

Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Escola de Ciências Humanas e Sociais

Departamento de Educação e Psicologia

**A modelação matemática na Educação Pré-Escolar e no 1.º
Ciclo do Ensino Básico**

Relatório Final de Estágio no 2.º Ciclo em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º CEB

Ana Alexandra Monteiro Fernandes de Matos

Orientadora: Prof.^a Doutora Helena Maria Barros de Campos



Vila Real, 2018

Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Escola de Ciências Humanas e Sociais

Departamento de Educação e Psicologia

**A modelação matemática na Educação Pré-Escolar e no 1.º
Ciclo do Ensino Básico**

Relatório Final de Estágio no 2.º Ciclo em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º CEB

Ana Alexandra Monteiro Fernandes de Matos

Presidente: Prof.^a Doutora Sónia Catarina Gomes Coelho

Arguente: Prof. Doutor Paulo José Martins Vasco

Orientadora: Prof.^a Doutora Helena Maria Barros de Campos

Vila Real, 2018

Relatório final de estágio, de natureza dissertativa, elaborado para a obtenção do grau de mestre em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, em concordância com o Decreto-Lei n.º 74/2006 de 24 de março (sucessivamente alterado pelos Decretos-Lei 107/2008 de 25 de junho, 230/2009 de 14 de setembro e o 115/2013 de 7 de agosto), e com o plano de estudos definido pelo Aviso n.º 14339/2016 de 17 de novembro, de acordo com o Decreto-Lei n.º 79/2014, de 14 de maio, que define as condições necessárias à obtenção de habilitação para a docência, bem como o Regulamento n.º 658/2016 de 13 de julho, na Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro.

Agradecimentos

Uma vez terminada esta tão longa jornada, marcada pela conclusão deste relatório final de estágio que confere os requisitos para obter o confere o grau de mestre em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º CEB e que permitirá cumprir o sonho de ser educadora de infância ou professora do 1.º Ciclo, resta-me fazer os devidos agradecimentos, porque se tratou de uma caminhada morosa e impossível de concluir sem o apoio de algumas pessoas importantes e estruturantes.

Em primeiro lugar, quero agradecer aos meus pais e ao meu irmão que tanto me apoiaram e incentivaram, tanto a nível estrutural como motivacional, sem o seu apoio esta etapa dificilmente estaria concluída.

Aos professores da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro tanto da licenciatura em Educação Básica, como do mestrado em Educação Pré-Escolar e ensino do 1.º CEB, por me terem transmitido todo o conhecimento e saber, e que tanto contribuíram para a minha formação profissional e pessoal.

À minha orientadora, Prof.^a Doutora Helena Maria Barros de Campos, por todo o apoio e dedicação, pela disponibilidade e prontidão na resolução dos vários contratempos, por me ter incentivado a abraçar novos desafios e por me mostrar a possibilidade de vários caminhos e direções no desenrolar do trabalho.

À Prof.^a Doutora Eva Virgínia Araújo Moraes por se ter mostrado disponível para me auxiliar no manuseamento do programa de análise de dados *Statistical Package for the Social Sciences* (IBM SPSS Statistics 25).

À Prof.^a Doutora Maria Manuel da Silva Nascimento por me ter ajudado na construção do questionário e pelo ter validado.

À educadora Manuela Rua, e à professora Graciete Branco por me terem dado oportunidade e confiança de entrar nas suas turmas para participar na educação dos seus alunos durante a Prática de Ensino Supervisionado (PES) desenvolvida tanto em Educação Pré-Escolar, como no 1.º CEB.

A todo o pessoal docente e não docente com quem pude contactar durante o período de estágio, nomeadamente, na escola das Árvores e que tanto me ajudaram na implementação das várias atividades.

Aos docentes responsáveis pela PES, Prof.^a Doutora Ana Maria Bastos, em contexto de 1.º CEB e Prof. Doutor Joaquim José Jacinto Escola, em contexto de Educação Pré-Escolar, por todo o acompanhamento e dedicação.

A todas as crianças com quem contactei neste período de estágio nos dois contextos que tanto me ajudaram a crescer e a amadurecer a nível profissional, social e pessoal.

A todos os meus colegas que me acompanharem nesta etapa da minha vida por toda a inesquecível convivência.

Resumo

Apesar de ser um tema que abrange várias áreas da nossa sociedade, a matemática constitui o domínio que denota maior aversão por parte dos alunos dos vários níveis de ensino. Tal deve-se ao facto de os alunos não entenderem qual o propósito e utilidade da Matemática, já que tal não lhes é incutido no decorrer da sua escolaridade. Muitas vezes, as metodologias utilizadas para o ensino da matemática não são as mais adequadas, daí os alunos questionarem para que *“aquilo serve”*. Com o recurso à modelação no ensino da matemática, esta e outras questões podem ser solucionadas, pois trata-se de uma metodologia que visa atribuir um sentido à matemática. Apesar das suas vantagens, apraz algumas especificidades, e por esse motivo, existem alguns requisitos para a sua correta e completa utilização.

Numa primeira fase deste Relatório Final de Estágio, será apresentado o conceito de modelação matemática, as suas etapas, as suas vantagens e desvantagens, bem como a análise dos documentos oficiais respeitantes à Educação Pré-Escolar e ao 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB). Posteriormente, faz-se uma descrição das instituições e das tarefas desenvolvidas no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada (PES), quer em contexto de Educação Pré-Escolar, quer no 1.º CEB. No decorrer da PES tentaram-se implementar tarefas de modelação matemática, o que não foi, efetivamente, possível, ainda assim, fez-se o esforço de aplicar tarefas onde a matemática se relacionasse com a outras áreas.

Em virtude de não se ter implementado a modelação matemática em PES, na sua forma completa, optou-se por implementar um estudo com atuais e futuros educadores/professores do ensino básico, com o intuito de analisar os seus conhecimentos em modelação matemática, verificar se as metodologias que utilizam se relacionam com a modelação. Para além disso, tentaremos perceber se a formação académica nesta área poderá ser a chave para a sua correta e completa utilização de forma mais assídua, por forma a usufruir de todas as suas vantagens e virtudes.

Palavras-Chave: Modelação matemática, ensino e aprendizagem da matemática, Educação Pré-Escolar, 1.º Ciclo do Ensino Básico, Prática profissional dos professores.

Abstract

Although it is a theme that covers several areas in our society, mathematic is a subject that denotes a greater aversion by students of the various levels of teaching.

This is due the fact that the students didn't understand the purpose and the utility of mathematics since this isn't transfused to them during their schooling. Many times, the methodologies used for teaching mathematics aren't the most suitable, so the students wonder for "what that serves?". With the use of modelling in mathematics teaching, this and other questions can be solved, because it's a methodology that aims to attribute a sense to mathematics. In the other hand, in brings some specificities, and for that reason, there are some requirements for its correct and complete utilization.

In a first phase of this Final Report of Internship will be presented the concept of mathematical modelling, its phases, its advantages and disadvantages, as well as the analyses of the official documents related to pre-school education, and of the first cycle of primary education. Posteriorly, there is a description of the institutions and developed tasks within the framework of the Supervised Teaching Practice both in context of pre-school education and in the first cycle of basic education. During Supervised Teaching Practice, we tried to implement tasks of mathematical modelling, what wasn't possible. Even so, we made an effort to apply tasks where mathematics was related to other areas.

Because mathematical modelling wasn't been implemented in Supervised Teaching Practice, in its complete form, it was decided to implement a study with actual and future educators/ teachers of basic education, in order to analyze their knowledge in mathematical modelling, verify if the methodologies that they use are related to modelling. Furthermore, we'll try to understand if the academical formation in this area could be the key to its correct and complete utilization in a most assiduous way, to enjoy every of its advantages and virtues.

Key Words: Mathematical modelling, teaching and learning of mathematics, pre-school education, first cycle of primary education, professional practice of teachers.

Índice

Índice de Figuras	iii
Índice de Tabelas	v
Lista de abreviaturas e acrónimos (pela ordem que aparecem no texto)	vii
Introdução	1
Capítulo I- A modelação matemática: conceito e etapas.....	3
1. Conceções sobre a matemática	3
2. O conceito de modelação matemática	5
3. A modelação matemática <i>versus</i> a matemática aplicada.....	10
4. O modelo e as fases do processo de modelação matemática	12
4.1. Processo de construção de um modelo matemático	13
4.2. Fases do processo de modelação	15
5. Implementação de tarefas de modelação matemática em contexto de sala de aula	21
6. A modelação matemática na Educação Pré-Escolar	29
7. A modelação matemática no 1.º CEB	35
8. Vantagens e desvantagens da utilização da modelação no ensino da matemática.	43
Capítulo II- Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-Escolar e no 1.º CEB	49
1. Prática de Ensino Supervisionada desenvolvida em contexto de Educação Pré-Escolar.....	49
1.1. Caracterização do grupo.....	49
1.2. Descrição das tarefas desenvolvidas em contexto de Educação Pré-Escolar.....	50
2. Prática de Ensino Supervisionada desenvolvida em contexto de 1.ºCEB	65
2.1. Caracterização da turma.....	65
2.2. Descrição das tarefas implementadas em contexto de 1.º CEB	66
Capítulo III- Investigação sobre práticas de ensino: a modelação matemática	83
1. A perspetiva de professores e futuros professores relativamente à utilização da modelação no ensino da matemática.....	84
2. Metodologia do estudo relativo à utilização da modelação no ensino da matemática	91
3. Análise e motivação das questões que compõem o questionário.....	92
4. Caracterização dos participantes do estudo	95
5. Análise e discussão dos resultados.....	97
6. Conclusão do estudo.....	112
Considerações Finais	117
Referências Bibliográficas.....	121
Webgrafia	124
Legislação.....	124
Lista de Apêndices.....	127

Índice de Figuras

Figura 1- Gráficos das idades das crianças da sala 3.	49
Figura 2- Atividade de culinária-guião da receita do bolo de canela e do pão de alho...	51
Figura 3- Máquina de calcular construída em material reciclado.....	54
Figura 4- Eleição do nome da banca.	57
Figura 5- Esboço do preçário da banca.	58
Figura 6- Preçário elaborado pelos alunos para afixar na banca.....	59
Figura 7- Raspadinha com valor de 1€......	60
Figura 8- Placa que dá nome à banca: “Aqui há futuros pasteleiros”.	60
Figura 9- Banca: "Aqui há futuros pasteleiros".	61
Figura 10- Gráfico de pontos: "Qual é o fruto preferido do 2.º B?"	69
Figura 11- Tarefa 1: "Guardar meias aos pares"	72
Figura 12- Tarefa 2: "O número de elementos é par ou ímpar?"	73
Figura 13- Tarefa 3: "Quantos pares formamos?"	74
Figura 14- Tarefa: "Ida às compras"	78
Figura 15- Continuação da tarefa: "Ida às compras".....	79
Figura 16- Exercícios de aplicação do quíntuplo	80
Figura 17- Exercícios sobre trocas monetárias.	81

Índice de Tabelas

Tabela 1- Organização da tarefa "Espaço Culinária- Bolo de Canela e Pão de alho"	52
Tabela 2- Organização da tarefa: "Máquina de Calcular construída com material reciclado".	55
Tabela 3- Organização da atividade: "Banca e Venda de Bolos"	57
Tabela 4- Organização da tarefa: "Eleição das atitudes e valores".	63
Tabela 5- Organização da tarefa: "Construção de um gráfico de pontos".	67
Tabela 6- Organização das tarefas realizadas no âmbito do conteúdo: "Números pares e ímpares"	71
Tabela 7- Organização das tarefas realizadas no âmbito do conteúdo: "Múltiplos de cinco, de dez e quinta parte".	76
Tabela 8- Idades por classes dos participantes.....	96
Tabela 9- Situação profissional dos participantes do estudo.	96
Tabela 10- Cruzamento de dados dos níveis de ensino que leciona com o género dos participantes.	97
Tabela 11- Resultados das respostas à questão: "Gosta de Ensinar matemática?"	98
Tabela 12- Resultados das respostas à questão: <i>Sente-se motivado para ensinar matemática?</i>	98
Tabela 13- Respostas à questão: "Que tipo de metodologias utiliza para o ensino da matemática?"	99
Tabela 14- Resultados das respostas à questão de adequação das metodologias as turmas que lecionam.	99
Tabela 15- Resultados da resposta à questão referente ao facto de não se utilizarem diferentes metodologia devido ao facto de os pais não aceitarem.	100
Tabela 16- Resultados da resposta à questão referente ao facto de não se utilizarem diferentes metodologias devido à aversão dos colegas.....	101
Tabela 17- Cruzamento de dados da falta de preparação académica com a existência ou não de unidades curriculares de modelação matemática.	101
Tabela 18- Resultados da resposta à questão: "Conhece o conceito de modelação matemática?".	102
Tabela 19- Cruzamento de dados sobre o conhecimento do conceito de modelação matemática dos participantes com a existência de unidades curriculares de modelação matemática na sua formação académica	103
Tabela 20- Resultados da questão: "Qual o seu conceito de modelação matemática?"	103
Tabela 21- Cruzamento de dados das questões: "Conhece o conceito de modelação matemática? e" Qual o seu conceito de modelação matemática?"	104
Tabela 22- Resultados à questão: "Quais as etapas do processo de modelação matemática?"	105
Tabela 23- Cruzamento de dados das questões:" Conhece o conceito de modelação matemática?" com a questão "Quais as etapas do processo de modelação matemática"	106
Tabela 24- Resultados da resposta à questão:" Acha a matemática útil para resolver problemas da vida real/quotidiano?"	107

Tabela 25- Cruzamento de dados sobre se os participantes recorrem a situações da vida real para abordar questões matemática e se o acham vantajoso.	107
Tabela 26- Resultados da resposta à questão: A relação da matemática com situações da vida real/ cotidiano é importante porque: Mostra aos alunos que é possível recorrer à matemática para resolver problemas reais.	109
Tabela 27- Resultados da resposta à questão: “A relação da matemática com situações da realidade/quotidiano é importante porque: motiva os alunos”.....	109
Tabela 28- Resultados da resposta à questão: “A relação da matemática com situações da realidade/ cotidiano é importante porque: estimula o seu raciocínio”.	110
Tabela 29- Resultados da resposta à questão: “A relação da matemática com situações da realidade/quotidiano é importante porque: torna os alunos cidadãos mais interventivos”.....	110
Tabela 30- Resultados das respostas à questão: “A relação da matemática com situações da realidade/quotidiano é importante porque: estimula o seu espírito crítico”.	111
Tabela 31- Cruzamento de dados das questões: "Conhece o conceito de modelação matemática? “e”. Costuma relacionar os conceitos matemáticos com as outras disciplinas/áreas?"	112

Lista de abreviaturas e acrónimos (pela ordem que aparecem no texto)

Acrónimos	Significado	Páginas
CEB	Ciclo do Ensino Básico	1,3,23,23,30,35,36,39,40,41,49,62,65,66,82,83,90,96,97,114,117,127
PES	PES	1,2,49,50,51,54,65,66,82,92,117
AE's	Aprendizagens Essenciais	2,5,36,37,43,114,118
PASEO	Perfil do Aluno à Saída do Ensino Obrigatório	2,37,38,43
PISA	<i>Programme of international Student Assessment</i>	21
TIMSS	<i>Trends in International Mathematics and Science Study</i>	21
UTAD	Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro	62, 93
APAV	Associação de Apoio à Vítima	66

Introdução

A conclusão do 2.º ciclo de estudos em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB), com vista à obtenção do Grau de Mestre, de acordo com a alínea 2 do artigo segundo do Regulamento n.º 658/2016 de 13 de julho, só é atribuída a alunos que consigam aprovação em todas as unidades curriculares que constituem o curso, e se submetam a uma prova pública, na qual apresentarão o Relatório Final de Estágio.

O Relatório Final de Estágio que se segue representa o trabalho desenvolvido no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada (PES) em contexto da Educação Pré-Escolar e do 1.º CEB, integrada no plano de Estudos do curso de 2.º ciclo em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º CEB. Constitui um trabalho com carácter dissertativo e investigativo, ou seja, numa parte é efetuado um enquadramento teórico do tema, onde se apresenta o conceito de modelação matemática, as suas etapas, vantagens e desvantagens e, ainda, a análise dos documentos oficiais orientadores da Educação Pré-Escolar e do 1.º CEB. Da exposição faz parte uma componente prática, na qual se irão descrever as atividades efetuadas no âmbito da PES e, para além disso, numa outra parte, se efetuará a descrição e apresentação dos resultados de um estudo realizado com atuais e futuros professores/educadores, visando obter resposta para as seguintes questões de investigação:

Os atuais e futuros educadores/professores recorrem a situações da vida real para a lecionação de conteúdos matemáticos?

Os atuais e futuros educadores/professores acham que o recurso a este tipo de metodologias é benéfico para o ensino?

Os atuais e futuros educadores/professores conhecem a modelação matemática? E utilizam-na?

No primeiro capítulo apresentamos a revisão de literatura resultante de uma pesquisa bibliográfica sobre o tema da modelação matemática. Recorremos às ideias dos estudiosos do tema, com as quais fazemos uma análise reflexiva, comparando as ideias de cada um, tentando-as completar, de forma a obter um enquadramento teórico o mais completo possível. Desta forma, apresentamos o conceito de modelação matemática, apresentaremos o contraste da modelação matemática com a matemática aplicada, explicaremos cada uma das fases do processo de modelação matemática tendo em conta as interpretações de vários entendidos. Enumeraremos as características que uma tarefa típica de modelação deve possuir e, por fim, referimos as vantagens e desvantagens do processo de modelação matemática. Neste primeiro

capítulo realiza-se também a análise dos documentos oficiais, Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar, o Programa e Metas Curriculares do ensino básico, o documento das Aprendizagens Essenciais (AE's) e ainda o Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO), evidenciando aquilo que se enquadra nas características da modelação matemática e que incentivem a sua utilização. No fundo procuramos perceber se os documentos fornecem a abertura necessária para os docentes e futuros docentes recorrerem a metodologias como a modelação matemática.

No segundo capítulo procedemos à descrição de toda a PES que decorreu quer em contexto da Educação Pré-Escolar quer em 1.º CEB. Para o que caracterizamos cada uma das turmas, descreveremos as atividades desenvolvidas nesse âmbito, bem como as tentativas de implementação da modelação matemática como metodologia de ensino.

No terceiro capítulo apresentaremos o estudo implementado, que tem como objetivo a recolha de dados para determinar qual a posição dos atuais e futuros educadores/professores face a esta metodologia, para assim, verificar se a conhecem, recorrem a ela de forma correta e completa, e se na sua formação académica tiveram unidades curriculares, nas quais a modelação matemática fosse abordada. Como consequência, tentaremos perceber quais os motivos que determinam que a modelação matemática não seja utilizada de forma mais assídua. Para além disso, verificaremos se os atuais e futuros professores recorrem a alguma das bases da modelação matemática, nomeadamente a relação com o real e o quotidiano. Um dos fatores que levou a esta investigação resultou o facto de, no decorrer da PES não ter sido possível usar tarefas de modelação matemática, ao que se quis perceber se outros professores sentiram esta dificuldade.

