐

9. REGIME DE AVALIAÇÃO DOS FORMANDOS

Nos termos do artigo 13.º do Regime Jurídico de Formação Contínua, com a redação dada pelo artigo 4.º do Decreto-lei n.º 15/2007 de 19 Janeiro (Alteração ao Regime Jurídico de Formação Contínua), a avaliação dos formandos terá de ser quantitativa. Esta é expressa na escala de 1 a 10, deverá respeitar o referencial da escala de avaliação prevista no nº2 do artigo 46º do Estatuto da Carreira Docente, aprovado pelo D.L. nº15/ 2007, de 19 de Janeiro, de acordo com a Carta Circular do CCPFC – 3/2007 de Set. 2007, sendo atribuída com base nos indicadores abaixo apresentados e respectiva ponderação:

1) Participação, realização das tarefas nas sessões e assiduidade/pontualidade 25%;

2) Produção de trabalhos e/ou materiais e/ou procedimentos em aplicação em contexto escolar 60%;

3) Reflexão crítica 15%.

Considera-se desistente o professor formando que não cumpra o regime de assiduidade obrigatória (2/3 do nº de horas de duração da ação), não devendo por isso ser avaliado quantitativamente.

10. FORMA DE AVALIAÇÃO DA AÇÃO

A avaliação da oficina de formação será feita através da análise de *Portfólio* individual elaborado por cada um dos professores formandos, onde constará:

1) As tarefas desenvolvidas durante a oficina;

2) Os dados recolhidos com a implementação das tarefas em sala de aula;

3) A reflexão crítica individual.

11. BIBLIOGRAFIA FUNDAMENTAL

Abrantes, P. (1999). Investigações em Geometria na Sala de Aula. In E. Veloso, H. Fonseca, J. Ponte e P. Abrantes (Orgs.). Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.

APM. (2008). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.

Brochuras do DES – 10º,11º,12º anos. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência/Departamento do Ensino Secundário.

DEB (2013). Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Laborde, C. (2000). *Dynamic Geometry Environments as a Source of Rich Learning Contexts for the Complex Activity of Proving*. Educational Studies in Mathematics, 44 , 151-161.

Santos, V. & Quaresma, P. (2013). *Collaborative Aspects of the WGL Project*, Electronic Journal of Mathematics & Technology, Mathematics and Technology, LLC, USA, 2013 (a ser publicado). Indexado em Zentralblatt e MathEduc.

Santos, V. & Quaresma, P. (2013). *Plataforma Colaborativa para a Geometria*, Revista Indagatio Didactica, CIDTFF/UA, edição especial (a ser publicado).

Villiers, M. D. (2004). Using dynamic geometry to expand mathematics teachers understanding of proof. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.

Data ____ / ____ / ____ Assinatura _____

(anexos)

Apêndice J – Planificação da Aula

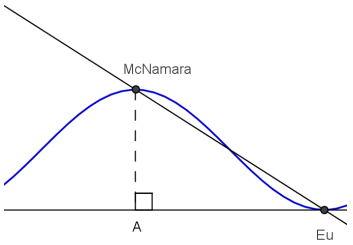
Nome: _____ **Data**: _____

Turma: _____ **Grupo**: _____ **Número**: _____

DESAFIOS

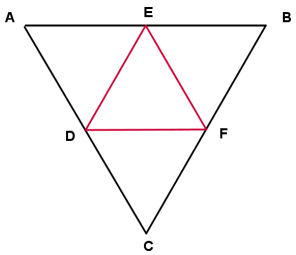
(Recurso ao programa de geometria dinâmica disponível na plataforma)

Desafio 1: McNamara surfou este ano, na Nazaré, uma onda de 30,48 metros de altura, tenta encontrar a medida de amplitude do ângulo que faz a reta horizontal com a reta que une Eu (em terra) com o McNamara (no cimo da onda) e a distância que a onda percorreu do ponto A até Eu. (Seja a onda definida por $f(x) = sin(x + 6) + 1$ e considera que 2 unidades no programa de geometria dinâmica corresponde a 30,48 metros)



Nota: Considera a partir de agora que 1 unidade no programa de geometria dinâmica corresponde a 1 cm.

Desafio 2: Na figura observa-se um triângulo equilátero [ABC] de perímetro 36 cm e a sua área de 62,35 cm^2. Unindo os pontos médios dos lados do triângulo obtém-se outro triângulo [DEF]. Se repetir o procedimento anterior obtém-se outro e assim sucessivamente. O que acontece com o perímetro do 5^o triângulo? E a área?