Como referem Ashtiani e Doosti (2009) os alunos, muitas vezes, encaram a matemática como um sofrimento e uma tortura mental, estipulando que apenas as pessoas inteligentes têm capacidade para entender os conteúdos matemáticos. No entanto, não é bem assim, cabe ao educador e ao professor de matemática desmistificar esta situação. Atualmente o professor/educador possui uma ampla gama de opções metodológicas com as quais pode facilitar a sua comunicação com os alunos e em, consequência, motivar o seu interesse e gosto pela matemática. A metodologia que aqui apresentamos é a modelação matemática, que, de acordo com Ribeiro (2010) transmite um grande potencial a diversas situações no decorrer dos processos de ensino de aprendizagem. Refere, também, que estas não são tão utilizadas nas aulas quanto seria desejável. Com este trabalho tentaremos dar resposta a este problema mostrando e provando as vantagens que a modelação tem no ensino da matemática.

Capítulo I- A modelação matemática: conceito e etapas

Neste capítulo analisamos o conceito de modelação matemática, explicando em que consiste, quais as suas etapas, vantagens e inconvenientes, e, ainda, as características que uma tarefa de modelação deve possuir, tendo como base autores de referência. Para além disso, analisaremos os documentos reguladores oficiais, respeitantes à Educação Pré-Escolar e ao 1.º CEB para perceber se incentivam o uso desta metodologia.

1. Conceções sobre a matemática

É notória a grande importância que a matemática assume nos currículos escolares, quer a nível superior quer a nível mais elementar. No entanto, a aversão a esta disciplina ainda é visível nos estabelecimentos de ensino, talvez devido ao seu carácter abstrato. A modelação matemática procura atribuir um sentido real à matemática, tentando dar a conhecer o seu verdadeiro sentido e significado. Se nos dermos conta tudo à nossa volta envolve matemática. Pensemos por exemplo na estrutura de uma casa. Na sua construção foi necessário recorrer a ferramentas matemáticas para que todas as medidas estejam certas e a casa não caia. No nosso quotidiano convivemos diretamente com dinheiro. Para o seu uso é necessário que se façam contas, que se conheçam os números. Mas, a matemática é muito mais e convém que os alunos, os professores e a comunidade em geral, conheçam o verdadeiro significado da matemática.

Num artigo relacionado com conexões matemáticas, Carreira (2010) considera a matemática segundo duas perspetivas: como um meio e como um sistema. A matemática constitui um meio através do qual se conseguem explicar, e controlar, as situações complexas do meio, seja ele natural ou artificial, fornecendo as ferramentas necessárias para se poder comunicar sobre o tema. Constitui um conjunto de sistemas, regras, procedimentos, algoritmos que se interiorizam no pensamento do ser humano, moldando a forma como vemos e interpretamos o mundo, nas suas mais variadas facetas.

A matemática escolar é encarada como uma área a partir da qual deve surgir o desejo de criar e de mostrar aos outros o que se criou, conforme elucida Mendes (2017). A este nível, surge a necessidade de os alunos terem a experiência de fazer matemática conforme fazem os profissionais. Para tal, no entender desta autora, devem ser respeitadas três etapas. No início considera-se um problema que será, posteriormente, explorado de diferentes maneiras. De seguida, na opinião da autora, deve-se pôr de parte este problema e efetuar outro tipo de

atividade por forma a que o subconsciente reflita sobre o problema original. Por fim, procede-se à organização escrita, e formal, de tudo o que foi pensado e realizado.

Refira-se que Davis e Hersh (1995), na sua definição muito elementar, consideram que a matemática é “a ciência da quantidade e do espaço” (p.25). Acrescentam que esta ciência também se ocupa do simbolismo que se relaciona com espaço e com a quantidade. Destacam que esta ciência apresenta, como a sua forma mais simples de representação da quantidade e do espaço, a aritmética que trata dos números, das operações com eles realizadas e, ainda, das situações do quotidiano nas quais se utilizam tais operações. Para além da aritmética destacam ainda, a geometria como aquela que se ocupa das questões de medida e espaço, assim como de todas as questões relacionadas com essa realidade. Segundo os autores atribuem-se várias definições à matemática, dependendo da perspetiva de cada um. De acordo com os autores, a matemática encontra-se “na página impressa” (p.27), “em gravações de palestras, na memória dos computadores, e em circuitos impressos” (p.27). Também em “genes de girassol, uma vez que esta planta dispõe as sementes segundo espirais de Bernoulli” (p.27), ou seja, encontra-se em tudo à nossa volta. Mais que isso, Ruiz (2011) vê a matemática como a *interface* entre o espírito humano e o mundo circundante, de onde, por meio de buscas, se podem retirar vários ensinamentos.

David e Hersh (1995) colocam a hipótese do possível esgotamento da matemática, referindo algo que vai ao encontro do tema do nosso trabalho, afirmam que a matemática não se acabará até que a ciência, em geral, e a tecnologia necessitem dela para evoluir. Trata-se de uma ferramenta do pensamento, de acordo com Ruiz (2011), constitui uma ferramenta emancipatória, relacionada com atividades associadas ao questionar, imaginar, observar, organizar, apreciar, entre outras. De acordo com este autor, conseguem-se fazer leituras mais rigorosas, geram-se questões, coordenam-se ideias, dá-se sentido a argumentos, por exemplo.

Como resultado da análise de Crato (2008), relativamente aos entendimentos de Einstein, considera-se que a matemática é o “produto do pensamento humano independente da experiência” (p.189), separando a matemática do quotidiano. Posteriormente a tais manifestações, Einstein questionara-se afirmando que se a matemática é o resultado do pensamento humano, como seria possível que estivesse tão adaptada às circunstâncias da realidade. Deste modo, põe em hipótese o facto de a humanidade ter a capacidade de realizar a captura das propriedades pertencentes a algo real, sem que assim tivesse que se basear no pensamento. Como vimos, estas questões colocam em confronto os pensadores, da área da filosofia como os matemáticos. Uns consideram que a matemática tem a sua aplicabilidade

tendo em conta “o produto natural das raízes que esta teria na experiência” (p.189), outros consideram necessária a “correspondência do mundo real com as leis da lógica em que a matemática se baseia” (p.189).

Ainda sobre a utilidade da matemática Stewart (1996) analisa várias teorias sobre a utilidade da matemática. Relativamente a este tema Stewart (1996) em primeiro lugar, considera a matemática como a “ciência dos padrões” e depois para explicar a sua utilidade refere que “a natureza explora quase todos os padrões que existem” (p.189). Entende-se a matemática como a ciência dos padrões (Devlin, 2002), e se a natureza explora os padrões, então a natureza e a matemática estão intimamente relacionadas.

Neste sentido, Crato (2008) considera a matemática como: “um jogo de números, incógnitas e relações que se utiliza para pagar a conta do supermercado, calcular os impostos, planear a construção de pontes, determinar o trajeto do vaivém espacial e tranquilizar-nos quanto à órbita futura dos asteroides” (p.193).

O regulador das AE's, homologado pelo Despacho n.º 6944-A-2018 de 19 de julho aponta que o ensino da matemática tem como objetivo promover em todos os alunos, aprendizagens matemáticas relevantes e sustentáveis capazes de desenvolver competências que permitam que o aluno compreenda os conteúdos matemáticos e seja capaz de os aplicar em contextos matemáticos e não matemáticos, quer no decorrer da sua escolaridade, como também na sua vida pessoal, profissional e social. O ensino da matemática deve proporcionar uma relação positiva com a área, bem como promover uma visão da matemática enquanto ciência e reconhecer o seu valor cultural e social e a sua função nas diversas áreas de intervenção humana.

2. O conceito de modelação matemática

A matemática é uma ciência que nos ajuda a resolver questões importantes do nosso dia a dia. Neste ponto trataremos do conceito de modelação e relacioná-lo-emos com a matemática. De facto, no ensino da matemática não é positivo que se ponham de parte atividades como as de modelação matemática e a aplicação da matemática a problemas do mundo real, tal como assinala Carreira (2017), que acrescenta que tal constitui “um dano para a educação matemática dos jovens e futuros cidadãos” (p. 44).

Relativamente ao conceito de modelação matemática existem algumas definições e ideias. Se recorrermos ao Novo Dicionário da Língua Portuguesa encontramos a definição de modelação como “ato de modelar” (Texto Editores, p.1072), ou seja, criar um modelo ou exemplo. Se o aliarmos ao conceito de matemática concluímos que se trata do ato de criar

modelos para resolver situações problemáticas. Neste sentido, importa retirar ilações acerca do conceito de modelo. Segundo a mesma fonte, modelo é uma “forma típica de reproduzir ou imitar” (p.1072). Feita a análise morfológica dos vocábulos modelar e modelo, entendemos que modelação matemática corresponde à criação de modelos para uma determinada situação matemática, que podem servir de exemplo para resolver outras situações matemáticas que surjam.

A matemática constitui um meio que nos fornece ferramentas para interpretar melhor as várias facetas do mundo. Para além disso, permite-nos resolver problemas, assim evidencia Carreira (2010), que considera, ainda, que esta visão da matemática corresponde à modelação matemática. Neste contexto, a situação real corresponde ao objeto de estudo que será investigado e moldado e, para isso, o indivíduo que opta pela modelação matemática terá que se afastar do objeto, pois, de acordo com a autora, a matemática tende a funcionar melhor quanto maior for essa distância. Mais que isso, de acordo com Orey e Rosa (2009) “a modelação matemática é o pilar sobre o qual a matemática se desenvolveu e, ainda se desenvolve, por meio de um processo de abstração” (p.58), construído através dos modelos.

O conceito de modelação matemática encontra-se associado a um conjunto de definições, tendo em conta a forma como é encarado. Isto é, de acordo com Bassanezi (2002), a modelação matemática pode ser encarada segundo duas perspetivas, ou funções. Por um lado, como um método científico de pesquisa e, por outro, como uma estratégia de ensino e de aprendizagem. Ainda assim, são mais as abordagens que se podem fazer ao conceito. Tendo em conta Luna e Souza (2014), a modelação matemática pode ser entendida como uma estratégia de ensino, como uma abordagem pedagógica, como um ambiente de modelação, como o processo de obtenção de modelos matemáticos, entre outras abordagens. Conforme refere Blum (2015), existem seis perspetivas respeitantes ao uso da modelação matemática e que influenciam o tipo de modelo que será dotado. Ou seja, modelação aplicada; a modelação educacional; a modelação sócio crítica; a modelação epistemológica; a modelação pedagógica e a modelação conceitual.

A modelação matemática de acordo com Bassanezi (2002) diz respeito à arte de transformar problemas reais em problemas matemáticos, resolvê-los matematicamente, embora interpretando as suas soluções em função do contexto inicial. Trata-se de uma estratégia que se tem revelado muito eficaz, já que permite quebrar fronteiras entre as diferentes áreas de pesquisa, como é o caso da física, química, astrofísica, entre outras. Sendo assim, a modelação matemática, segundo a perspetiva de Bassanezi (2002) e Canavarro (2017) possibilita a

existência de uma multidisciplinarietà, ou seja, permite intercalar várias áreas de conteúdo com a matemática, conectar a matemática com outras realidades, nomeadamente entre conteúdos matemáticos e não matemáticos, que podem corresponder a situações do quotidiano, da vida real e outras áreas do currículo. A adoção de metodologias que visem o estabelecimento de conexões permite alargar a compreensão das ideias e conceitos envolvidos, e em consequência, dar sentido à matemática escolar (Canavarro, 2017).

Por outro lado, sob a visão de Barbosa (2004a), a modelação matemática não é vista como a arte de transformar problemas da vida real em problemas matemáticos, mas sim “um ambiente de aprendizagem, no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (p. 3). Enquanto Bassanezi (2002) encara a modelação matemática como o resultado, Barbosa (2004b) vê-a como o meio através do qual se investigam e se problematizam problemas da vida real. No entanto, ambos enfatizam a multidisciplinarietà que advém da modelação matemática. Numa tarefa que utilize a modelação matemática, os alunos têm a possibilidade de discutir e trabalhar a matemática recorrendo a situações do dia a dia ou à realidade do aluno, abordando assim, questões matemáticas, sem que se esteja a trabalhar a matemática de forma abstrata.

Para que haja competência em modelação matemática, Blum (2015) refere que os agentes ativos terão que ter a capacidade de construir e aplicar modelos matemáticos realizando as etapas apropriadas, que mais à frente esmiuçaremos, e analisar e comparar os modelos obtidos. Para que a modelação matemática seja possível devem ter-se em conta três fatores, segundo a perspectiva de Blum (2015): as competências matemáticas necessárias, as competências extra-matemática e, ainda, as crenças e atitudes de cada um. Estas últimas são muito importantes na tomada de decisão, de acordo com Jacobs e Durandt (2017), fundamentais, segundo Ferruzzi e Almeida (2015), para representar um objeto ou situação de forma matemática, sejam próximos, ou não, de realidades matemáticas. À luz desta metodologia os problemas reais serão analisados e simplificados, permitindo o seu tratamento por parte do público alvo em questão, conforme afirma Canavarro (2017).

A modelação matemática impõe a criação de modelos, neste caso, de uma parte da realidade (Carreira, 2017). Tal decorre de um procedimento interpretativo e criativo, do qual surgirá uma estrutura matemática constituída pelas características essenciais da situação real considerada (Ferruzzi & Almeida, 2015).

Uma tarefa de modelação matemática tem carácter dinâmico, com várias soluções possíveis, em virtude dos caminhos que se optem por seguir, realçando o carácter interpretativo

e criativo da modelação matemática. Sendo assim, teremos de interpretar a situação de determinada maneira, isto é, escolher os caminhos que achemos mais relevantes, deixando de parte outros que não consideremos tão importantes para resolver o problema em questão (Bassanezi, 2002). Para tal, tendo em conta a estrutura da tarefa de modelação matemática, de acordo com Carreira (2017), deve-se incentivar o aluno a realizar as suas próprias investigações, procurando orientações e caminhos que lhe permitam abordar o problema, questionando e investigando a realidade. Podem existir diferentes abordagens aos problemas em virtude de serem “fracamente estruturados” (Carreira, 2007, p.49), ou seja, conduzir a várias aprendizagens matemáticas e a diferentes conclusões.

Uma vez que na gênese do conceito de modelação matemática está uma relação com outras áreas da realidade, podemos considerar que a matemática se desenvolve a partir das necessidades humanas que justificam o desenvolvimento das diversas áreas da matemática, uma vez que esta tem as ferramentas necessárias para resolver questões da realidade. No entanto, Costa (2009) ressalva que esta ideia nem sempre se encontra clara no seio do ensino formal, já que para muitos educadores os conhecimentos adquiridos em matemática não dão resposta a outras questões, estando assim, o conhecimento matemático a ser aceite exclusivamente em terreno matemático. Por exemplo, o professor de matemática transmite um conteúdo matemático e não mostra aos alunos qual a sua utilidade, não respondendo à questão tantas vezes colocada: “para que serve isso?” (p. 115).

Quando recorremos à modelação matemática, temos a possibilidade de resolver problemas do quotidiano, ou seja, atender às nossas necessidades humanas. A modelação matemática dá-nos a possibilidade de mostrar aos nossos alunos qual a utilidade da matemática. De facto, se os alunos conseguirem resolver uma situação que lhes é familiar, facilmente entendem que a matemática é importante e que, realmente, tem utilidade, já que permite relacionar os conteúdos internos à matemática e, ainda, a uni-los com outro tipo de conhecimentos extra-matemática.

No seguimento da perspetiva defendida por Bassanezi (2002), Vertuan (2010) considera a modelação matemática como uma alternativa pedagógica para os processos de ensino e de aprendizagem da matemática, pois coloca diante dos alunos situações problema para as quais, não possuem *a priori* as ideias e ferramentas para as resolver. Como tal, terá que existir um processo de investigação por parte do aluno, que, no que diz respeito ao processo de resolução de uma determinada situação problema, faça emergir os conhecimentos que os alunos já possuem, de maneira a que estes sejam reorganizados e que, a partir deles, possam surgir outros.

Perante esta situação, realçamos o facto de a modelação matemática, para além de ajudar a resolver situações do quotidiano, permite, como consequência, adquirir novas competências.

Ainda assim, Barbosa (2004b) não concorda com as definições de modelação matemática que a consideram como a aplicação da matemática a outras áreas do conhecimento, considerando que, dessa forma, a modelação matemática é como um “guarda-chuva onde cabe quase tudo” (p.1). Neste sentido, considera que deve existir uma certa moderação em relação ao conceito de modelação.

De acordo com Caldeira (2009), e à semelhança de Barbosa (2004b), a modelação matemática é entendida como um ambiente de aprendizagem que permite questionar e investigar os conteúdos matemáticos e fomentar a sua compreensão, devendo ser vista como mais do que uma simples metodologia, já que permite a mobilização dos conhecimentos adquiridos ao longo da formação.

É importante termos por certo, que em relação aos níveis de ensino mais básicos, a modelação matemática trata-se de “uma abordagem pedagógica que possibilita que os interesses dos alunos sejam discutidos e trabalhados em sala de aula, por meio também da matemática” (N. Junior & M., Junior, 2014, p.7).

De facto, é sobre este ponto que o nosso trabalho recai, isto é, a modelação matemática em contexto de educação matemática. Como tal, podemos encarar a modelação matemática como uma metodologia pedagógica, embora possa também ser considerada como um método científico. Embora os alunos não dominem o processo de modelação matemática no seu todo, conforme aponta Carvalho e Silva (1994), conseguem tratar questões com as quais se deparavam através da elaboração de modelos.

Em relação à modelação matemática como método de ensino e de aprendizagem, a sua utilização facilita a ligação entre os conceitos matemáticos e as suas aplicações. Para além disso, por meio desta metodologia os alunos têm a possibilidade de direccionar os seus interesses e a sua formação académica. Ao professor cabe o desafio de apresentar aos alunos as duas vertentes distintas. A possibilidade de recolher de um *jogo* resultados significativos, isto é, recolher informações importantes de uma situação matemática estudada, dando assim sentido à matemática. Estamos, assim, perante uma situação representativa da matemática aplicada. Por outro lado, podem montar um *jogo* recorrendo a peças vindas de uma realidade exterior. Estamos, neste caso, perante uma situação representativa de uma criação matemática (Bassanezi, 2002).

Desta forma, a matemática compara-se a um jogo, que deve ser realizado recorrendo ao divertimento, caso contrário os jogadores sairão perdedores. Assim, a matemática é vista como algo que deve ter regras claras, mas que deve ser agradável. Os alunos devem ter a noção dos objetivos do jogo, isto é, devem saber quais as suas utilidades. Se a matemática for encarada como algo imposto, que não faça sentido, as regras não serão claras e os alunos não se irão divertir jogando, logo serão perdedores. Ou seja, não saberão resolver nem aplicar a matemática, logo não fará sentido para eles, realçando a importância que uma metodologia como a modelação matemática pode ter em contexto escolar (Bassanezi, 2002).

As considerações anteriores estão na mesma linha de ideias de Lutz, Bona e Fonseca (2017) que consideram que a modelação matemática nada mais é que a matemática em si, já que a origem das ideias base matemáticas foram, necessariamente, resultado da busca por uma explicação de factos observados na vida real. Os autores concluem que a modelação matemática pode ser aplicada às demais situações, sejam elas mais complicadas ou menos complicadas, mais precisas ou menos precisas.