Desafio 3: Representa um quadrilátero [ABCD] e de seguida marca os pontos médios X, Y , W e Z de cada lado. Que propriedade tem o quadrilátero [XYWZ]? Faz uma conjetura e comprova. (O Teorema de Varignon)

Nome: _____ **Data**: _____

Turma: _____ **Grupo**: _____ **Número**: _____

DESAFIOS

(Recurso ao programa de geometria dinâmica disponível na plataforma)

Nota: Considera que 1 unidade no programa de geometria dinâmica corresponde a 1 cm.

Desafio 1: A Beatriz quer abrir uma loja de gomas na sua cidade, mas já existem três lojas do mesmo tipo (não alinhadas). Na esperança de diminuir a competividade, a Beatriz decide abrir a sua loja equidistante de cada uma das outras lojas. Ajuda a Beatriz a determinar exatamente onde deve ficar localizada a sua loja, encontrando o ponto onde deve ficar a sua loja. Explica como vais testar a tua conjetura.

Desafio 2: Executa os seguintes passos:

Passo 1: Traça um segmento de reta [AC] cujo comprimento é maior ou igual a 6 cm.

Passo 2: Determina o ponto médio e identifica-a com a letra M.

Passo 3: Traça outro segmento de reta [BD], com o mesmo comprimento do segmento de reta [AC], que a intersecta no ponto M. O segmento de reta [BD] não é perpendicular com o segmento de reta [AC].

Passo 4: Une os pontos A a B, B a C, C a D e A a D.

Passo 5: Determina os comprimentos dos segmentos de reta [AB], [DC], [BC] e [AD].

Passo 6: Determina a medida de amplitude do ângulo ADC, do ângulo DAB, do ângulo ABC e do ângulo BCD.

Questão 1: Que tipo de quadrilátero é [ABCD]?

Questão 2: O que concluis relativamente às suas diagonais?

Planificação da aula

Data: _____ **Horário:** _____ **Sala**: _____

Ano: _____ **Turma:** _____ **Disciplina:** Matemática

Professor: José dos Santos dos Santos

Tópico: Geometria no Plano

Subtópico: Retas, ângulos, trigonometria, área e perímetro de um triângulo e quadriláteros

Sumário: Resolução de desafios na plataforma (Laboratório de Geometria Dinâmica na Rede) sobre retas, ângulos, Teorema de Pitágoras, área e perímetro de um triângulo, quadriláteros.

Pré − requisitos: Trigonometria do Ensino Básico e Geometria do 10º Ano.

Conteúdos: Estudo da medição de triângulos. Cálculo de áreas. Problemas relacionados com situações reais, que exigem a resolução de triângulos.

Objetivos: No final da aula o aluno deve ser capaz de resolver problemas que envolvam triângulos, amplitudes dos ângulos com o auxílio do computador. Através do Teorema de Pitágoras resolver problemas concretos. Investigar as relações entre as áreas e os perímetros de dois triângulos semelhantes. Aplicar estratégias na resolução de situações reais. O aluno deve ser capaz de explicar e justificar os processos e resultados obtidos.

Metodologias: Situações concretas, que permitam recordar e aplicar métodos trigonométricos. Recordar e aplicar os conceitos básicos de trigonometria e do ângulo. Os alunos registam os perímetros e áreas de triângulos semelhantes, na plataforma (Laboratório de Geometria Dinâmica na Rede), para enunciarem a relação entre a razão dos perímetros e a relação entre as razões das áreas. Com a plataforma o aluno deve manipular, experimentar e investigar sobre quadriláteros.

Estratégias: Com o computador os alunos irão realizar os desafios apresentados, mediados pelo professor. Para irem ao encontro das soluções dos desafios um, dois e três, priveligia-se as interações entre os alunos através da troca de ideias entre si. O tempo disponibilizado para cada desafio será de 10 min, 15 min e 15 min respetivamente.

Material: Folha com desafios, computadores com ligação à *Internet*, lápis e/ou esferográfica e papel.

Avaliação: Observação direta do comportamento. Análise das interações dos alunos na realização dos desafios propostos.

ESTRUTURA DA AULA

- Apresentar o sumário da aula.
- Apresentação dos desafios.
- Entrega das resoluções dos desafios realizados pelos alunos em suporte papel e digital (guardado na plataforma).

Planificação da aula

Data: _____ **Horário:** _____ **Sala**: _____

Ano: _____ **Turma:** _____ **Disciplina:** Matemática

Professor: José dos Santos dos Santos

Tópico: Geometria no Plano

Subtópico: Retas, ângulos, circunferência, triângulo e quadriláteros

Sumário: Resolução de desafios na plataforma (Laboratório de Geometria Dinâmica na Rede) sobre retas, ângulos, triângulos e quadriláteros.