3. A modelação matemática *versus* a matemática aplicada

A modelação matemática e a matemática aplicada constituem-se como conceitos que se relacionam tanto com a matemática como com a realidade, embora existam algumas diferenças. Bahamaei (2011) considera que a diferença entre a matemática aplicada e a modelação matemática assenta, necessariamente, na ordem de surgimento da matemática e da realidade. Neste sentido, quando tratamos assuntos matemáticos e alcançamos as situações reais referimo-nos à matemática aplicada. Neste caso, o professor considera um conteúdo e reflete sobre onde o pode utilizar de forma efetiva, não estando a realizar modelação matemática. Referimo-nos à modelação matemática quando, se considera, em primeiro lugar, a realidade, ou seja, quando se parte de uma situação real e, posteriormente, se recorre a conceitos matemáticos, e por fim, se revisita a situação real inicial afim de averiguar o grau de fiabilidade do modelo matemático, entretanto construído (Bahamaei, 2011).

Também Bassanezi (2002) considera o conceito de matemática aplicada, referindo que este advém da “aplicação correta da matemática nas ciências factuais” (p.18) a que se devem aliar, de forma equilibrada, “a abstração e a formalização” (p.18), tendo por base sempre a situação que originou o processo. Para além disso, considera a matemática aplicada moderna como a “arte de aplicar a matemática a situações matemáticas, usando como processo comum a modelagem matemática” (p.32).

Bassanezi (2002) considera a matemática aplicada como o processo de intermediação entre o problema inicial e o modelo matemático, pois deve existir uma avaliação correta da situação considerada sob dois pontos de vista. Acrescenta, ainda, que a linha de intermediação entre o problema inicial e o modelo matemático, na qual se insere a matemática aplicada, tem grande importância em todo o processo de modelação matemática, uma vez que nos permite perceber se um determinado modelo é válido ou não.

Atendendo a Ponte (1992), a relação entre a matemática e a realidade pode efetuar-se segundo três formas durante os processos de ensino e de aprendizagem: como ponto de partida, para a apresentação de exemplos e como forma de consolidação. A relação da matemática com a realidade pode ocorrer para a formulação de novas noções matemáticas, ou seja, para introduzir um conteúdo matemático. Assim, conseguimos criar uma base concreta para o desenvolvimento dos conceitos e noções matemáticas. Aliado a isso, se os exemplos concretos, apresentados aos alunos, forem do seu interesse constituem uma importante forma de motivação. Desta forma, o professor toma uma atitude contrária à daqueles professores que desvinculam a matemática da realidade e que neste sentido, seguem a estratégia de “enunciado → demonstração → aplicação” (Ponte1992, p.36). Tanto Ponte (1992) como Bassanezi (2002) defendem que o caminho deve ser contrário, isto é, em primeiro lugar, considerar a motivação, que pode ser externa ou não à matemática, a que se segue a formulação de hipóteses e consequentes questionamentos, e por fim ao seu enunciado. Desta forma apresenta-se, em primeiro lugar, um exemplo de aplicabilidade de determinada situação. Segundo Bassanezi (2002) estaríamos a reinventar “o resultado juntamente com os alunos, seguindo o processo da modelagem e conjugando verdadeiramente o binômio ensino-aprendizagem” (p.36).

A relação entre a matemática e a realidade pode, ainda, ocorrer quando se apresentam aos alunos exemplos representativos do conteúdo matemático em questão, afim de demonstrar a sua aplicabilidade na resolução de problemas concretos. Para tal, propõem-se tarefas de aplicação que possibilitem pôr em prática os conhecimentos adquiridos anteriormente, potenciando um maior esclarecimento dos conceitos, bem como para a consciencialização do “tipo de estruturas e técnicas matemáticas que se utilizam numa variedade de situações.” (Ponte, 1992, p.19).

Segundo Ponte (1992), a relação entre a matemática e a realidade espelha-se em momentos onde ocorra modelação, nas quais se pretenda investigar algo real, utilizando as diversas ferramentas matemáticas. Estas tarefas de investigação devem ocorrer uma ou duas vezes no ano, integrando projetos que os alunos realizem em grupo. É importante que o grupo

percorra as etapas de modelação de maneira a perceber que os vários domínios da matemática se interligam, possuindo limitações e mais valias.

De seguida, apresentamos o conceito de modelo matemático e as fases do processo de modelação matemática, sob o ponto de vista de vários autores.

4. O modelo e as fases do processo de modelação matemática

Subjacente ao conceito de modelação matemática está o de modelo. Conforme refere Bassanezi (2002) a modelação matemática corresponde a um “processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos” (p.24).

De acordo com Ponte (1992), um modelo matemático é uma “representação de uma dada situação, objeto ou fenómeno através de objetos, relações e estruturas com que descrevem os seus elementos que se consideram fundamentais, ao mesmo tempo que se ignoram deliberadamente os elementos tidos como secundários” (p.100). Apresenta-se de diversas formas, no entanto, geralmente é constituído por variáveis, relações entre variáveis e as respetivas taxas de variação. Para além disso, o autor considera que um modelo é “uma descrição simplificada duma situação, real ou imaginária.” (p. 15).

Outros autores, como Bassanezi (2002), defendem que o termo modelo tem um carácter ambíguo, ou seja, não possui apenas um significado. Assim, considera a existência de dois tipos de modelo: o modelo objeto e o modelo teórico. Num modelo objeto estão representados objetos ou factos concretos, caracterizando-se pela sua estabilidade e pela homogeneidade das variáveis que o compõem. A sua representação pode ser de três tipos: pictórica, quando é constituído por desenhos, mapas, esquemas, etc.; conceitual, quando este é exibido por meio de uma fórmula matemática, e ainda simbólica. No entanto, um modelo é uma representação simplificada de uma dada situação, pelo que não podem ser consideradas todas as variáveis da situação considerada, constituindo, assim, o seu carácter parcial.

Por outro lado, um modelo teórico relaciona-se com “uma teoria geral existente” (p.20). De realçar que, este tipo de modelo, é construído em torno de um modelo objeto como um “código de interpretação” (p.20). As variáveis que compõem este tipo de modelo devem representar, fielmente, as existentes na situação que lhe deu origem, bem como as relações obtidas através de hipóteses, que são de carácter abstrato, e experiências que são concretas.

De forma genérica Bassanezi (2002) define modelo como “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado” (p.20). Ou seja, após se ter estudado um determinado objeto, ou situação, procede-se à sua tradução, utilizando

símbolos e relações matemáticas, afim de se retirarem as devidas conclusões. O facto de a linguagem, na qual se expressa um modelo, ser simples e concisa, ou seja, não é ambígua, constitui um importante motivo para a sua utilização. Para além disso, um modelo proporciona a obtenção de diversos teoremas que levam à utilização de vários métodos com vista ao cálculo de soluções numéricas.

Para além de classificar os modelos consoante a dinâmica das variáveis, também contempla uma classificação segundo o tipo de matemática que envolvem. Neste sentido, Bassanezi (2002) considera a existência de três tipos de modelo: o modelo linear, ou não linear, dependendo das suas características básicas; o modelo estático, ou dinâmico, e ainda o modelo educacional. Um modelo é considerado estático quando representa a forma do objeto, e dinâmico quando representa a evolução de um determinado fenómeno. Além disso, os modelos consideram-se educacionais quando se baseiam num número pequeno de suposições envolvendo poucas variáveis, não se relacionando com outras situações mais complexas do contexto. Por isso mesmo, este modelo não representa a realidade de forma fidedigna, pelo que não permite que se façam previsões. Sendo assim, tem como principal objetivo ganhar experiência na formulação de modelos que se aproximam da realidade (Bassanezi, 2002).

Um modelo matemático espelha a ótica daqueles que realizaram o estudo, pelo que, para uma mesma situação real, poderem ser construídas representações distintas. O mesmo acontece quando uma mesma situação matemática é estudada em diferentes níveis de ensino, já que, consoante as capacidades dos alunos, esta pode seguir caminhos distintos. Neste sentido, considerando uma mesma situação apresentada a públicos alvo diferentes, necessariamente, a estrutura do modelo será diferente Vertuan (2010).

Aliado a este ponto de vista, Bahamaei (2011) considera que a aplicação matemática se relaciona com o processo de criação e uso de modelos matemáticos. O autor considera que aquando da realização de problemas de aplicação se tem que lidar com problemas em contextos reais, que só se tornam acessíveis e manipuláveis com a utilização de modelos, daí a sua importância para tornar a matemática real para os estudantes.

4.1. Processo de construção de um modelo matemático

Segundo Ponte (1992) citando Kerr e Mali (1979), o processo de construção de um modelo é dinâmico, seguindo certos passos essenciais. Bassanezi (2002) acrescenta que, neste processo, se deve considerar a existência de um conjunto de regras sem carácter ambíguo, ou seja, regras objetivas e claras, com o objetivo de interpretar os símbolos e as operações de uma

determinada teoria matemática, de acordo com a linguagem utilizada na descrição do problema. Neste sentido, iremos enumerar e explicar os passos que levam à criação de um modelo matemático, condição necessária para a ocorrência de modelação matemática. De forma geral, Ponte (1992) e Bassanezi (2002) concordam em relação aos passos essenciais para a criação de um modelo matemático. Para Bassanezi (2002) o processo começa por considerar o problema, transpô-lo para a linguagem matemática, resolvê-lo, determinar as conclusões e depois regressar à situação inicial para assim interpretar os resultados obtidos à luz da situação real da qual partimos.

Ponte (1992) esmiúça de forma mais aprofundada as várias etapas de formulação de um modelo matemático. O primeiro passo, *fase do modelo real* corresponde à escolha e identificação da situação problema do mundo real, para, posteriormente, ser ajustada e simplificada de maneira a que possa ser descrita de forma sucinta e objetiva. Nesta fase o problema é, ainda, enunciado segundo a situação real, no entanto, já foi simplificado, isto é, descartaram-se os aspetos supérfluos e considerando-se, apenas, os mais importantes.

Após a simplificação da situação real e obtido o modelo real, prossegue-se para a tradução das palavras que formulam a situação real em símbolos e expressões matemáticas, obtendo o modelo matemático, ou seja, objetos, expressões e representações matemáticas que se relacionam entre si. O processo de transformação do modelo real em modelo matemático tem o nome de *matematização*.

Após ocorrer a matematização fazer-se-á uso das técnicas e ferramentas matemáticas, recorrendo a procedimentos experimentais e procedimentais com o objetivo de chegar a conclusões e predições baseadas no modelo. No decorrer da elaboração do modelo tem que se ter sempre ciente a situação real inicial, sendo necessário comparar as conclusões obtidas com a situação do mundo real considerada, afim de avaliar as potencialidades do modelo estabelecido.

Caso o modelo utilizado não nos forneça a informação pretendida proceder-se-á à reformulação das várias etapas do processo de forma a melhorá-lo e, assim, obter conclusões mais satisfatórias. Este processo deve ser repetido até que se obtenham os resultados esperados.

A relação entre as situações reais e as técnicas matemáticas deve estar bem presente, na formulação do modelo matemático, na interpretação dos resultados, mas, também, segundo Bassanezi (2002) “no tratamento matemático do modelo” (p.26). Ou seja, na matematização, terminologia de Ponte (1992), por forma a que as metodologias matemáticas sejam interpretadas à luz do problema real e não só no início e no fim da atividade de modelação. O

facto de se considerarem as técnicas matemáticas, possibilita que se façam pequenas avaliações ao longo do processo, que permitem a substituição de argumentos matemáticos, menos adequados, por outros mais claros perante a situação real em questão. A constante comparação com a situação real permite aferir se o modelo que construímos é válido ou não. Caso não o seja terá que ser ajustado até que se chegue a um modelo aceite à luz da situação real.

De acordo com Costa (2009) e Rosa (2005), a escolha do tema pode ser feita pelo professor, pelos alunos ou então de forma conjunta. Rosa (2005) afirma que os temas devem ser abrangentes, de forma a que os alunos possam realizar um questionamento em várias dimensões e podem advir de várias áreas distintas. Esta escolha deve ser orientada pelo professor, que selecciona um conjunto de temas que os alunos podem escolher, assim, não há o risco de os alunos escolherem um tema pouco adequado ou demasiado complexo, em relação ao conteúdo desejado ou ao seu nível matemático. O autor contempla, ainda, a possibilidade de serem escolhidos mais do que um tema que serão distribuídos por diferentes grupos consoante o interesse face ao tema.

4.2. Fases do processo de modelação

Passemos agora a apresentar e a descrever as várias fases do processo de modelação. Naturalmente que as fases do processo de modelação matemática coincidem com as fases de construção de um modelo matemático, que apresentamos anteriormente, já que as duas realidades estão necessariamente relacionadas.

1.^a fase: Da realidade ao modelo matemático segundo Ponte (1992)

Como havíamos referido, a primeira fase do processo de formulação de um modelo matemático é, segundo Ponte (1992), a recolha e identificação da situação e do problema real.

A esta fase, Ponte (1992) denomina de *Da realidade ao modelo matemático*. Nesta etapa do processo identificar-se-ão os elementos que constituem a situação a estudar, faz-se a seleção dos elementos da situação real que são relevantes para o estudo, idealizando-os, de forma mais adequada, para a realização de uma representação matemática, escolhe-se a área da matemática mais apropriada para servir de base ao modelo e, por fim, realiza-se a transposição da situação real para o contexto matemático. Segundo o autor, esta fase é muito importante visto que se estabelecem as situações problemáticas que se pretendem solucionar.

De notar que a maioria das dificuldades dos alunos, segundo Ponte (1992), não assentam em questões matemáticas, mas sim na compreensão da situação em si, não fazendo sentido tentar modelar algo que não se compreende verdadeiramente, daí a importância desta fase. No

entanto, os alunos não têm que compreender inteiramente a situação antes de a modelar, mas sim intercalar os dois processos a par e passo, pois, segundo autor, estudos a nível psicológico apontam para a evolução gradual das capacidades cognitivas. Para que o processo de modelação se revele eficaz é necessário que os alunos possuam um conhecimento basilar ao nível da matemática e ao nível da situação real, para que assim saibam seguir o caminho próprio deste processo. Para isso, realizam pesquisas e visitam estabelecimentos e instituições em busca de informação ou, atualmente, pesquisam na *internet*. Esta pesquisa tem como objetivo que os alunos façam o levantamento de dados quantitativos e qualitativos para a formulação das hipóteses (Rosa, 2005). Caso os alunos não consigam realizar uma pesquisa capaz de os elucidar acerca do tema, o professor deve então fornecer as devidas informações aos alunos. Cabe ao professor auxiliá-los na elaboração de questões mais complexas que lhes permitam chegar a um novo conteúdo matemático e a generalizar através de analogias. Ao longo deste caminho os alunos vão construindo o seu conhecimento, começando numa classe muito restrita destes problemas e avançando, progressivamente, para problemas de outras classes. Os alunos vão, assim, adquirindo conhecimentos que lhe permitirão progredir e serem capazes de resolver situações cada vez mais complexas (Costa, 2009).

Nesta fase, ocorre, ainda, a formulação do problema, na qual, conforme refere Costa (2009), os alunos formulam o problema a que futuramente darão resposta. Para além disso, equacionam as hipóteses, socorrendo-se da simbologia adequada para o efeito, descrevendo matematicamente as relações, isto é, transpondo a linguagem verbal para linguagem matemática. Este processo, por vezes, revela-se complicado para os alunos, então, o professor deve-os orientar e auxiliar, pois estão a trabalhar questões matemáticas, e que, por essa razão os conteúdos matemáticos estão a ser desenvolvidos.

2.ª fase: o processamento e análise de dados e relações, segundo Ponte (1992)

Analisada a primeira fase do processo de modelação, importa agora partir para a segunda fase, que Ponte (1992) intitula de *O processamento e análise de dados e relações*. Nesta fase relacionam-se os objetos com as hipóteses e as propriedades. Para além disso, são usadas metodologias matemáticas como por exemplo, cálculos, deduções para, assim, obtermos resultados e conclusões. Segundo Costa (2009), também nesta fase, os alunos devem ser orientados pelo professor, já que um modelo é de natureza conceitual e abstrata. Uma vez elaborado o modelo o aluno opta por estabelecer estratégias e por ferramentas que auxiliem na resolução do problema em si. Nesta fase do processo os procedimentos matemáticos deverão,

em primeiro lugar, atender à situação em si e ao modelo utilizado, não deixando de parte a experiência, o conhecimento e as intuições dos alunos, de maneira a não esquecer qual a situação a que se pretende dar resposta.

Nesta fase do processo surgirão, após analisadas as hipóteses, novos conteúdos matemáticos que devem ser trabalhados, de maneira a que os alunos entendam aquilo que se pretende determinar com a análise do modelo. Ao mesmo tempo, os alunos devem ter noção dos aspetos da situação inicial, que são relevantes e constituem o modelo, e o porquê de outras terem sido rejeitadas, de forma a que se proporcione uma experiência mental dos conceitos matemáticos necessários à aprendizagem (Rosa, 2005). Na resolução dos problemas os alunos devem proceder à sistematização dos conceitos matemáticos identificados, aquando da elaboração do modelo. Segundo Costa (2009) o professor deve intervir, fornecendo-lhes outros exemplos e propondo-lhes exercícios, para assim, reforçar o conteúdo matemático estudado com o modelo construído.

3.ª fase: Interpretação, exploração e avaliação do modelo, segundo Ponte (1992)

Por fim, passamos para a análise da terceira fase do processo de modelação que Ponte (1992) denomina por *Interpretação, exploração e avaliação do modelo*, na qual se procederá à interpretação dos resultados e conclusões obtidos na fase anterior e se comparará o modelo contruído com a situação real, a fim de o avaliar e perceber a sua validade.

Para isso, os alunos verificam se o resultado obtido é ou não adequado ao modelo utilizado, comparando-o com a realidade anteriormente pesquisada. Esta interpretação deve ocorrer de diferentes formas: de forma analítica, gráfica, geométrica ou algébrica. Uma vez interpretada a solução obtida, esta vai ser comparada com a situação real da qual se gerou este processo de modelação, a fim de o modelo ser ou não validado (Rosa, 2005).

Nesta fase, ainda, se exploram possíveis implicações que o modelo possa ter na situação em questão, aferindo outras facetas desta situação real passíveis de serem estudadas. Para além disso, também se estuda o impacto que o modelo teve no processo de resolução da situação real, testando o seu nível de importância. Caso o nível de importância do tratamento estatístico não seja satisfatório procede-se ao ajustamento do modelo, ou decide-se a elaboração de um novo modelo.

Uma vez conseguido um modelo capaz, que cumpra os requisitos para dar resposta à situação, podemos utilizá-lo para aprofundar o seu estudo. Este modelo tem a possibilidade de indicar novas relações, propriedades e outros aspetos indicadores dos caminhos a seguir para

encontrar mais dados para estudo. Outra das valências de um modelo validado é a tomada de decisão, isto se se conhecerem, convenientemente, as hipóteses e pressupostos em que o modelo se baseia, para que os riscos da sua utilização sejam minimizados.

No final do processo de modelação, Costa (2009) defende o registo escrito de todo o processo de modelação, no qual constem os objetivos do trabalho, a teoria obtida nas pesquisas iniciais, a definição do problema, as hipóteses consideradas, as questões levantadas, os procedimentos utilizados, a validação das conjeturas, a obtenção do modelo e a solução do problema. É também importante que este registo contemple as tentativas que os alunos realizaram, as dificuldades que sentiram, as conclusões e ainda a bibliografia utilizada. (Biembengut & Hein, 2004). Posto isto, os procedimentos de trabalho, preferencialmente realizados em grupo, devem ser expostos à turma. Desta comunicação devem fazer parte os resultados obtidos, mas também a experiência vivida ao longo do processo, de maneira que os colegas deem a sua opinião e façam sugestões de aperfeiçoamento dos modelos obtidos.

Por fim, Costa (2009) considera uma última etapa, a avaliação. No final de todo o processo, o aluno, ou o grupo, deve avaliar a clareza, a organização e a criatividade utilizadas. Rosa (2005) acrescenta, ainda, que cada grupo deve ser avaliado pelo seu desempenho geral e que cada elemento do grupo deve ser avaliado pelos restantes grupos e pelos colegas do seu próprio grupo. Para além disso, cada grupo deve apresentar a sua autoavaliação. Cabe ao professor fazer a avaliação das apresentações e dos registos apresentados pelo grupo.

Fases da modelação matemática, segundo Bassanezi (2002)

À semelhança dos autores suprarreferidos, também Bassanezi (2002) destaca as fases do processo de modelação. O autor nomeou cada uma das fases do processo de modelação por: experimentação, abstração, resolução, validação e modificação.

A primeira fase considerada por Bassanezi (2002) denomina-se por *experimentação* e corresponde a um momento essencialmente laboratorial, na qual ocorre a obtenção dos dados e que será determinante para o decorrer do processo. Como resultado desta fase obtêm-se os dados experimentais, que serão devidamente organizados e essenciais para as etapas seguintes.

Uma vez recolhidos e organizados os dados, segue-se a fase da *abstração*. Esta fase do processo de modelação engloba quatro etapas essenciais, que retratam, essencialmente o processo de formação de um modelo. A primeira etapa da fase da abstração é a seleção das variáveis, na qual se distinguem dois tipos de variáveis: as variáveis que “ditam a evolução do sistema” (p.28) e as “variáveis de controle que agem sobre o sistema” (p.28). É importante que

estas variáveis sejam devidamente definidas, para assim facilitar todo o processo (Bassanezi, 2002).

A etapa seguinte da fase da abstração é a aquela onde se vai formalizar o problema, de forma “clara, compreensível e operacional” (p.28). Como resultado dessa formalização obtemos uma questão, que deve ser resultado da relação entre as variáveis consideradas na fase anterior. Em relação ao tema, a formulação obtida é necessariamente mais específica, uma vez que indica o que se pretende descobrir. Seguimos agora para a formulação das hipóteses, que dirigem toda a investigação, uma vez que permitem ao investigador “deduzir manifestações empíricas específicas” (p.28) e contém as informações teóricas que podem ser testadas.

É também nesta etapa que se dá a construção do modelo que depende do grau de complexidade das hipóteses e também da quantidade de variáveis que estão relacionadas.

A fase da abstração engloba, ainda, a etapa da simplificação, na qual se vai isolar a informação mais relevante, considerando, apenas, as informações mais pertinentes para determinar as conclusões resultantes da situação problema formulada. Se o grupo de trabalho formular um problema e na sua resolução chegar à conclusão de que é demasiado complexa, então, será necessário simplificá-lo, deixando de considerar algumas variáveis. Bassanezi (2002) afirma que essa simplificação não deve ser exagerada, sob pena de se perderem informações importantes para a resolução. Acima de tudo tem que existir um equilíbrio.

Depois da fase da abstração, na qual se construiu e tratou o modelo, segue-se a resolução, cuja finalidade é determinar as conclusões relativas à situação inicial. Visto que a linguagem real foi traduzida, aquando da formulação do modelo, em linguagem matemática, esta fase é estritamente matemática. O nível de dificuldade de resolução do modelo está intimamente relacionado com o grau de complexidade imposto aquando da constituição das variáveis, isto é, quanto mais complexas forem as variáveis consideradas no modelo, mais difícil e exigente vai ser a sua resolução. Por isso é tão importante a última etapa da fase de abstração, defendida por Bassanezi (2002), a etapa da simplificação.

A seguinte fase, de acordo com Bassanezi (2002) constitui a validação, na qual se valida, ou não, o modelo anteriormente elaborado e que foi resolvido. Aquando da formação do modelo a linguagem real foi transformada em linguagem matemática, agora, percorre-se o caminho oposto, isto é, os modelos obtidos e as hipóteses consideradas são confrontados com os dados empíricos, ou seja, com a situação real inicial. Um modelo é validado, ou não, consoante a sua aproximação à realidade considerada. Segundo o autor, um modelo é considerado aceitável quando é capaz de prever as situações que lhe deram origem. Acrescenta, ainda, que o nível de

um modelo sobe quando este, para além de prever as situações que lhe deram origem, é capaz de prever novas situações.

Os critérios de aceitação ou não de um modelo dependem, maioritariamente dos objetivos estipulados e dos modeladores. De realçar que, segundo Bassanezi (2002), um bom modelo é aquele que o modelador considera como tal, cujas qualidades devem ser simples e espelhar de forma razoável a situação analisada.

Importa que percebamos o que acontece quando o modelo contruído, e resolvido, não é validado. Nesse caso, devem ser tomadas algumas atitudes para que se consiga a validação do modelo para determinada situação.

Deste modo, chegamos a última fase considerada por Bassanezi (2002), a fase da *modificação*. O autor refere que uma das razões que leva a que um modelo não seja validado são as simplificações e idealizações da realidade. Para além disso, os modelos não são aceites por alguma das hipóteses consideradas ser falsa, ou não totalmente verdadeira; a recolha de alguns dados tenha sido feita de maneira incorreta; as hipóteses, apesar de verdadeiras, sejam insuficientes; existir outro tipo de hipóteses que não foram consideradas; ter ocorrido algum erro no desenvolvimento matemático; e por fim, a possibilidade de se descobrir um novo princípio.

Neste contexto, deve-se encontrar o erro cometido e, assim, proceder-se à sua modificação, tantas vezes quantas forem necessárias.

Uma vez que é suscetível de modificação não podemos dizer que uma vez estabelecido em modelo que este será definitivo, pelo que há sempre a possibilidade de ser modificado e atualizado (Bassanezi, 2002). Aliás, o autor considera mesmo que um bom modelo deve propiciar a evolução para outros modelos. Esta é uma etapa muito importante no processo de modelação, pois “os factos conduzem constantemente a novas situações” (p.31) e “qualquer teoria é passível de modificações” (p.31). A existência de sucessivas observações leva a que se atinjam novos factos consideráveis que originem um novo questionamento, até mesmo a evolução da matemática pode permitir a utilização de novas ferramentas que traduzem a realidade.

Refira-se que, embora com diferente terminologia e fazendo a divisão por etapas distintas, as fases e procedimentos utilizados no processo de modelação matemática não variam muito de autor para autor, no entanto há autores que dão mais importância a certos aspetos que outros.

5. Implementação de tarefas de modelação matemática em contexto de sala de aula

As tarefas de modelação matemática devem possuir determinados requisitos, uma vez que se destacam das restantes tarefas matemáticas pelas suas especificidades. Anteriormente referimos que um dos propósitos da matemática se centrava na resolução de problemas e que a modelação matemática estava totalmente relacionada com este facto. Como enfatiza Carreira (2010), recomenda-se o recurso à resolução de problemas no ensino na aprendizagem da matemática, tanto mais que os resultados dos alunos portugueses nesse campo são fracos quando comparados com outros países. De acordo com Ribeiro (2010), os alunos sentiam dificuldade em extrapolar as situações, reais ou não, com que se deparavam, para uma forma através da qual as pudessem manipular, não sendo capazes de as modelar.

O relatório do *Programme of international Student Assessment* (PISA) de 2015 (Marôco, Gonçalves, Lourenço e Mendes, 2016a) denomina por literacia matemática a capacidade que um individuo tem de formular, aplicar e interpretar a matemática em contextos distintos. Os resultados mostram uma evolução dos resultados a este nível, relativamente aos dados de anos anteriores. Portugal ocupa a 22.^a posição a nível matemático, sendo que os seus resultados são ligeiramente superiores à média da *Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico* (OCDE). Apesar de ter ocorrido uma evolução, é importante salientar que ocorreu uma evolução mais significativa em relação às ciências e à leitura.

De acordo com *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS), de 2015 (Marôco, Gonçalves, Lourenço e Mendes, 2016b) que avalia a literacia matemática de alunos do 4.º ano do Ensino Básico, Portugal encontra-se entre os países com pontuação média consideravelmente superior à média, tendo sofrido também uma evolução relativamente aos resultados de 2011. Se os compararmos com os resultados obtidos em 1995, o aumento é ainda maior, sendo que Portugal foi aquele que mais evoluiu.

Apesar de os resultados serem positivos existem dois movimentos que convergem no sentido de implementar mais assiduamente, no currículo de matemática em Portugal, a resolução de problemas. Um advém da investigação em educação matemática e outro diz respeito a movimentos de reforma curricular, que encaram a resolução de problemas como o tema central para trabalhar conceitos matemáticos em contexto de sala de aula.

A resolução de problemas nas escolas portuguesas não ocupa um papel central no ensino, já que os professores optam por lhe dedicar apenas alguns momentos específicos, em vez de ser algo sistemático que se encontre integrado na rotina diária. Desta forma, os alunos não encaram

a resolução de problemas e a modelação como algo relacionado com a sociedade, conforme enuncia Ribeiro (2010).

A modelação matemática prevê que se resolvam problemas reais com o auxílio de ferramentas matemáticas. Neste sentido, Vertuan (2010) afirma que se considera uma tarefa como de modelação matemática sempre que o ponto de partida é uma situação real, preferencialmente fazendo parte do quotidiano do aluno. Mendes (2017) acrescenta que não só para uma tarefa de modelação matemática, mas para qualquer tarefa matemática, o ponto de partida é determinante, devendo resultar em atividades desafiadoras e promotoras de raciocínio. Tendo origem numa situação real segue-se o processo de investigação matemática até se atingir o modelo matemático representativo da realidade estudada. Ribeiro (2010) defende que, para que a tarefa possua verdadeiro sentido e significado para o aluno, deve começar em realidades por si vivenciadas e trazidas para a sala de aula em forma de problema, para que consigam modelar e matematizar, fomentando a ideia de que a matemática está presente em todas as situações do nosso quotidiano.

Para a obtenção de melhores resultados, Carreira (2010) refere que a resolução de problemas terá que deixar de ser apenas uma atividade esporádica, mas sim incorporar toda a atividade matemática, que vários autores referenciam, correspondendo a uma mistura da “tarefa, pessoa, compreensão matemática, compreensão não matemática, aprendizagens novas, utilização de aprendizagens prévias” (p.15). No fundo, recorrer à resolução de problemas para estabelecer diferentes conexões que pressupõe, de acordo com a autora, por um lado, a criação de um modelo real que analise, manipule e compreenda a situação e, por outro, um modelo matemático que a represente por meio de conceitos e notações matemáticas, seguindo a lógica da modelação matemática.

Em modelação matemática as situações matemáticas relacionam-se com as situações reais. Ponte (1992) define situações matemáticas como aquelas que são bem definidas e podem ser tratadas de forma rigorosa e formal. Pelo contrário, as situações da vida real são imprecisas, mal definidas e interligadas com outras. Daí se compreender que um mesmo indivíduo possa ter competências a nível matemático, mas não na resolução de problemas da vida real. A maior dificuldade, para os alunos, corresponde à transposição do mundo real para a matemática pois, na maioria dos casos, quando os alunos são confrontados com uma tarefa de modelação não possuem qualquer ideia que conceito matemático utilizar para a sua resolução. Nesta fase do processo os alunos deverão contar com o apoio do professor e dos colegas, sendo recomendável

que as diferentes situações sejam discutidas relativamente à forma como pensaram e interpretaram a situação apresentada.

Existem conceitos distintos relacionadas com a forma como a modelação matemática é vista no ensino e na aprendizagem da matemática. Conforme refere Carreira (2017), uma atividade de modelação matemática implica que o aluno possua uma “base prévia de conhecimentos matemáticos” (p.44) imprescindíveis para a elaboração de um modelo matemático. Tem-se vindo a considerar que tal não é totalmente verdadeiro, ou seja, que a criança é capaz, desde cedo, de trabalhar em modelação matemática. Essa conceção constitui um entrave à utilização da modelação nos primeiros ciclos de ensino, nomeadamente, na Educação Pré-Escolar e no 1.º CEB. Para além disso, há a ideia de que constitui uma atividade que demora muito tempo a ser concretizada e que não pode ser, verdadeiramente, chamada de matemática. Considerada como não sendo algo prioritário e que mereça ser rotineiro, mas sim algo que se efetua num momento mais livre da planificação, com o objetivo de motivar os alunos e aliviar o clima da sala de aula. Carreira (2017) contraria esta visão da modelação matemática, argumentando que a investigação tem revelado que as tarefas de modelação matemática são, sem dúvida, importantes para a aprendizagem matemática para qualquer aluno, independentemente do nível de ensino que frequente.

Os problemas resultantes das tarefas de modelação matemática têm a possibilidade de serem generalizados, de acordo com Carreira (2017), podem ser “estendidos, ampliados, ou aprofundados em muitos e diversos sentidos” (p.49). Há ainda a possibilidade de terem o objetivo de iniciar o estudo de um conceito matemático ou, contribuírem, para o seu aprofundamento. De acordo com Biembengut e Hein (2004) pode-se recorrer a diferentes temas reais para abordar os conteúdos matemáticos, mas também se pode optar por um tema único, no entanto, deve ter-se em atenção que seja suficientemente abrangente. As tarefas de modelação matemática podem ser enriquecidas pela utilização de ferramentas digitais, que permitem a pesquisa de informação importante que complementem a, anteriormente, apresentada. Além disso, esses devem ser “francamente estruturados” (Carreira, 2017, p.49), permitindo, assim, abordagens variadas, quer a nível interpretativo quer em relação às diversas representações matemáticas.

As tarefas de modelação matemática devem constituir ambientes onde impere a experimentação, e nas quais, os alunos, realizem atividades práticas e tenham consciência de que estão a trabalhar problemas autênticos, incorporando as vantagens que este tipo de atividades tem para a sua aprendizagem (Carreira, 2017).

Uma vez que uma tarefa de modelação matemática se relaciona com as situações da vida real, tendo como principal objetivo a resolução de problemas, importa, também, perceber e conhecer os diferentes tipos de problemas, tendo em conta as visões de Ponte (1992) e de Barbosa (2004b).

Comecemos por analisar a visão de Ponte (1992), que à semelhança de Barbosa (2004b) destaca três tipos de problemas. Os problemas de tipo 1 retratam situações de informação simples e autossuficientes da vida real, que geralmente possuem uma solução simples ou então um número finito de soluções. Relativamente a estes tipos de problemas, o autor ressalva, ainda, que, os alunos possuem a informação necessária para chegar à solução através de uma resolução matemática. Este tipo de problemas pode ser implementado quando o aluno possui os conhecimentos necessários para os resolver, ou seja, não procede a nenhuma investigação adicional.

Os problemas de tipo 2, segundo o mesmo autor, já têm um carácter investigativo mais vincado. Espelha uma situação da vida real que pode ser abordada segundo distintos caminhos, o que leva a que não seja resolvido numa única aula. Estas situações podem, e devem, ser investigadas usando várias técnicas, como gráficos, tabelas, equações, etc. Este tipo de problema, geralmente é orientado pelo professor, embora os alunos também tenham uma palavra a dizer na escolha do caminho a seguir. O objetivo dos problemas deste tipo, não é tanto aprender um conteúdo matemático específico, mas ajudar os alunos e o professor a entenderem a situação real.

Segundo Ponte (1992) os problemas de tipo 3 constituem investigações abertas que decorrem, necessariamente, num período de tempo mais longo que os problemas de tipo 2. Por se tratarem de investigações verdadeiramente extensas, estes problemas possibilitam a vivência de atividades e experiências de igual forma amplas, uma vez que os alunos participam muito mais no processo de descoberta, o que é muito vantajoso a nível pedagógico.

Com isto percebemos que os tipos de problemas considerados por Ponte (1992), variam consoante o papel do professor, a envolvência dos alunos na atividade, os dados disponibilizados aos alunos para a resolução do problema que espelha a situação real, o tempo disponibilizado e, ainda, o local de execução da atividade. Neste sentido, concluímos que o papel do professor é maior nos problemas de tipo 1, do que nos problemas de tipo 3. Pelo contrário, o nível de envolvência dos alunos é menor nos problemas de tipo 1, em relação aos problemas de tipo 2. No que diz respeito à quantidade de informação disponibilizada ao aluno, esta é maior nos problemas de tipo 1, em relação aos problemas de tipo 3. Pelo seu carácter

investigativo, naturalmente que o tempo despendido é, consideravelmente, maior nos problemas de tipo 3, em relação aos problemas de tipo 1. Assim como nos problemas de tipo 1 é possível a sua resolução em sala de aula, o que não acontece nos problemas de tipo 3, uma vez que os alunos têm que fazer a recolha de informação.

Nas suas investigações sobre o tema da modelação matemática, Barbosa (2004b) apresenta exemplos de três casos. As suas especificações relacionam-se com as considerações de Ponte (1992). Passemos então a analisar cada um dos casos apontados por Barbosa (2004b).

No primeiro caso (caso 1) o professor apresenta o problema à turma disponibilizando-lhes dados qualitativos e quantitativos. Desta forma, os alunos procedem, unicamente, a uma investigação, não tendo que fazer a recolha de dados. Como tal, esta é uma tarefa que pode ser desenvolvida em sala de aula, pois é pouco extensa e, por isso, desenvolve-se em poucas aulas. Apercebemo-nos, portanto, que as características apresentadas por Barbosa (2004b), neste caso, correspondem a algumas características apresentadas por Ponte (1992), aquando da apresentação dos problemas de tipo 1, nos quais os alunos possuem a informação necessária para a resolução do problema.

Centremos, agora, a nossa atenção no segundo caso (caso 2), no qual, à semelhança do anterior é apresentado à turma o problema para resolver, no entanto, essa é a única informação de que a turma dispõe. Por não possuírem dados iniciais, os alunos terão, necessariamente, que sair do contexto de sala de aula para fazer essa recolha. O papel do professor é minimizado, pelo que a maioria da responsabilidade da condução da tarefa recai nos alunos. O professor tem o papel de escutar os alunos no desenvolvimento da tarefa, em sala de aula. Neste caso os alunos seleccionam as variáveis importantes e traçam estratégias para a resolução. Como seria de esperar, este tipo de tarefa para além de não ser completada somente em sala de aula, despende mais o tempo que no caso anterior. Uma vez terminada e concluída a tarefa, os alunos partilham essas descobertas com a turma. Em suma, neste caso, apenas é fornecido aos alunos o problema a que terão que dar resposta. Para isso, têm que fazer a recolha dos dados, seleccionar as variáveis e estratégias, o tempo necessário para a atividade é maior do que no caso anterior e o nível de envolvimento do professor é menor. Devido aos passos que os alunos têm que cumprir, o autor considera que os alunos experimentam as fases do processo de modelação matemática.