Pré − requisitos: Trigonometria do Ensino Básico e Geometria do 10º Ano.

Conteúdos: Estudo de lugares geométricos. Problemas relacionado com situações reais, que exigem a resolução de triângulos. Estudo de quadriláteros

Objetivos: No final da aula o aluno deve ser capaz de resolver geometricamente problemas que envolvam a noção de distância entre dois pontos com o auxílio do computador. Aplicar estratégias na resolução de situações reais. Reconhecer o conjunto dos pontos do plano equidistante dos extremos de um segmento de reta. Identificar o circuncentro de um triângulo. O aluno deve ser capaz de explicar e justificar os processos e resultados obtidos.

Metodologias: Estimular o aluno a pensar em estratégias para encontar um ponto equidistante de três vértices de um triângulo, na plataforma (Laboratório de Geometria Dinâmica na Rede). O aluno formula hipóteses, faz experiências na palaforma e verifica

soluções sobre o conceito de lugar geométrico. O aluno deve manipular, experimentar e investigar sobre quadriláteros.

Estratégias: Com o computador os alunos irão realizar os desafios apresentados, mediados pelo professor. Para irem ao encontro das soluções dos desafios um, dois e três, priveligia-se as interações entre os alunos através da troca de ideias entre si. O tempo disponibilizado para cada desafio será de 20 min cada.

Material: Folha com desafios, computadores com ligação à *Internet*, lápis e/ou esferográfica e papel.

Avaliação: Observação direta do comportamento. Análise das interações dos alunos na realização dos desafios propostos.

ESTRUTURA DA AULA

- Apresentar o sumário da aula.
- Apresentação dos desafios.
- Entrega das resoluções dos desafios realizados pelos alunos em suporte papel e digital (guardado na plataforma).

Nome: _____ **Data**: _____

Turma: _____ **Grupo**: _____ **Número**: _____

DESAFIOS

(Folha de respostas)

Desafio 1:

Desafio 2:

Desafio 3:

Nome: _____ **Data**: _____

Turma: _____ **Grupo**: _____ **Número**: _____

DESAFIOS

(Folha de respostas)

Desafio 1:

Desafio 2:

Apêndices L – Atividades

Nome: _____ **Data**: _____

9° Ano **Turma:** _____ **Número**: _____

DESAFIOS

(Recurso ao programa de geometria dinâmica)

Nota: Considera que 1 unidade no programa de geometria dinâmica corresponde a 1 cm.

Desafio 1: A Beatriz quer abrir uma loja de gomas na sua cidade, mas já existem três lojas do mesmo tipo (não alinhadas). Na esperança de diminuir a competividade, a Beatriz decide abrir a sua loja equidistante de cada uma das outras lojas. Ajuda a Beatriz a determinar exatamente onde deve ficar localizada a sua loja, encontrando o ponto onde deve ficar a sua loja. Explica como vais testar a tua conjetura.

Desafio 2: Executa os seguintes passos:

Passo 1: Traça um segmento de reta [AC] cujo comprimento é maior ou igual a 6 cm.

Passo 2: Determina o ponto médio e identifica-a com a letra M.

Passo 3: Traça outro segmento de reta [BD], com o mesmo comprimento do segmento de reta [AC], que a intersecta no ponto M. O segmento de reta [BD] não é perpendicular com o segmento de reta [AC].

Passo 4: Une os pontos A a B, B a C, C a D e A a D.

Passo 5: Determina os comprimentos dos segmentos de reta [AB], [DC], [BC] e [AD].

Passo 6: Determina a medida de amplitude do ângulo ADC, do ângulo DAB, do ângulo ABC e do ângulo BCD.

Questão 1: Que tipo de quadrilátero é [ABCD]?

Questão 2: O que concluis relativamente às suas diagonais?

Desafio 3: Executa os seguintes passos:

Passo 1: Cria um triângulo.

Passo 2: Traça as mediatrizes dos lados do triângulo – o ponto de interseção é o Circuncentro.

Passo 3: Une o vértice e o ponto médio do lado oposto triângulo – o ponto de interseção é o Baricentro.

Passo 4: Constrói as alturas para encontrares o ortocentro do triângulo.

Passo 5: Traça uma reta que passa pelos pontos do Circuncentro, Baricentro e Ortocentro.

Questão 1: O que descobriste? Estes pontos são sempre colineares?

Passo 6: Traça as bissectrizes dos ângulos internos do triângulo – o ponto de interseção é o Incentro.

Passo 7: Através do passo 6 traça uma circunferência inscrita no triângulo.