Por fim, no último caso (caso 3) são contemplados os projetos desenvolvidos a partir de temas que, à partida, nada têm a ver com a matemática. O tema do projeto pode ser escolhido pelos alunos e pelo professor. Neste caso, os alunos têm o papel de, em primeiro lugar, formular o problema, depois fazer a recolha dos dados e finalmente resolvê-la. Perante o tema os alunos

fazem o levantamento das questões, ou seja, determinam aquilo que querem saber acerca do tema. Como não podem tratar todas as questões que os temas lhes sugerem ao mesmo tempo, o grupo terá que selecionar uma questão singular para estudar, ou seja, formular o problema. O autor considera que esta é a fase do processo de modelação que lhes acarreta mais dificuldade.

Uma vez que o tempo despendido no caso 2 é maior que no caso 1, é de esperar que no caso 3 o tempo necessário para a tarefa seja também superior ao caso 2. É importante referir que no último caso, o professor acompanha o trabalho desenvolvido pelos alunos na sala de aula, no entanto, a maioria do trabalho é realizado fora da sala de aula, já que os alunos para além da formulação do problema recolhem os dados, para, posteriormente, os organizarem e analisarem. Em suma, neste caso 3, o papel do professor é menos marcante que nos casos 1 e 2, assim como, a informação fornecida aos alunos é nula ou quase nula. Este facto permite-nos perceber que o nível de autonomia dos alunos, neste caso, é elevado. Os alunos são responsáveis tanto pela escolha do tema, como pela formulação do problema, como pelas recolha e análise dos dados.

Como pudemos constatar pela descrição dos três casos de problemas, constatamos que o nível de envolvimento, de autonomia, e a quantidade de dados fornecidos aos alunos é diferente. Ou seja, o professor é mais ativo nas atividades do caso 1 do que no caso 3 e é fornecida mais informação aos alunos no caso 1 em relação ao caso 3. O que não acontece com o nível de envolvimento e responsabilidade dos alunos no decorrer das atividades, já que os alunos se envolvem e participam mais nas atividades envolvidas no caso 3.

Daqui podemos constatar o nível de flexibilidade que a modelação matemática possui, na medida em que, estando sempre a trabalhar matemática partindo de questões da vida real, podemos alternar o tipo de atividades a desenvolver, consoante vários fatores como o tempo a despendar na atividade, o tipo de grupo, os conteúdos a tratar, etc. (Barbosa, 2004).

Existem várias formas de conceber tarefas de modelação matemática, podemos optar por uma atividade mais ou menos complexa, sem sairmos da área do tratamento da realidade à luz das técnicas matemáticas, ou seja, sem sairmos do âmbito da modelação matemática. Neste sentido, Fox (2006) considera que as atividades de modelação matemática se destacam das atividades do ensino tradicional porque incentivam os alunos a desenvolver e explorar situações matemáticas significativas e reais. Considera que a nossa sociedade está em evolução, nesse sentido, os alunos precisam de desenvolver atividades que lhes permitam enfrentar e solucionar, de forma mais flexível e criativa, os problemas que surjam. Constituem tarefas reveladoras, que levam o aluno a desenvolver a capacidade de interpretar matematicamente diversas situações.

Para isso, recorrem a habilidades como pensar, justificar, rever e prever. O ensino tradicional da matemática busca a transmissão de técnicas utilizadas em situações artificiais denominadas por problemas, favorecendo apenas a memorização de procedimentos por parte dos alunos. Caracterizam-se por serem tediosos, desinteressantes, obsoletos e não possuem relação direta com o mundo. Tal, potencia o desinteresse, a falta de rendimento e a aversão aos conteúdos (Orey & Rosa, 2009).

De acordo com Fox (2006), as atividades de modelação matemática devem ser pensadas para serem desenvolvidas em grupos de pequena dimensão. Deste modo, a troca de conceitos, explicações, justificações e representações matemáticas é facilitada. Desta forma, os alunos compartilham conhecimentos e desenvolvem competências comunicativas. Aliado a isso, as atividades de modelação matemática desenvolvidas em pequenos grupos possibilitam a discussão e o debate de ideias. Por isso, realizar a atividade em ambiente colaborativo até ao momento da comunicação de resultados aos colegas, no qual existirá um questionamento crítico e justificativo, facilita o processo de trabalho e a formação geral do indivíduo. Biembengut e Hein (2009) acautelam que no decorrer do trabalho de grupo o tema pode não ser do interesse de todos os elementos do grupo, que poderão sentir-se menos empenhados. Quando tal acontece o trabalho de grupo é comprometido, e não ocorrerá de forma cooperativa e socializável que esta metodologia defende.

Quando uma tarefa de modelação matemática é apresentada aos alunos, estes têm a oportunidade de articular as suas ideias, justificá-las e argumentá-las, desenvolvendo, assim, importantes capacidades de comunicação, possibilitando oportunidades de constante interação em relação a questões matemáticas.

Para que uma tarefa de modelação matemática surta efeitos positivos, e para que o seu funcionamento seja possível, é necessário, segundo Barbosa (2004b), atender ao ambiente de sala de aula. Este ambiente destaca-se dos outros, pelo facto de neste ser necessário obedecer a algumas condições que originam determinadas ações e discussões. Para o autor, o ambiente deve associar-se à problematização e investigação, ou seja, deve possibilitar a criação e formulação de questões e problemas; a procura, seleção, organização e manipulação de informação e, ainda, a sua reflexão. A problematização e a investigação ocorrem de forma articulada na abordagem da atividade proposta, podendo mesmo atingir-se o conhecimento reflexivo (Barbosa, 2004d).

Ainda assim, Skovsmose (2002) considera que as atividades de modelação matemática não se devem isolar das demais atividades, antes pelo contrário, devem ser incorporadas em

atividades da escola, de modo a que os conteúdos lecionados no currículo de matemática tenham um carácter investigativo crescente. A implementação de tarefas de modelação matemática pode ocorrer de forma mais ou menos vincada e de forma mais ou menos elaborada.

Importa perceber se a sua implementação trás benefícios em salas do ensino básico. Bahamei (2011) considera que essa implementação possibilita que os alunos experimentem e explorem situações da vida, atribuindo uma importância crescente na relação que os alunos têm com a matemática e desenvolvendo outro tipo de habilidades. Este autor alia a resolução colaborativa de problemas, ao questionamento, à análise, ao raciocínio e à avaliação, essenciais para a resolução de problemas que são específicos ao conceito de modelação matemática. Considera que os professores devem experimentar atividades de modelação matemática, para assim entenderem melhor as necessidades que os alunos têm no seu desenrolar. A implementação deste tipo de atividades requer em primeiro lugar, a mudança de mentalidade dos próprios professores, de maneira que aceitem que um problema pode ter múltiplas representações, e soluções.

Em sala de aula, o meio mais comum de aplicação da modelação matemática, os “problemas de palavras” (p.4), denominação dada por Bahamaei (2011) que teve por influência Verschaffel e outros (1997). Segundo Bahamaei (2011), este tipo de problemas constitui uma descrição básica de situações problemáticas apresentadas em contexto escolar. Nestes problemas são levantadas uma ou mais questões, das quais se obtêm respostas pela aplicação de operações matemáticas. São utilizados pelos professores para testar habilidades de pensamento de ordem superior e, geralmente, são considerados como as atividades mais difíceis por parte dos alunos.

No entanto, Bahamaei (2011) considera que esta metodologia, evita que os alunos considerem a realidade, impossibilitando a realização efetiva da modelação matemática. Tal situação deve-se ao facto da utilização dos problemas, contidos nos manuais escolares, que são de natureza estereotipada, para além de outros fatores relacionados com a cultura instaurada em sala de aula aquando da realização de problemas matemáticos. Para além disto, a mentalidade de alguns professores, relativamente à educação matemática, impossibilita a maior utilização da modelação matemática em sala de aula.

Embora a maioria dos professores considere os “problemas de palavras” (Bahamaei, 2011, p.4) como meros exercícios, onde se utilizam as quatro operações básicas e que têm o seu lugar próprio no seio do ensino da matemática. Os pesquisadores conseguem relacioná-los com a resolução de problemas e com a sua aplicação, ou seja, consideram possível utilizá-los em atividades de modelação matemática. Estes problemas de palavras, de que referem os autores acima citados são maioritariamente utilizados no 1.º CEB (Bahamaei, 2011).

A modelação matemática pode e deve ser introduzida no processo de ensino e de aprendizagem, no entanto, as tarefas de modelação matemática, tendo em conta as ideias defendidas por Bassanezi (2002) não deve ser utilizada como uma “panaceia descritiva” (p.25). Ou seja, não deve ser vista como a resolução de todas as situações, uma vez que muitas vezes a introdução exagerada de simbolismo matemático pode dificultar, a resolução de problemas. Neste sentido, “o conteúdo e a linguagem matemática utilizados devem ser equilibrados e circunscritos tanto ao tipo de problema como ao objetivo que se propõe alcançar” (Bassanezi, 2002, p. 25). Este equilíbrio deve existir para assegurar, através da atividade, o desenvolvimento e a compreensão da situação que estamos a analisar. Não faria muito sentido considerar uma situação problema da nossa realidade, à qual queremos dar resposta, e utilizarmos ferramentas matemáticas complexas que em vez de nos solucionarem o problema, ainda o aumentam.

É certo que numa fase avançada, os alunos realizam atividades de verdadeira investigação, nas quais terão que ser capazes de construir um modelo matemático, o que nem sempre é fácil. Atendendo a isso, Ponte (1992) considera que esse tipo de atividades, apesar de ter um grau de dificuldade elevado deve ser utilizado em contexto escolar, uma vez que é importante para várias profissões e auxilia na criação de uma “cidadania informada e consciente” (p.101). Pelo que é muito importante que os alunos consigam “compreender e usar modelos já construídos ou semiconstruídos” (p.101), “construir modelos” (p.101), “explorar as implicações de modelos dados, ou por si construídos” (p.101), e ainda “avaliar modelos dados, ou por si construídos, refletir sobre sua utilização” (p.102).

6. A modelação matemática na Educação Pré-Escolar

Nesta secção analisaremos os documentos oficiais orientadores da Educação Pré-Escolar, face à sua posição relativamente à modelação matemática, analisando se a sua utilização é vantajosa, para a aprendizagem das crianças que frequentam os jardins de infância.

A Educação Pré-Escolar precede os níveis de ensino obrigatório, que se iniciam no 1.º CEB, por volta dos seis anos de idade da criança, destina-se a crianças com idades compreendidas entre os três anos e os cinco anos de idade e decorre num período de três anos.

Embora não seja de frequência obrigatória, na Educação Pré-Escolar as crianças adquirem determinadas rotinas, importantes aprendizagens, pelo que foram elaboradas as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (Silva, Marques, Lata& Rosa, 2016). Este documento foi elaborado tendo por base os objetivos globais pedagógicos referidos pelo Decreto-Lei n.º 5/97, de 10 de fevereiro, conforme a indicação do documento, e visa “apoiar a construção e gestão do currículo no jardim de infância” (Silva et al., 2016, p. 4). Por não ser obrigatório, o educador é responsável pela construção do currículo a realizar na sua sala de trabalho, este documento apenas orienta a sua elaboração.

A educação pré-escolar encontra-se dividida em três áreas de conteúdo distintas: *a área do conhecimento do mundo*, *a área da expressão e comunicação* e por fim *a área da formação pessoal e social*, de acordo com Silva e outros (2016).

A *área de formação pessoal e social* é transversal a todo o trabalho desenvolvido na educação pré-escolar e tem como base, os valores, as atitudes que dão às crianças as devidas capacidades para prosseguirem a sua aprendizagem de forma autónoma, consciente e solidária.

A *área da expressão e comunicação*, engloba várias formas de linguagem, importantes para a criança conseguir comunicar, interagir com os outros, entender e representar o mundo que a rodeia. Como tal, é composta por vários domínios representativos de um tipo de conteúdo: o domínio da educação motora, o domínio da educação artística, o domínio da linguagem oral e abordagem à escrita, e por fim, o domínio da matemática que mais a frente iremos pormenorizar. Como se trata de uma área transversal, espera-se que exista uma interligação dos vários domínios que a compõem. Esta ideia é o cerne do nosso trabalho, visto que atendendo às orientações curriculares para a Educação Pré-Escolar elaboradas por Silva e outros (2016), o domínio da matemática será articulado com outros. Neste sentido, em Educação Pré-Escolar não é suposto trabalhar questões matemáticas de forma isolada, mas sim, em articulação com outros conteúdos, o que vai ao encontro das características da modelação matemática.

Por último, a *área do conhecimento do mundo*, trata-se de uma área onde as crianças integram diferentes saberes. Através do trabalho desenvolvido espera-se que a criança adote uma postura de maior questionamento para, de forma organizada, recolher informações que lhe permitam compreender melhor o mundo que as rodeia, a nível físico, tecnológico, e social.

Silva e outros (2016) consideram que na gestão do currículo deve-se ter em conta tanto o conhecimento as próprias crianças, como o conhecimento do meio no qual estão inseridas. Para a obtenção deste conhecimento, cabe aos educadores fazer a recolha de informação junto das crianças, dos seus encarregados de educação, bem como das observações feitas no próprio dia a dia do jardim de infância. Esta recolha de informação permite que o educador adeque o seu planeamento ao grupo e à sua evolução.

De seguida, analisaremos as orientações curriculares, principalmente no domínio da matemática, a fim de constatar se, na realidade, é importante fazer a abordagem a conteúdos matemáticos tendo por base situações do dia a dia da criança. Nesta área de conteúdo espera-se que exista uma articulação dos vários domínios que a compõem, para que nenhum assunto seja trabalhado de forma isolada.

Silva e outros (2016) referem que as diferentes áreas de conteúdo são de carácter indissociável, já que são abordadas de forma integrada e globalizante. Os autores consideram que a melhor forma de a criança atingir o conhecimento do mundo é deixá-la brincar e explorar aquilo que a rodeia, de modo a gerar diferentes aprendizagens, segundo as suas áreas de interesse. Naturalmente que não envolvem uma só área de conteúdo, mas sim várias, promovendo a articulação do saber, a que se deve aliar a participação da criança no desenrolar do processo, para que aquilo que se está a trabalhar faça sentido para ela.

Relativamente ao domínio da matemática, inserido na área de conteúdo da expressão e comunicação importa perceber a importância que a matemática tem nos primeiros anos de vida da criança. Segundo Silva e outros (2016) as crianças adquirem noções matemáticas de forma muito precoce, pelo que é importante, que na Educação Pré-Escolar se dê continuidade a tal facto, e mais importante, apoiá-la no seu desejo de aprender, aproveitando os seus interesses. Tal facto é importante uma vez que, segundo os autores, os conhecimentos matemáticos que as crianças adquirem nos seus primeiros anos de vida vão influenciar de forma positiva os conhecimentos e aprendizagens posteriores. É nestas idades que a educação matemática tem mais impacto, neste sentido, é importante que o educador analise o processo de desenvolvimento e aprendizagem da criança, de modo a que consiga perceber quais as noções que esta é capaz de adquirir. Só assim o educador pode propor atividades, de carácter cada vez mais complexo, que tenham por objetivo estimular e contextualizar tais aprendizagens. É importante que o educador esteja consciente que as conceções das crianças relativamente a diferentes situações, são distintas das dos adultos, e que, mais importante ainda, são a base do seu conhecimento ao longo da sua vida.

Silva e outros (2016) referem ainda que nesta etapa, a aprendizagem das crianças, deve centrar-se nos interesses e em experiências do seu dia a dia. Estes conhecimentos são adquiridos através das brincadeiras da criança e da exploração do mundo a sua volta. Para além disso, devem ser apresentadas às crianças experiências ricas em conceitos matemáticos, com carácter diversificado e desafiante, ou seja, experiências que permitam que a criança reflita e raciocine para conseguir encontrar soluções para situações problemáticas, abrindo espaço para o debate, e construindo noções matemáticas importantes.

Ao construir o seu próprio conhecimento, as crianças, serão capazes de o aplicar em “experiências informais, abstraindo e usando as ideias matemáticas para criarem representações de situações que tenham significado para elas e que surgem muitas vezes associadas a outras áreas de conteúdo” (p.74). Esta situação está de acordo com pressupostos defendidos pela modelação matemática isto é, que a matemática não deve ser trabalhada de forma isolada, mas sim conectada a outras áreas de conteúdo. Segundo Silva e outros (2016) deve ser realizada de forma “sistemática, continuada e coerente” (p.77) de maneira a que os novos conhecimentos sejam apreendidos a partir das ideias e descobertas da criança.

Perante isto, conforme referem Silva e outros (2016) é importante que o educador esteja ciente dessas questões, ou seja, dos “aspetos ligados a atitudes e disposições de aprendizagem” (p.77), como por exemplo a curiosidade, a imaginação, a autorregulação, a persistência. Mas também, tome consciência do que os autores acima referidos denominaram como “processos gerais” (p.77), onde incluíram conceitos como a seriação, a classificação, o raciocínio e a resolução de problemas. Relativamente aos processos gerais, os autores consideram-nos transversais a todas as questões matemáticas.

As crianças vão adquirindo competências ao nível da seriação, classificação, de forma progressiva, ou seja, inicialmente serão capazes de organizar objetos ou acontecimentos tendo em conta um dado atributo. Com o passar do tempo, a criança irá conseguir realizar a mesma tarefa, mas considerando mais do que um atributo, até que consiga realizar relações entre os objetos. De uma maneira geral, as crianças adquirem competências cada vez mais complexas à medida que as vão experimentando e trabalhando. O mesmo acontece com o desenvolvimento do raciocínio, pois, é importante que a criança raciocine perante situações concretas, neste sentido, deve-se recorrer a objetos que possibilitam a concretização de uma dada situação, facilitando, assim, a exploração e reflexão por parte da criança. Mais uma vez, constatamos a importância que tem o trabalho relativo à matemática, utilizando situações concretas.

Quando as crianças estão a raciocinar, segundo os autores, o educador deve encorajar a criança a comunicar e partilhar com o resto do grupo o seu processo de pensamento, ou seja, explicar e justificar o porquê de ter chegado a determinada solução, ou seja, partilhar o seu raciocínio, o que constitui uma vantagem no desenvolvimento do seu pensamento matemático. Esta comunicação irá ajudar a criança a “organizar e sistematizar o seu pensamento e a desenvolver formas mais elaboradas de pensamento” (p. 78) de maneira a que seja possível evoluir o seu próprio pensamento para um patamar mais elaborado.

Outra competência que é trabalhada com as crianças da Educação Pré-Escolar é a resolução de situações problemáticas, pois, para Silva e outros (2016) “resolver e inventar problemas são duas formas facilitadoras do processo de apropriação e de integração das aprendizagens matemáticas” (p.78). Para que as crianças entendam a situação problemática, é importante que esta não lhes seja apresentada apenas de forma oral, mas sim, acompanhada por desenhos, objetos, etc. Para além disso, é importante que o educador considere a sua estrutura, pois é importante que se tenha em conta a situação apresentada, o que é desconhecido e, ainda, o que se pretende determinar. É neste ponto que a modelação matemática traz vantagens, já que segundo os autores, a resolução dos problemas é facilitada pelo carácter de conhecimento e de distância da criança em relação ao problema, do significado que este tem para a criança. Portanto, uma criança irá resolver mais facilmente uma situação problema que espelhe uma situação por ela vivida ou simplesmente que seja do seu conhecimento, por exemplo, na sequência do desenvolvimento de um projeto que chama a si situações extra matemática.