Passo 8: Através do passo 2 circunscreve o triângulo.

Passo 9: Através do passo 1 determina a área do triângulo.

Passo 10: Escolher um ponto qualquer sobre a circunferência circunscrita ao triângulo e traça retas perpendiculares sobre os lados do triângulo. Obtém-se novos pontos.

Passo 11: Traça uma reta que passe por esses pontos.

Questão 2: O que descobriste? Estes pontos são sempre colineares?

Nome: _____ **Data**: _____

9.° Ano **Turma:** _____ **Número**: _____

TAREFAS

(Recurso ao programa de geometria dinâmica)

Tarefa 1: Seja a figura ao lado a que representa o resultado após os seguintes passos:

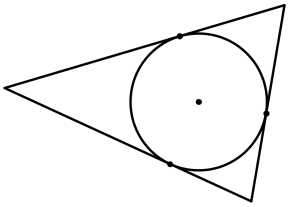
Passo 1: Constrói uma circunferência e marca três pontos sobre a circunferência.

Passo 2: Traça três retas tangentes que passam nesses pontos.

Passo 3: Constrói um triângulo, cujos lados são essas tangentes.

Passo 4: Constrói as bissetrizes dos ângulos internos do triângulo.

A figura não está desenhada à escala.



Questão 1: Movimenta os pontos sobre a circunferência (mantendo a forma do triângulo). As três bissetrizes intersetam-se num mesmo ponto. Porquê? Que ponto é esse?

Questão 2: Determina a distância do ponto de interseção das três bissetrizes aos lados do triângulo. Regista na figura essa medida. O que observas?

Tarefa 2: Relações entre duas cordas.
Executa os seguintes passos:

Passo 1: Marca um ponto A e cria um seletor r de intervalo de 1 a 10.

Passo 2: Constrói uma circunferência com centro em A e raio r.

Passo 3: Marca os pontos B, C, D e E sobre a circunferência.

Passo 4: Traça as cordas BC e DE modo que se intersetem num ponto. Marca esse ponto F de interseção das duas cordas.

Passo 5: Traça os segmentos $d = [BF]$, $e = [FC]$, $f = [DF]$ e $g = [FE]$.

Passo 6: Na entrada algébrica escreve $d * e$ e depois $f * g$.

Passo 7: Insira na entrada algébrica "$BF \times FC =$"$+BF * FC$ e depois "$DF \times FE =$"$+DF * FE$.

Questão 1: Movimenta r e observa o que acontece. Que conclusões tiras?

Nome: _____ **Data**: _____

9.° Ano **Turma:** _____ **Número**: _____

TAREFAS

(Recurso ao programa de geometria dinâmica)

Tarefa 1: Para realizares esta tarefa tens de executar os seguintes passos:

Passo 1: Constrói um segmento de reta AB.

Passo 2: Constrói uma circunferência com diâmetro $[AB]$.

Passo 3: Marca um ponto C sobre a circunferência.

Passo 4: Traça os segmentos de reta CA e CB.

Questão 1: Qual é a medida da amplitude do ângulo ACB?

Questão 2: Movimenta o ponto sobre a circunferência. O que acontece com a medida da amplitude do ângulo ACB?

Questão 3: O que concluis sobre esta situação?

Tarefa 2: Executa os seguintes passos:

Passo 1: Constrói um triângulo ABC.

Passo 2: Traça as mediatrizes dos lados do triângulo.

Questão 1: Movimenta os vértices do triângulo. O que observas?

Passo 3: Marca o ponto M, o ponto de interseção das mediatrizes.

Passo 4: Constrói a circunferência cujo centro é M e que passa por um dos vértices do triângulo.

Questão 2: Movimenta novamente os vértices do triângulo. O que observas agora?

Tarefa 3: Realiza os seguintes passos:

Passo 1: Constrói uma reta e marca dois pontos A e B na reta (afastados um do outro).

Passo 2: Marca um ponto C que não pertença à reta.

Passo 3: Constrói o segmento de reta AC e determina o seu comprimento.

Questão 1: Qual é a medida da amplitude do ângulo CAB?

Questão 2: Movimenta o ponto A sobre a reta. O que acontece com a medida da amplitude do ângulo CAB?

Questão 3: O que concluis sobre essa situação?