Uma das tarefas mais importantes do dia a dia de uma criança da Educação Pré-Escolar é brincar e realizar de jogos. Silva e outros (2016) consideram muito importante que a criança brinque, pois conseguirá também evoluir ao nível da matemática. Em nosso ver, esta questão está também relacionada com a modelação matemática, ou seja, o trabalhar de questões matemáticas recorrendo a situações do dia a dia da criança. Neste sentido, Silva e outros (2016) afirmam que é importante que se explorem situações que “emergem da atividade da criança” (p.78), logo, situações comuns ao seu dia a dia. Cabe ao educador ter em conta essas situações, direcionar a atenção da criança para as questões matemáticas que aí se envolvem, e ainda, incentivá-las a resolver pequenos problemas matemáticos.

No decorrer deste processo, é importante que a todo o momento o educador incentive a criança a verbalizar o seu pensamento, fazendo-lhe um questionamento eficaz, motivando-a a realizar os registos por meio de desenhos, esquemas, etc. e ainda estimulando a realização de um resumo no final da tarefa proposta. No decorrer de toda a atividade é importante que a

criança se sinta confiante e capaz de realizar a tarefa matemática de maneira a que, naturalmente, não crie um sentimento de aversão à matemática. Silva e outros (2016) consideram que “o envolvimento das crianças em situações matemáticas contribui não só para a sua aprendizagem, como também para desenvolver o seu interesse e curiosidade pela matemática” (p.79).

É importante agora que percebamos quais as competências que se espera que as crianças da Educação Pré-Escolar adquiram. Segundo Silva e outros (2016) dividem-se em quatro áreas essenciais: *números e operações, organização e tratamento de dados, geometria e medida e, ainda, interesse e curiosidade pela matemática*. Relativamente à primeira área, *números e operações*, espera-se que as crianças se apropriem do sentido de número, isto é, apesar terem a noção da quantidade e de que se adicionarmos um elemento essa quantidade aumenta, muitas vezes não conseguem atribuir a essa quantidade um algarismo. Espera-se que, nesta área, os alunos adquiram essa competência, de forma progressiva. A apropriação do sentido de número, é feita, inicialmente, através da concretização com objetos. Mais tarde, espera-se que a criança consiga atingir o patamar da abstração. Ainda assim, realçamos a importância do concreto numa fase inicial. Ainda ao nível da área dos números e operações, Silva e outros (2016) destacam o facto de as crianças adquirirem capacidades operativas, isto é, a capacidade de resolver operações matemáticas, perante situações do seu quotidiano. Mais uma vez esta questão é realçada pelos autores das orientações curriculares, que afirmam que, ainda de uma forma simples deve existir a concretização das situações numéricas, até que progressivamente a criança seja capaz de resolver a situação problemática de forma mental. Para que se possa evoluir a este nível, é importante que se utilizem materiais diversos como dados, dominós, barras de cuisinaire, etc.

O educador é orientado para que incute um conjunto de aprendizagens matemáticas, entre as quais: “Resolver problemas do quotidiano que envolvam pequenas quantidades, com recurso à adição e subtração” (Silva et al., p. 80). Os autores apontam para uma quantidade de atitudes que os educadores devem adotar para atingir tais competências, como por exemplo “Utiliza as situações do dia a dia para proporcionar oportunidades de contagem” (p.77), como por exemplo, o número de crianças presentes na sala, o número de crianças que faltam, o número total de alunos da sala, o número de meninas da sala, o número de meninos da sala, etc. Para além disso, é importante que o educador desperte a curiosidade para utilização e representação de numerais na sala de aula, como por exemplo, calendários, mapa das presenças e, ainda, no meio exterior

da escola, como por exemplo, o número das portas, os preços nos supermercados, os números de telefone, etc. Tudo isto possibilita à criança ter contacto com os números em contexto real.

Segue-se a análise da segunda área considerada por Silva e outros (2016), a área da *organização e tratamento de dados*, que é considerada “área muito importante da matemática” (p. 81) pois possibilita muitas formas de “desenvolvimento numérico” (p.81). Mais uma vez, os autores fazem referência a situações próximas dos alunos, já que nesta área é possível a recolha e organização de dados por meio de tabelas e gráficos. Tais dados podem ser representativos do quotidiano das crianças. Neste contexto, a resolução dos problemas vai depender do contexto sobre o qual os dados foram recolhidos pelo que, essa resolução, também depende da “compreensão e quantificação” (p.81) da variabilidade dos dados, o que nos faz considerar esta área como uma das mais fáceis para aliar a matemática a outras áreas da realidade, neste contexto.

Para além disso, os autores afirmam que o processo de recolha, organização e tratamento de dados “decorre da curiosidade, e dá resposta a questões que fazem sentido para a criança” (p. 81). Apercebemo-nos da utilidade que a matemática tem em sala de aula, já que através dela se podem chegar a várias conclusões em relação ao quotidiano da turma.

7. A modelação matemática no 1.º CEB

Devido ao facto do nosso trabalho se focar também no 1.º CEB, realizaremos uma análise do documento oficial, regulador do ensino de matemática neste nível de ensino.

Frequentam o 1.º CEB, as crianças saídas da Educação Pré-Escolar, e como tal, com idades compreendidas entre os seis anos e os dez anos de idade. O 1.º CEB tem a duração de quatro anos e depois o aluno transita para o 2.º CEB.

O currículo do 1º CEB centra-se em três áreas curriculares essenciais: a matemática, o português e o estudo do meio. Para cada uma dessas áreas curriculares existem diretrizes que regem o seu bom funcionamento, ou seja, fornecem aos docentes a indicação dos conteúdos que o aluno deve aprender ao frequentar aquela área.

No caso da matemática, o documento que rege o seu funcionamento denomina-se Programa e Metas Curriculares Matemática (Bivar, Grosso, Oliveira e Timóteo, 2013). Foi homologado em 17 de junho de 2013, tendo por base a revisão curricular legitimada pelo Decreto-lei n.º 139/2012, esclarecendo, claramente, qual o conjunto de conhecimentos e de competências fundamentais que os alunos devem possuir e maturar.

Relativamente ao ensino dos conteúdos matemáticos, Bivar e outros (2013) consideram, e defendem, que o ensino desta área curricular deve ser sequencial, ou seja, para que os alunos entendam situações problemáticas com grau de dificuldade superior é fundamental que compreendam em primeiro lugar, outros com grau de dificuldade inferior. Assim, promove-se uma aprendizagem progressiva, ou seja, a obtenção de uma competência é realizada etapa a etapa, respeitando a estrutura curricular da disciplina que no caso é cumulativa (Bivar et al, 2013).

Outro aspeto que os autores ressaltam como elemento importante no ensino da matemática no 1.º CEB é a abstração. Pretende-se que realizem o seu caminho nesta área tendo em vista a abstração, uma vez que esta permite “agregar e unificar objetos, conceitos e linhas de raciocínio, e adaptar métodos e resultados conhecidos a novos contextos” (p. 1). Ou seja, pretende-se que um aluno adquira um determinado conhecimento e que consiga daí retirar competências suficientes, que lhe permitam resolver outras situações representativas de outros contextos. Ou seja, espera-se que os alunos adquiram competências de abstração, e que percebam adquirindo posse de um conjunto de competências que os auxiliam a solucionar diversas situações diferenciadas. Mas, os alunos não alcançam níveis de abstração consideráveis de forma automática, ou seja, segundo Bivar e outros (2013) o ensino da matemática deve ter como ponto de partida o concreto, e só mais tarde, de forma progressiva, se parte para o abstrato. Nesta passagem deve-se respeitar o tempo de cada aluno, sem forçar a sua aprendizagem, para, assim, o aluno não criar aversão a esta ciência e a utilize da forma o mais rigorosa possível.

O facto de recorrermos ao ensino concreto, permite que os alunos desenvolvam o gosto pela matemática e a compreendam melhor, ou seja, realizando-a com maior rigor, conforme a modelação matemática defende. Para além disso, a utilização de situações reais ajuda os alunos a entender os conceitos, de forma progressiva.

Para que estas premissas sejam cumpridas, foram homologadas em 2013 as Metas Curriculares de Matemática. Este documento é constituído pelos objetivos gerais, especificados por descritores, que referem desempenhos precisos e avaliáveis. A indicação contida no documento tem carácter obrigatório, pois, todos os professores de todas as escolas do país têm a obrigação de o cumprir, potenciando a homogeneização do ensino da matemática.

O Despacho n.º 6994-A-2018 de 19 de julho reconheceu a extensão dos referidos documentos. Este problema foi levantado pelos diversos intervenientes educativos, nomeadamente, os alunos, professores e encarregados de educação. Devido à sua extensão não

permitia a consolidação de aprendizagens, o desenvolvimento de competências mais complexas, e ainda, a inclusão de alunos com mais dificuldade. Para além disso, não previam a articulação. Deste modo, ocorreu uma reorganização curricular em convergência com o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO), da qual foram idealizadas as AE', promotoras de uma flexibilização e gestão curriculares, quer pela escola, quer pelos professores.

As AE's, homologadas pelo Despacho n.º 69944-A-2018 de 19 de julho, dizem respeito aos conhecimentos disciplinares a adquirir, indispensáveis, articulados concetualmente, relevantes e significativos. Para além disso, fazem parte do documento as capacidades e atitudes que é obrigatório que cada aluno desenvolva. Apresentam ainda o racional específico da disciplina, bem como ações estratégicas promotoras do cumprimento das áreas de competências expressas no Perfil do Aluno.

De acordo com as AE's, o ensino da matemática deve reger-se pelas seguintes finalidades principais: *Promover a aquisição e desenvolvimento de conhecimento e experiência em Matemática e a capacidade da sua aplicação em contextos matemáticos e não matemáticos.* Pretende-se que os alunos compreendam uma série de competências matemáticas, que sejam capazes de recorrer a elas para analisar diversos contextos, sejam capazes de generalizar e se abstrair, elaborem raciocínios e formulem problemas relacionados com diferentes áreas matemáticas, bem como problemas de modelação matemática. Para além disso, devem utilizar corretamente a linguagem matemática para que se expressem devidamente (AE's, 2018).

A segunda finalidade da matemática é: *Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de reconhecer e valorizar o papel cultural e social desta ciência.* Com esta finalidade espera-se que os alunos desenvolvam o gosto e em consequência, o interesse pela matemática, o que determinará a confiança nos seus conhecimentos e capacidades, bem como a persistência, autonomia e à vontade a lidar com a matemática quer em contexto escolar, quer na sua vivência. Acima de tudo valorizar o papel que a matemática tem no desenvolvimento de outras ciências e outros domínios da atividade humana, pois trata-se de um elemento do património cultural da humanidade (AE's, 2018).

As AE's encontram-se articuladas com o PASEO que se trata de um documento homologado pelo Despacho n.º 6478/2017 de 26 de julho, constituído por um conjunto de princípios, visão, valores e áreas de competências, que constituem uma referência no sistema educativo e no trabalho das escolas, promotor da convergência e articulação nas decisões inerentes ao desenvolvimento curricular. Trata-se de um documento de referência para a organização de todo o sistema educativo e tem como finalidade a organização e gestão

curriculares e, ainda, a definição de “metodologias e procedimentos pedagógico-didáticos a utilizar na prática letiva” (Martins *et al*, 2017, p. 8).

Os princípios orientadores e justificativos que constituem o PASEO, de acordo com Martins e outros (2017), são: A- Base Humanística, B- Saber, C-Aprendizagem, D-Inclusão, E-Coerência e Flexibilidade, F- Adaptação e Ousadia, G- Sustentabilidade e G- Estabilidade.

Destacamos os princípios A (Base Humanística), E (Coerência e Flexibilidade), F (Adaptação e ousadia), como aqueles que a modelação matemática permite desenvolver mais evidentemente, já que, em modelação matemática consideram-se aspetos relacionados com aspetos relacionados com cada um, tem que existir a flexibilidade para conseguir articular a matemática com outras áreas do currículo e, necessariamente, terá que existir uma adaptação da situação real e dos conteúdos a lecionar.

O documento possui um conjunto de áreas de competências que os alunos deverão atingir, pelo que destacaremos aquelas que poderão vir a ser desenvolvidas com o recurso à modelação matemática. Destacamos a *Informação e comunicação*, pois no início do processo de modelação, ao recolherem informação sobre a situação real que dá início ao processo, os alunos desenvolvem competências relacionadas com a análise e divulgação de situações que conhecem e experienciam. Martins e outros (2017) referem mesmo que os alunos realizam pesquisas sobre questões do seu interesse e utilizam essas informações, que serão devidamente tratadas e posteriormente apresentadas aos seus pares, o que também se verifica no decorrer do processo de modelação matemática.

A competência do *Raciocínio e resolução de problemas*, também se relaciona com a modelação matemática, pois de acordo com Martins e outros (2017) os alunos devem ser capazes de realizar a interpretação da informação, conduzir e planejar pesquisas, gerir projetos, tomar decisões, bem como desenvolver processos que permitam a construção de novos conhecimentos. Os autores referem que relativamente a esta área de competência, os alunos após realizarem pesquisas, criam “modelos e produtos para representar situações hipotéticas ou da vida real” (p.23). Para além disso, espera-se que verifiquem se os modelos são válidos, ou não e que recorram a eles para explicar determinadas situações. Como vemos, tais competências correspondem à modelação matemática.

O *pensamento crítico e pensamento criativo*, também potenciados pela modelação matemática, constitui uma área de competência do PASEO, onde se requer que o aluno observe, identifique, analise e dê sentido à informação e às experiências e ideias, correspondentes às suas vivências. Os autores referem que assim, vão construindo argumentos que fundamentem

as decisões tomadas. Para além disso, “concretizam cenários de aplicação das suas ideias e testam e decidem sobre a sua exequibilidade” (Martins et al., 2017, p.24)

O processo de modelação matemática ocorre preferencialmente em grupo, pelo que a área do *Relacionamento interpessoal* é desenvolvida na medida em que pressupõe o trabalho em equipa, a adequação a contextos de cooperação, partilha, colaboração e competição, promovendo o desenvolvimento de competências como o espírito crítico.

Por fim destaca-se a área do *Saber científico, técnico e tecnológico*, que dizem respeito à compreensão de fenómenos científicos, técnicos e de aplicação, dando resposta às necessidades humanas, tal como a modelação matemática sugere. Para o seu cumprimento colocam questões, procuram informação e aplicam os conhecimentos adquiridos. Para além disso, têm competências relacionadas com o planeamento de etapas de trabalho, assim como na modelação matemática.

Bivar e outros (2013) apresentam as finalidades do ensino da matemática, no 1.º CEB, referindo que esta área curricular permite a *estruturação do pensamento*, a *análise do mundo natural*, e ainda, a *interpretação da sociedade*. Apercebemo-nos da importância que esta transparece em relação ao real, e à sociedade, revelando a relação de que tanto falamos ao longo da nossa exposição relativa à modelação matemática.

Começamos por analisar o porquê de Bivar e outros (2013) considerarem a *estruturação do pensamento* como uma finalidade do ensino da matemática. Todas as competências que a matemática fornece aos alunos, nomeadamente, a apreensão de conceitos; a sua hierarquização; a utilização e o estudo dos referidos conceitos e a utilização da argumentação clara e objetiva que ocorre, permitem o treino na organização do próprio pensamento, o que favorece o desenvolvimento do raciocínio hipotético-dedutivo. Esta competência permite, segundo Bivar e outros (2013), cimentar a capacidade de os alunos realizarem “análises objetivas, coerentes e comunicáveis” (p. 2). Desta forma, o facto de os alunos tomarem contacto com novos conceitos, implica que tenham que os relacionar e hierarquizar, ou seja, determinar quais os mais abrangentes e mais específicos. Permite, ainda, que adquiram a capacidade de analisar objetivamente, com base em factos, situações problemáticas diversas, ser coerente nessas análises, ter a capacidade de comunicar as conclusões, saber argumentar e defender as suas ideias e, ainda, detetar possíveis erros e raciocínios incorretos. Todas estas competências são representativas de um pensamento devidamente estruturado e não se aplicam somente à área da matemática, mas também a outras áreas diversas do mundo real (Bivar *et al.*, 2013).

A segunda finalidade do ensino da matemática apresentada por Bivar e outros (2013) é a *análise do mundo real*. Segundo os autores, a matemática é uma ferramenta importantíssima, indispensável para a compreensão de grandes fenómenos do mundo real, conforme a modelação possibilita. Referem que a modelação possibilita entender e prever a evolução e o comportamento dos sistemas naturais. Estes autores destacam que a matemática possui ferramentas que possibilitam o estudo e a ligação de outras áreas do currículo do ensino básico, nomeadamente, à física, à química, às ciências, à geografia. Em relação ao 1.º CEB, todas as áreas referidas constituem o estudo do meio, portanto, podemos concluir que segundo Bivar e outros (2013) a relação da matemática com a área do estudo do meio é incentivada.

Por fim, Bivar e outros (2013) consideram a *interpretação da sociedade* também como uma finalidade para o ensino da matemática. Fazem referência à utilização da matemática no quotidiano dos alunos, no entanto, referem que essa utilização se cinge somente as operações mais básicas, adições, subtrações, multiplicações e divisões, da proporcionalidade direta, da utilização das grandezas, da medida, etc. É importante realçar a consideração dos autores em para esta relação, já que, afirmam que a matemática é o instrumento de “eleição para a análise e compreensão do funcionamento da sociedade” (Bivar et al., 2013, p. 2). Através da matemática, funciona toda a economia, conseguimos entender a demografia, e é realizado o apuramento dos resultados eleitorais por meio da matemática. Estes são apenas alguns exemplos da aplicabilidade de matemática na nossa sociedade. À semelhança do que havíamos referido, é importante que os alunos tomem consciência desta relação para que assim compreendam e não questionem qual a sua utilidade. Assim, podemos afirmar que a matemática possibilita a criação de uma sociedade “plena, informada e responsável” (Bivar et al., 2013, p. 2), cujos cidadãos sejam possuidores das ferramentas necessárias para serem interventivos, com consciência dos seus atos e do que os rodeiam, e mais importante, uma sociedade que consiga ser cada vez melhor, utilizando as ferramentas que lhe são transmitidas, nomeadamente as matemáticas.

Neste sentido, os supracitados autores, consideram que a matemática é um instrumento importante para analisar o mundo real, para entender e resolver problemas da sociedade, e para estruturar o pensamento dos indivíduos. Sendo assim, consideramos que as finalidades anteriormente apresentadas e esmiuçadas, estão de acordo com o que defendemos, uma vez que, a matemática se relaciona com outras áreas: com a natureza, com a sociedade, com o pensamento de cada um. Para além disso, aconselham que, desde cedo, se cultive nos alunos o

rigor nas definições e no raciocínio matemático, bem como a noção de que os conceitos aprendidos na disciplina têm uma aplicabilidade real.

No caso do 1.º CEB, consideraram-se quatro verbos para a elaboração dos objetivos que o documento estipula. De notar que cada um dos verbos escolhidos pelos autores diferenciam quatro desempenhos diferenciados. Referimo-nos aos seguintes verbos: *identificar/designar*, onde se espera que os alunos sejam capazes, apenas, de utilizar corretamente uma determinada designação, ou reconhecer conceitos e objetos em situações concretas. Segue-se o verbo *estender*, onde se deseja que os alunos, para além de terem que utilizar corretamente a designação, têm que ser capazes de reconhecer uma generalização. O seguinte verbo utilizado, que também representa um novo nível de desempenho, é o verbo *reconhecer*. Para cumprir um objetivo iniciado por este verbo é necessário que o aluno reconheça de forma intuitiva se um enunciado é válido, ou não, tendo em conta exemplos concretos. Para além disso, o aluno, em situações mais simples pode recorrer à argumentação para explicar a dita validade do enunciado. Por fim, os autores apresentam o verbo *saber*, como último nível de desempenho. Para que os alunos atinjam um objetivo deste tipo é necessário que conheça o resultado. Ainda assim, não é necessário que se lhe exija a justificação ou a verificação concreta.

É importante referir que, segundo Bivar e outros (2013), os desempenhos referidos anteriormente devem levar os alunos, partindo do nível mais elementar do ensino básico, a adquirirem novos conhecimentos, a construir e desenvolver, cada vez mais, o raciocínio matemático, a comunicar corretamente a matemática e, ainda, a resolverem situações problemáticas oriundas de diversos contextos para que, assim, encarem a matemática como algo coerente e articulado.

Salienta-se que no 1.º CEB, relativamente à matemática, existem três áreas essenciais: *números e operações, geometria e medida e a organização e tratamento de dados*. (Bivar et al., 2013).

Uma vez analisadas as considerações iniciais acerca das metas curriculares para o 1.º CEB, consideramos vantajoso perceber se nesse documento são consideradas metas específicas relacionadas com a modelação matemática. Numa primeira análise não existem metas específicas que incentivem a utilização da modelação matemática no ensino básico, existem conteúdos cuja relação com a realidade é facilitada, nomeadamente, nos domínios da geometria e medida e no domínio da organização e tratamento de dados.

Em relação ao domínio da *geometria e medida*, pode-se estabelecer a relação da matemática com a realidade, essencialmente, nos subdomínios da localização e orientação no

espaço. De facto, onde os alunos recorrem a situações reais, nomeadamente, para o reconhecimento das relações de objetos do espaço, e de posições de si mesmos em relação a uma fronteira ou a um determinado objeto. No subdomínio das figuras geométricas, podem claramente ser realizadas associações da matemática com a realidade, nomeadamente, quando se espera que os alunos identifiquem partes retilíneas e partes planas de um objeto em posições variadas, ou quando se pretende que identifiquem as variadas figuras geométricas em objetos. Tais objetos podem ser representativos das atividades do quotidiano dos alunos. Outro grande subdomínio da geometria e medida, no qual quase forçosamente, se fazem referências à realidade é o da medida. Neste subdomínio são contemplados os descritores: “medir distâncias e comprimentos” (p.7), “medir áreas” (p.7), “medir tempo” (p.7), “contar dinheiro” (p.7), “medir massa” (p.13), “medir volumes e capacidades” (p.13). Relativamente aos descritores, medir tempo e medir dinheiro, é clara a relação entre a matemática e a realidade, uma vez que se tratam de realidades do nosso quotidiano. Em relação a medir distâncias e comprimentos, pode, e deve, ser feita uma abordagem realista, permitindo aos alunos medir, efetivamente, vários objetos e distintas distâncias, utilizando os tradicionais métodos de medição e outros que possam surgir. O mesmo acontece para o descritor, medir áreas. Apesar de as metas curriculares não apresentarem nenhuma indicação, os alunos podem reconhecer e calcular áreas relativamente ao seu quotidiano e a objetos e espaços reais. Consideramos que este, à semelhança de outros, é, um tema que pode ser explorado e trabalhado à luz da modelação matemática, incluindo tarefas em que o aluno tenha que estudar a área da sua sala de aula, da escola, etc., por exemplo. O mesmo acontece com o descritor, medir massa e medir capacidade.

O domínio da *organização e tratamento de dados*, possibilita a relação da matemática com o quotidiano dos alunos, pois trata-se de um tema, no qual se analisam e tratam dados, recolhidos pelos alunos ou representativos de situações do seu interesse. A este nível, Bivar e outros (2013) referem que os alunos têm que saber tratar convenientemente os dados, calculando médias, frequências absolutas e relativas, operando com conjuntos, etc. Uma vez que se trata de uma estratégia mais motivadora, consideramos vantajoso que os alunos estudassem alguma situação específica do seu interesse. Assim, chegam às suas próprias conclusões relativamente a temas de interesse e aí fazem descobertas, e ao mesmo tempo, atingem os objetivos estipulados por Bivar e outros (2013).

Relativamente ao domínio dos *números e operações*, de acordo com Bivar e outros (2013), não existem referências evidentes a situações da realidade. Cabe ao professor encontrar as suas próprias estratégias de ensino que no início permitam ensinar os alunos através do

concreto. Tais situações podem ser oriundas do quotidiano dos alunos, mais uma vez alegando que estes, por estarem a tratar situações que são do seu interesse se possam sentir mais motivados em aprender.

Existe um grande trabalho a fazer no sentido de tornar a matemática mais real para os alunos. Apesar de um dos objetivos da matemática escolar para Bivar e outros (2013), ser a análise do mundo real e a interpretação da sociedade, quando analisamos os objetivos que constituem as metas apercebemo-nos que não existem objetivos específicos que levem o professor a utilizar a modelação matemática, embora não falem oportunidades para tal. Com a homologação do PASEO e das AE's que levam ao seu cumprimento observamos uma vontade de contextualização matemática na sociedade, já que os documentos defendem que esta deve ser abordada em articulação com outros contextos. Referem também que esta deve ser abordada, de maneira a que os alunos entendam o seu papel na sociedade. Par além disso, uma das finalidades do ensino da matemática incentiva que os alunos formulem problemas onde os conteúdos matemáticos sejam articulados, mas também incentivam que se formulem problemas de modelação matemática.

8. Vantagens e desvantagens da utilização da modelação no ensino da matemática.

Uma vez que analisamos o conceito de modelação matemática e as fases do processo de modelação matemática, importa agora perceber quais as vantagens e desvantagens da sua utilização, quer como método científico, quer como metodologia de ensino e de aprendizagem.

Vantagens da utilização da modelação matemática

Bassanezi (2002) aponta um conjunto de seis argumentos favoráveis à utilização da metodologia, entre os quais: *o formativo, o de competência crítica, o de utilidade, o intrínseco, o de aprendizagem e o de alternativa epistemológica.*

De acordo com o *argumento formativo*, ao recorrermos à modelação matemática contribuímos para desenvolvimento de capacidades importantes nos alunos, nomeadamente a o espírito exploratório, criativo e habilidoso, aquando da resolução de problemas. A este nível, Blum (2015) refere que a modelação matemática auxilia os alunos a entender e a dominar situações do mundo real, ao mesmo tempo que desenvolve competências criativas.

Relativamente ao *argumento da competência crítica*, Bassanezi (2004) afirma que a preparação dos alunos para as vivências da vida real, enquanto cidadãos ativos, com voz própria e capazes de ter espírito crítico, entender e reconhecer situações representativas de conceitos

matemáticos na sociedade, é potenciada com tarefas de modelação. De facto, Fox (2006) defende que a modelação matemática desenvolve a experiência social na medida em que, em primeiro lugar, ocorrem interações entre os alunos que discutem e comunicam as suas ideias, mas também entre os alunos e o professor que tem o papel de facilitar e apoiar o desenvolvimento matemático. Para além disso, estimula a criança a explorar o significado do seu resultado.

A modelação matemática permite também que os alunos entendam verdadeiramente quais as funcionalidades da matemática em si, de modo a que percebam que esta é verdadeiramente útil para resolver problemas e situações reais. Referimo-nos, portanto, ao *argumento da utilidade*, segundo Bassanezi (2002), e que a nosso ver se trata de uma questão muito importante, uma vez que aqui se percebe que a modelação matemática dá sentido à própria matemática. Aliado a isso, Bassanezi (2002), apresenta o *argumento intrínseco*, pois, ao utilizarmos a modelação matemática tomamos conhecimento e entendemos melhor as diferentes facetas que a matemática possui. Ou seja, para além de adquirir, conhecimentos extra-matemática, evolui-se, também, na própria matemática. De acordo com Fox (2006), a modelação matemática envolve o pensamento matemático para além das experiências escolares tradicionais, já que o relaciona com outras vertentes.

A modelação matemática é utilizada tanto como método científico como como método de ensino e de aprendizagem, pelo que é natural que, também a este nível existam vantagens à sua utilização. Neste sentido, Bassanezi (2002) considera o *argumento de aprendizagem*, referindo que os processos aplicativos permitem que o aluno compreenda e valorize a matemática, tendo em conta os seus conceitos e os resultados obtidos, facilitando, segundo Biembengut (2004) a percepção dos conteúdos matemáticos.

Por fim, Bassanezi (2002) apresenta o *argumento de alternativa epistemológica* pois enquadra-se no programa de etnomatemática, já que de acordo com Orey e Rosa (2009), isto é, o conhecimento matemático necessário para as ações do quotidiano em diversos níveis. Acrescenta que não é apenas na sala de aula que os significados matemáticos se tornam permeáveis aos significados reais e socialmente construídos.

Uma das formas de recorrer à modelação matemática corresponde à utilização da etnomatemática, conforme defendem Orey e Rosa (2009), presente no quotidiano de grupos culturais e que podem alavancar a criação de atividades relacionadas com a matemática. O principal objetivo é ampliar e a aprimorar o conhecimento matemático, destes grupos, fortalecendo a identidade cultural enquanto seres capazes e autónomos. A este nível a

modelação matemática possibilita contextualizar a matemática formal aprendida, dando ferramentas para, através dos modelos matemáticos, atuar de forma positiva na sociedade e no mundo. À semelhança de outros, Orey e Rosa (2009) consideram que a matemática se associa à história, à filosofia e à pedagogia da matemática. O programa de etnomatemática não rejeita os conceitos elencados pela matemática formal, pelo contrário, aprimora as concepções associadas à matemática de forma a incorporá-la na ética, respeito, solidariedade e cooperação.

Conforme refere Costa (2009), a motivação constitui uma vantagem da utilização da modelação matemática, já que os alunos são envolvidos no processo de investigação de uma determinada situação de outra área de realidade, que não a matemática pura. Este nível de motivação pode ser incrementado, caso as áreas da realidade utilizadas sejam do interesse dos alunos. Desta forma, os alunos estarão a trabalhar uma área do seu interesse, percebendo que a matemática é uma importante ferramenta como refere também Mendes (2017). Nakayama e Santos (2018) corroboram esta situação e acrescentam que o facto de os alunos estarem motivados implica que empreguem um esforço cognitivo acrescido nas aprendizagens matemáticas, possibilitando uma melhor retenção e fixação dos conhecimentos.

Outra vantagem da utilização desta metodologia, consiste no facto de esta facilitar a aprendizagem uma vez que segundo a visão Vigostskyana “um individuo só se desenvolve plenamente como suporte de outros indivíduos da sua cultura, ocupando uma posição de destaque a troca de experiências entre alunos e, também entre alunos e professores” (Costa, 2009, p.116). É certo que em modelação matemática, o envolvimento do aluno é necessário e muito importante, pelo que a visão de Vigostky é corroborada. Nesse sentido, consideramos como vantagem da utilização da modelação matemática, o desenvolvimento do indivíduo, permitindo a criação de cidadãos mais interventivos, interessados e com pensamento crítico mais desenvolvido, já que não se limitam a aceitar as situações, mas têm ferramentas para as avaliarem e, se for o caso, contestarem. Em consonância Barbosa (2004b) considera que a modelação matemática pode potencializar a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações matemáticas, portanto, a sua utilização, proporciona que a sociedade se torne mais interventiva e participativa, gerando, deste modo, sociedades mais democráticas. De acordo com Biembengut e Hein (2004) com a modelação matemática adquirimos a capacidade de ler, interpretar e resolver situações problemáticas.

Para além de todas estas vantagens, Barbosa (2004b) refere que a modelação matemática permite o treino para que os alunos consigam utilizar a matemática aliada a outras áreas, a

aquisição de capacidades de compreensão e, ainda, a percepção de qual a utilidade da matemática na sociedade.

Para além disso, Biembengut e Hein (2004) acrescenta que a modelação matemática estimula a criatividade na formulação e resolução de problemas, capacita os alunos a trabalhar em grupo na orientação e concretização correta de investigações. Acrescenta que é uma metodologia que proporciona ao aluno o uso da tecnologia.

Lutz e outros (2017) teceram considerações acerca do carácter positivo da modelação, destacando-a enquanto alternativa metodológica que permite uma maior autonomia do aluno na realização das tarefas e, necessariamente, na aquisição do conhecimento. Para além disso, possibilita ao professor a construção de uma nova relação com os seus alunos, uma vez que a sua postura em sala de aula será, necessariamente, diferente que a de um professor que recorre ao ensino tradicional da matemática. O professor terá que ter uma postura mais acessível e acolhedora de novas ideias dos alunos, visando a melhoria tanto do processo de ensino como de aprendizagem.

Desvantagens da utilização da modelação matemática

Embora a utilização desta metodologia traga múltiplas vantagens, o certo é que a sua utilização também acarreta algumas dificuldades. No seguimento do que Costa (2009) refere, implementação de tarefas de modelação matemática em sala de aula pressupõe a necessidade de as preparar de forma cuidada e antecipada, o que para os professores acarreta um maior trabalho, pois é bem mais fácil seguir as atividades propostas pelo livro didático. Neste sentido, os professores, que optem por utilizar esta metodologia, terão um trabalho acrescido na preparação das aulas, com novas abordagens, outras atividades, ou até mesmo alterar a ordem apresentada no manual, se assim surgir a oportunidade.

O facto de os alunos estarem habituados a ter uma postura passiva na obtenção de conhecimento acarreta uma dificuldade para a utilização da modelação, já que, devido à necessidade de terem de passar de uma postura passiva para uma ativa podem oferecer alguma resistência à utilização da modelação. Cabe ao professor assumir uma atitude que vise a motivação dos alunos para a realização deste tipo de atividades, tão importantes para o seu desenvolvimento (Costa, 2009). Perante esta situação, todos os processos devem ser realizados lentamente, de maneira a que os alunos se acostumem ter uma postura centrada na sua própria aprendizagem, sendo responsáveis pelos resultados obtidos (Bassanezi, 2002).

Os professores devem preparar, devidamente, as tarefas de modelação matemática apresentadas aos alunos, no entanto, nem sempre se sentem preparados por terem conhecimento das etapas do processo, ou por receio de se depararem com situações com as quais não saibam lidar, o que constitui outra limitação da utilização da modelação matemática, segundo Costa (2009). Para combater possíveis erros, as tarefas de modelação matemática devem ser atempadamente pensadas e preparadas por forma a que o professor não seja surpreendido e consiga dar resposta a possíveis questões dos alunos. Tal situação constitui um novo entrave à utilização da modelação matemática, já que as estas tarefas específicas, implicam um maior dispêndio de tempo comparativamente com outros impedindo que os professores consigam cumprir convenientemente o programa oficial (Bassanezi, 2002). Para além disso, este autor salienta o facto de alguns professores da matemática não terem a certeza de que a conexão da matemática com as outras áreas da realidade influencie negativamente a “beleza e universalidade da Matemática” (p.37).

As formações heterogéneas, que caracterizam um grupo, podem contribuir para que alguns alunos tenham dificuldade em relacionar os conhecimentos teóricos adquiridos com a situação prática estudada. Para além disso, se o tema escolhido pelo professor, ou pela turma, não agradar a determinado aluno potencia o seu interesse e a sua motivação (Bassanezi, 2002).

Em suma, a modelação matemática possibilita a motivação dos alunos, uma vez que estes se encontram envolvidos na obtenção de resultados e as situações reais consideradas são do seu interesse. Todo este processo possibilita a aprendizagem dos alunos, proporcionando ferramentas para que consigam opinar acerca de diversas situações do dia a dia, levando a que se tornem cidadãos mais interventivos. No entanto, consideramos que acima de tudo a modelação matemática permite que os alunos compreendam melhor o sentido e a utilidade da matemática, percebendo que, através dela, conseguem resolver diversas questões de outras áreas da sua realidade e do seu quotidiano.

Por outro lado, resumindo as desvantagens da utilização da modelação matemática apontamos o facto de as tarefas de modelação terem que ser devidamente preparadas pelo professor, o que necessariamente consome mais tempo e os programas curriculares oficiais poderão, hipoteticamente, não ser cumpridos. Por isso, para alguns professores será mais fácil seguir o manual didático da turma. Para além disso, é de notar que muitos professores não se sentem à vontade para implementar tarefas de modelação matemática, por não conhecerem os passos do processo e, ainda, por terem receio de se depararem com situações inesperadas, surgidas de outras áreas de especialidade e com as quais a matemática se relacione.

No nosso ponto de vista, após realizar o balanço entre as vantagens e desvantagens, consideramos que são mais as vantagens da sua utilização do que as desvantagens. Consideramos, ainda, que em prol do bem dos alunos, esta é uma área que se deve optar por aprofundar, e para isso deve-se incentivar a formação dos docentes, de maneira a que estes se sintam mais capazes de implementar tarefas deste género no ensino da matemática.

Aliado a isso, segundo Lutz e outros (2017), a modelação matemática, enquanto estratégia de ensino aprendizagem, possibilita enriquecimento da educação e a inclusão, contribuindo para a renovação da esperança na melhoria da aprendizagem da matemática.

À semelhança de Lutz e outros (2017) temos em crer que quando ensinamos matemática não podemos descartar as situações que ocorrem no quotidiano, antes pelo contrário, devemos mostrar aos alunos que existem regras e fórmulas matemáticas, mas que estas resultaram de um conhecimento prévio e que existiu uma necessidade que levou a que fossem criadas.

Concluimos que a modelação matemática permite que o professor proporcione aos seus alunos um ambiente de estudo mais dinâmico, mais interessante e, acima de tudo, mais participativo. Aliado a isso, fornece também a vantagem de os alunos entenderem, e ficarem cientes, de que têm a possibilidade de vir a utilizar tais aprendizagens no seio de outras situações da realidade, dando resposta a problemas que possam vir a surgir no seu quotidiano quer atual quer futuro.

Capítulo II- Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-Escolar e no 1.º CEB.

No presente capítulo iremos descrever e apresentar a PES, que decorreu tanto a nível da Educação Pré-Escolar como do 1.º CEB. Para cada um dos níveis de escolaridade iremos contextualizar a turma, na qual a PES ocorreu, e ainda, apresentar as tarefas implementadas no âmbito do tema deste relatório final de estágio.

1. Prática de Ensino Supervisionada desenvolvida em contexto de Educação Pré-Escolar

Inicialmente caracterizamos o grupo de crianças na qual a PES foi desenvolvida. Posto isso, serão descritas as tarefas realizadas nas quais a matemática foi trabalhada. As tarefas que foram atempadamente planificadas, mas, referimos também, atividades e situações que surgiram de forma espontânea, mas que consideramos com todo o interesse no âmbito do tema deste relatório final de estágio.

1.1. Caracterização do grupo

A PES efetuada em Educação Pré-Escolar ocorreu na escola das Árvores em Vila Real, sob a cooperação da educadora Manuela Martins Rua. O grupo da sala três, era constituído por 22 crianças sendo que nove eram do género masculino e 13 do género feminino, com idades compreendidas entre os três e os seis anos, como se descreve na figura 1.