Apêndice M – Teste

Teste sobre Geometria

Nome: _____ **Data**: _____

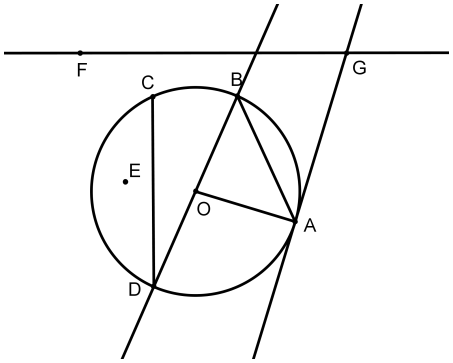
9.° Ano **Turma:** _____ **Número**: _____

---

1. Na figura ao lado está representada uma circunferência de centro no ponto O. Sabe-se que:

   - Os pontos A, B, C e D pertencem à circunferência.
   - A reta AG interseta a circunferência apenas num ponto.
   - Estão representadas as retas BD, AG e FG.
   - $B\widehat{O}A = 70°$.

   A figura não está desenhada à escala.



   1.1. Relativamente à circunferência, como se designa:

      1.1.1. o segmento de reta OA?

      1.1.2. o segmento de reta DB?

      1.1.3. o segmento de reta DC?

   1.2. Indica a posição das retas BD, AG e FG relativamente à circunferência. Justifica.

   1.3. Qual é a posição dos pontos E e F relativamente à circunferência? Explica.

   1.4. Como classificas o triângulo $[AOB]$ quanto aos seus lados? Explica o teu raciocínio.

   1.5. Qual é a medida da amplitude do ângulo OAG? E do ângulo BAG?

   1.6. O ângulo BDC contém um arco da circunferência. Qual é esse arco?

   1.7. Determina $\widehat{AB}$. Explica como chegaste à tua conclusão.

2. Sabe-se que r e s são duas retas e A um ponto. Sejam as seguintes condições:

   - $r // s$
   - A é um ponto na reta s
   - r e s distam 8 metros uma da outra

   Quantos pontos estão equidistantes das retas r e s e ao mesmo tempo a 4 metros do ponto A? Esquematiza o problema utilizando material de desenho.

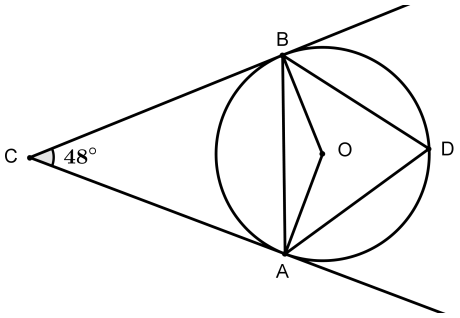
3. Duas casas distam 180 metros uma da outra. Uma certa empresa de cabos elétricos quer colocar os seus cabos no sub-solo, de forma que qualquer ponto do cabo seja equidistante a qualquer uma das casas. Identifica o lugar geométrico. Utilizando material de desenho e medição, representa por meio de um esboço como os cabos devem ser colocados.
Nota: Se traçares linhas auxiliares, não as apagues.

4. O João esquia numa zona da Serra da Estrela limitada por dois caminhos retilíneos, que se intersetam. O João esquia de forma que a distância é a mesma desses dois caminhos. Identifica o lugar geométrico. Esquematiza o caminho que o João percorre, utilizando material de desenho e medição.
Nota: Se traçares linhas auxiliares, não as apagues.

5. Na figura ao lado está representada uma circunferência de centro no ponto O. Sabe-se que:

   - As semirretas $\dot{C}B$ e $\dot{C}A$ são tangentes à circunferência.

   A figura não está desenhada à escala.



   5.1. Determina, justificando, as medidas das amplitudes dos seguintes ângulos:
      5.1.1. OAC
      5.1.2. BCO
      5.1.3. BOC
      5.1.4. AOB
      5.1.5. ADB
   5.2. Se $\overline{CB} = 5$ cm e $\overline{OB} = 3$ cm, qual é o comprimento do segmento de reta OC? Explica o teu raciocínio.

6. Utilizando material de desenho e medição, executa os seguintes passos:

   (1) Traça um segmento de reta AC cujo comprimento é igual a 6 cm.
   (2) Determina o ponto médio e identifica-o com a letra M.
   (3) Traça outro segmento de reta BD, com o mesmo comprimento do segmento de reta AC, que a interseta no ponto M. O segmento de reta BD é perpendicular com o segmento de reta AC.
   (4) Une os pontos A a B, B a C, C a D e A a D.
   (5) Sem usar o material de medição, determina os comprimentos dos segmentos de reta AB, BC, AD e DC.
   (6) Determina a medida da amplitude do ângulo ADC, do ângulo DAB, do ângulo ABC e do ângulo BCD.

   6.1. Que tipo de quadrilátero é $[ABCD]$? Identifica as tuas razões.
   6.2. O que concluis relativamente às suas diagonais?