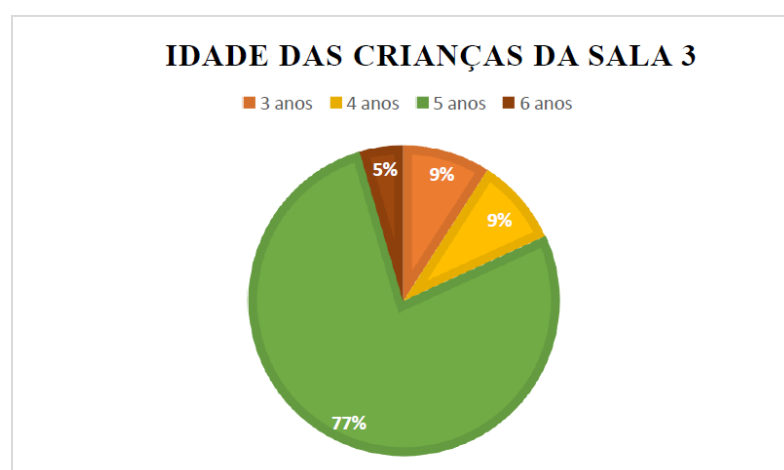


Figura 1-Gráficos das idades das crianças da sala 3.

O facto de existirem 77,3% de crianças com cinco anos (17 em 22), constitui uma mais valia para os membros mais novos, uma vez que eram estimulados e ajudados pelos mais velhos. A maioria das tarefas efetuadas era direcionada para esta faixa etária e não tanto para os alunos mais novos, ainda que, se tenham feito adaptações e tenha existido uma cooperação entre os mais novos e os mais velhos.

De uma forma geral, as crianças do grupo eram curiosas e interessadas pelo mundo que os rodeava, gostavam de realizar projetos e de descobrir coisas novas de forma autónoma. Era um grupo que gostava de ciências, da matemática e das novas tecnologias, nomeadamente do *tablet* e do computador.

É importante realçar que se notava uma certa discrepância no grupo ao nível da aquisição de conhecimentos, pois algumas crianças denotavam grande capacidade de concentração e de raciocínio e, conseqüentemente tinha grande facilidade na aquisição e aplicação de novos conhecimentos. Por outro lado, noutras crianças denotavam-se graves problemas de concentração e de comportamento, não conseguindo revelar as suas capacidades. No decorrer da concretização das tarefas observavam-se certos problemas a nível afetivo, social, económico e cultural.

Em relação ao domínio da matemática, enquadrado na área da comunicação e expressão, considera-se que o grupo revelou capacidades de reconhecimento de figuras geométricas, sendo capaz de realizar contagens sequenciais até 10. Para além disso, identificava os algarismos até ao cinco, associando-lhe a quantidade. Tinha facilidade na utilização das noções espaciais para explicar a posição de objetos, e utilizava conceitos como: antes, depois; manhã, noite; ontem e amanhã. Para além disso, era capaz de realizar operações matemáticas de adicionar e subtrair, ainda que de pequenas quantidades, e conseguia aplicar noções matemáticas para resolver problemas do dia a dia.

1.2. Descrição das tarefas desenvolvidas em contexto de Educação Pré-Escolar

No decorrer da PES, tentou-se ao máximo adaptar as tarefas, propostas pela educadora cooperante, à modelação matemática. De acordo com Bassanezi (2002), Costa (2009), quando utilizamos esta metodologia recolhemos um problema do quotidiano ou da realidade do aluno, simplificamo-lo e adaptamo-lo para ser possível implementação em sala de aula. Neste sentido, é importante que as crianças da Educação Pré-Escolar percebam que a matemática as pode ajudar a resolver problemas do dia a dia, ou seja, atribuindo-lhe um propósito. De referir que

durante esta PES não foi possível recorrer à modelação matemática de forma completa, respeitando todas as etapas do processo, pelo que, nas tarefas de seguida descritas, se tentou dar ênfase à realidade das crianças.

Ao longo da PES surgiram várias ocasiões inesperadas, nas quais surgiu a oportunidade de fazer esta relação e de utilizar a matemática para resolver situações que eram do quotidiano do grupo. Estas atividades espontâneas, por terem aparecido de situações inesperadas, não foram planificadas, no entanto, consideramos oportuno referi-las, pois constituíram momentos importantes onde se relacionou a matemática com o quotidiano.

Espaço Culinária: Bolo e biscoitos de Canela e Pão de Alho

Neste contexto da PES, houve a obrigação de integrar os projetos adotados pelo grupo, um dos quais denominava-se: *De mãos dadas com a natureza*. No âmbito deste projeto, o grupo tinha que estudar dois elementos fornecidos pela natureza. À sala três ficou destinado o estudo do alho e da canela. Para este projeto fez-se o levantamento das ideias prévias das crianças, em relação a cada um dos elementos, e determinou-se o que as crianças queriam saber e pesquisar.

Após as pesquisas, em conjunto com os alunos, idealizou-se uma tarefa de culinária, na qual os ingredientes principais eram a canela e o alho. Neste sentido, optou-se pela realização de um bolo de canela, e de biscoitos de canela, e ainda, o pão com manteiga de alho. Previamente elaborou-se o guião das receitas (Apêndice A1, em CD), no qual existia a preocupação de relacionar com a matemática, como se pode observar pela figura 2.



Figura 2-Atividade de culinária-guião da receita do bolo de canela e do pão de alho.

Na construção do guião, teve-se como objetivo que as crianças efetivassem contagens relativas às quantidades dos ingredientes. Assim, partindo do problema real, que era a quantidade de ingredientes a utilizar a simplificando-se e adaptando-se a esta faixa etária, dos três aos cinco anos de idade, e implementou-se na sala de aula, respeitando, assim, algumas das etapas da modelação matemática.

Esta tarefa está incluída na planificação do dia 16/05/2017 (Apêndice A em CD) cujos domínio, subdomínio, objetivos e recursos se encontram organizados na tabela 1.

Tabela 1- Organização da tarefa "Espaço Culinária- Bolo de Canela e Pão de alho"

Área de Conteúdo	-Área da Expressão e Comunicação -Área da Formação Pessoal e Social	
Componentes	-Números e Operações -Interesse e curiosidade pela matemática	Domínio da Matemática
	- Convivência democrática e cidadania; - Consciência de si como aprendente; - Independência e autonomia	
Orientações Curriculares	▪ Mostrar interesse e curiosidade pela matemática, compreendendo a sua importância e utilidade. ▪ Sentir-se competente para lidar com noções matemáticas e resolver problemas. ▪ Escolher e usar unidades de medida para responder a necessidades e questões do quotidiano. ▪ Identificar quantidades através de diferentes formas de representação (contagens, desenhos, símbolos, escrita de números, estimativa, etc.). ▪ Saber cuidar de si e responsabilizar-se pela sua segurança e bem-estar. ▪ Ser capaz de ensaiar diferentes estratégias para resolver as dificuldades e problemas que se lhe colocam. ▪ Cooperar com outros no processo de aprendizagem. ▪ Desenvolver o respeito pelo outro e pelas suas opiniões, numa atitude de partilha e de responsabilidade social.	
Recursos	-Guiões (Receita de Bolo de Canela e Receita de Pão de Alho) -Ingredientes para a realização da receita	

Neste dia, os alunos entraram na sala às 9:15h, a “reunião de grupo”, efetuaram as suas atividades de rotina, nomeadamente, o preenchimento do seu dossier pessoal. Posto isto, o grupo foi dividido em três subgrupos: o que ia fazer o bolo de canela; o que ia elaborar o pão de alho e o que ficava na mesa de reunião a ilustrar as receitas. É importante referir estes subgrupos iam alternando entre si, de maneira que todas as crianças desfrutassem das mesmas experiências. Para concretizar esta tarefa a educadora cooperante ficou com a elaboração do

pão de alho e a estagiária ficou com a parte do bolo e dos biscoitos de canela, para que ocorresse um acompanhamento mais específico.

No caso do bolo de canela, começou-se por “ler” a receita em conjunto, para assim determinar qual a quantidade de cada ingrediente que seria necessária colocar. Cada conjunto de crianças trabalhando cooperativamente, contava e dizia quantas colheres era necessário colocar de cada ingrediente.

No decorrer desta atividade, apenas houve intervenção quando se sentiu que as crianças precisavam de um desbloqueio para avançar, ou quando necessitava de ajuda no manuseamento dos utensílios, uma vez que foram elas, de forma autónoma, que realizaram a receita, partindo da leitura do guião. Quando a tarefa foi concluída, ocorreu o diálogo com as crianças, que verbalizaram as quantidades utilizadas de cada ingrediente.

Com esta tarefa abordaram-se conteúdos matemáticos importantes para esta área de intervenção como é o caso da contagem, da medida de capacidade, para além de tomarem contacto com objetos e texturas que não são comuns no dia a dia, como é o caso dos ovos, da farinha com fermento, etc.

As crianças também tiveram oportunidade de experimentar outras atividades como untar a forma, enfarinhar, utilizar a batedeira, distribuir a massa do bolo em forminhas e ainda pintar a cara com farinha. Esta tarefa suscitou grande motivação e entusiasmo no grupo, uma vez que puderam provar a canela, sentir o seu cheiro e perceber as suas utilidades, para além de estarem a trabalhar noções matemáticas. Por se tratar de uma faixa etária baixa, as tarefas não tinham um nível de complexidade muito elevado, ou seja, simplificou-se um problema real, para assim estar ao alcance do público alvo.

Após a análise do guião da receita, os alunos compreenderam o seu funcionamento. Perceberam que a figura do ovo revelava uma unidade, assim, tinham que colocar tantos ovos, quantos os que estavam representados na imagem, o mesmo acontecia com as colheres de açúcar, de farinha, etc.

A avaliação do processo foi realizada no final da confeção da receita, quando, através do diálogo, explicamos a sua execução.

Como forma de reflexão, considera-se que esta tarefa permitiu abordar um conteúdo matemático, que é essencial para esta realidade. Por forma a relacionar mais conteúdos matemáticos, o guião das receitas poderia contemplar um espaço, no qual as crianças colocassem o algarismo correspondente à quantidade colocada, elevando ainda mais, a componente matemática da tarefa.

Máquina de Calcular em material reciclado

O grupo onde se realizou a PES tinha um grande interesse e aptidão para a área da matemática, assim, decidiu-se enriquecer a área das ciências com uma ferramenta que os auxiliava a efetuar somas: uma máquina de calcular, representada pela figura 3.

Este recurso foi construído com materiais reciclados: cartão, tampas de garrafa e garrafas de plástico. Uma das atividades preferidas das crianças era realizar contas, e com esta ferramenta poderiam aferir os seus resultados, bem como adicionar números com nível de dificuldade mais elevado.



Figura 3- Máquina de calcular construída em material reciclado

A máquina de calcular foi elaborada com uma caixa de papelão, devidamente decorada, e tinha duas entradas em cima, que representavam as parcelas da adição. As crianças colocavam em cada uma das entradas, o número correspondente a cada uma das parcelas da adição que queria efetuar. Por exemplo $3+4$: na primeira entrada colocavam três tampas e na segunda entrada colocavam quatro tampas. O resultado correspondia à quantidade de tampas que deslizavam da caixa. Através da contagem, as crianças determinavam o resultado final da operação, que no caso do exemplo, apresentado era sete.

Esta tarefa está incluída na planificação do dia 31/05/2017 (Apêndice B em CD) cujos domínio, subdomínio, objetivos e recursos se encontram organizados na tabela 2.

Tabela 2- Organização da tarefa: "Máquina de Calcular construída com material reciclado".

Área de Conteúdo	Área da Expressão e Comunicação	
Componente	Números e Operações;	Domínio da Matemática
Orientações curriculares	▪ Identificar quantidades através de diferentes formas de representação (contagens, desenhos, símbolos, escrita de números, estimativa, etc.). ▪ Resolver problemas do quotidiano que envolvam pequenas quantidades, com recurso à adição e subtração.	
Recursos	-Máquina de Calcular com material reciclado	

Para a apresentação deste novo material teve lugar uma reunião de grupo, na mesa grande da sala, e questionaram-se as crianças acerca do que poderia ser aquele objeto. A princípio não estavam a perceber o que poderiam fazer com uma caixa de cartão e rolhas de garrafas. No entanto, arriscaram algumas respostas: uma nave espacial, uma caixa de lápis, ou simplesmente diziam que não sabiam do que se tratava. Deram-se pistas, até que se teve que revelar que com aquele objeto era possível fazer contas.

Para que entendessem o seu funcionamento pediu-se a uma criança que viesse para junto da máquina de calcular, para que a experimentasse. E assim foi, a criança colocou o número de tampas, relativo à primeira parcela, numa entrada e o número de tampas, correspondente à segunda parcela na outra entrada. A tampa deslizaram pela caixa e perceberam que o resultado da operação estava de acordo com o número de tampas ali presentes. Ficaram espantados e quiseram efetuar mais operações, tal vontade foi aceite e incentivada. Executou-se uma operação de cada vez e, assim, todas as crianças participaram.

Com esta tarefa as crianças perceberam os procedimentos que acontecem no processo de adicionar. Utilizando um objeto concreto, para representar as parcelas, conseguiram entender que o seu conjunto correspondia ao número total de tampas, ou seja, ao resultado da operação. Esta atividade vai ao encontro da premissa de que no ensino da matemática deve-se começar pelo concreto para chegar ao abstrato. Não deixamos de recorrer a um objeto do quotidiano, as rolhas, para trabalhar a matemática. A máquina de calcular, enriqueceu a área das ciências e constatou-se que foi do seu agrado, uma vez que estes utilizavam, efetivamente, esta máquina de calcular, idealizada e construída pela autora deste trabalho.

Esta tarefa poderia ter surtido mais efeitos se cada criança construísse o seu exemplar, constituindo uma ferramenta pessoal. Desta forma, poderiam decidir a sua decoração e, substituindo as tampas, utilizar objetos do seu gosto. Para além disso, tratou-se de um recurso que foi introduzido tardiamente, pelo que, se a sua introdução ocorresse mais cedo este poderia ser mais potencializado.

Banca de Venda de Bolos

A tarefa da banca de venda de bolos surgiu de uma troca de ideias com os alunos, que ocorreu num dia normal de estágio, no qual estava programada uma saída ao Teatro de Vila Real. Acontece que o autocarro se atrasou e as crianças tiveram que aguardar na sala, iniciando um diálogo sobre a viagem de final de ano a Vinhais, marcado para a semana seguinte.

As crianças manifestaram a vontade de comer um gelado, e uma delas deu a ideia de organizar uma venda de bolos, logo apoiada pelo resto do grupo. As crianças foram dando sugestões, e em primeiro lugar, decidiram que se tinha que arranjar um nome para a banca, depois decidir que produtos vender, quem os confeccionava e qual seria o seu custo. Para além disso, tinha que se decidir a localização da banca e pedir autorização ao coordenador do estabelecimento. Foram estes os primeiros passos que o grupo considerou oportunos para a realização da tarefa da banca. Esta tarefa está incluída na planificação semanal dos dias 29/05/2017 a 2/05/2017 (Apêndice C em CD) cujos domínio, subdomínio, objetivos e recursos se encontram organizados na tabela 3.

Em primeiro lugar escolheu-se o nome da banca. Por não se chegar a um consenso, fez-se uma votação. As crianças deram as suas opiniões, que foram registadas numa folha. Para eleição concorreram cinco possíveis nomes, votou-se e contaram-se os votos. Após o que se questionou o grupo acerca de qual teria sido o vencedor, ou seja, a moda. Esta questão teve como objetivo que percebessem qual o nome que obteve maior número de votos, e neste sentido, qual o nome vencedor. O nome vencedor foi: “Aqui há futuros pasteleiros!”, de acordo com a figura 4.

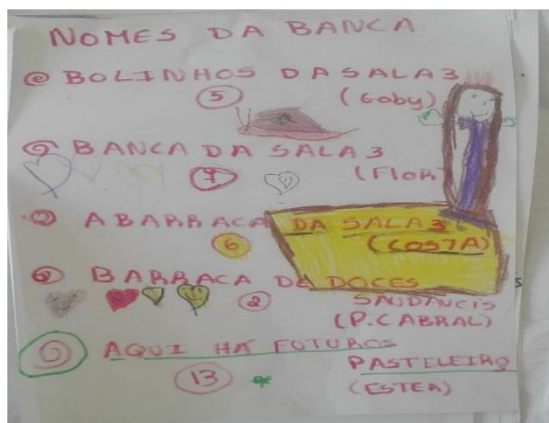


Figura 4- Eleição do nome da banca

Tabela 3- Organização da atividade: "Banca e Venda de Bolos"

Área de Conteúdo	-Área da Expressão e Comunicação - Formação Pessoal e Social	
Componentes	-Números e Operações; - Organização e Tratamento de Dados; - Geometria e medida; -Interesse e curiosidade pela matemática.	Domínio da Matemática
	- Consciência de si como aprendiz; - Convivência democrática e Cidadania; -Interdependência e autonomia.	
Orientações Curriculares	- Identificar quantidades através de diferentes formas de representação (contagens, desenhos, símbolos, escrita de números, estimativa, etc.); - Resolver problemas do quotidiano que envolvam pequenas quantidades, com recurso à adição e subtração; - Mostrar interesse e curiosidade pela matemática, compreendendo a sua importância e utilidade; - Sentir-se competente para lidar com noções matemáticas e resolver problemas; - Escolher e usar unidades de medida para responder a necessidades e questões do quotidiano; - Ir adquirindo a capacidade de fazer escolhas, tomar decisões e assumir responsabilidades, tendo em conta o seu bem-estar e o dos outros; - Ser capaz de participar nas decisões sobre o seu processo de aprendizagem; - Cooperar com outros no processo de aprendizagem; - Desenvolver o respeito pelo outro e pelas suas opiniões, numa atitude de partilha e de responsabilidade social.	
Recursos	-Produtos para venda; -Materiais para a construção da placa, do preço, das raspadinhas e decoração.	

De seguida, decidiu-se quais os produtos que se venderiam na banca: “Aqui há futuros pasteleiros!”, como e quanto custariam.

Para determinar qual o custo desses produtos, era necessário que as crianças tivessem uma noção do valor do dinheiro, para isso, questionou-se o grupo acerca do dinheiro. As crianças tiveram acesso a réplicas de várias notas e de várias moedas, para exploração e também para efetuar operações matemáticas utilizando-as. Mais uma vez, a matemática foi interligada com questões importantes do quotidiano. Puderam realizar trocas, ainda que fictícias de dinheiro, percebendo através disso o seu valor. Tratava-se de um problema real que foi devidamente adaptado ao contexto do grupo em questão, que lhe permitiu estudar um conceito da matemática e, acima de tudo, compreendê-lo. Esta aprendizagem foi muito importante para o futuro, pois no decorrer deste projeto, quando se venderam os produtos na banca, esperava-se que os alunos fossem capazes de fazer trocas monetárias reais, com dinheiro real.

A atividade seguinte consistiu em decidir quais os produtos que se venderiam e elaborar um esboço do preçário. Resolveu-se vender: bolo de cenoura, bolo sem glúten, algodão doce, batata com pimenta dos Açores, gelatina, pipocas, limonada, brigadeiros, refresco de café e bolo de iogurte. Cada um desses produtos tinha um preço estipulado pelos alunos em conjunto com a estagiária e a educadora cooperante. Na figura 5 constitui o esboço do preçário que ficou afixado no Diário de Grupo da Turma, local onde se faz o registo de todas as vivências do grupo.

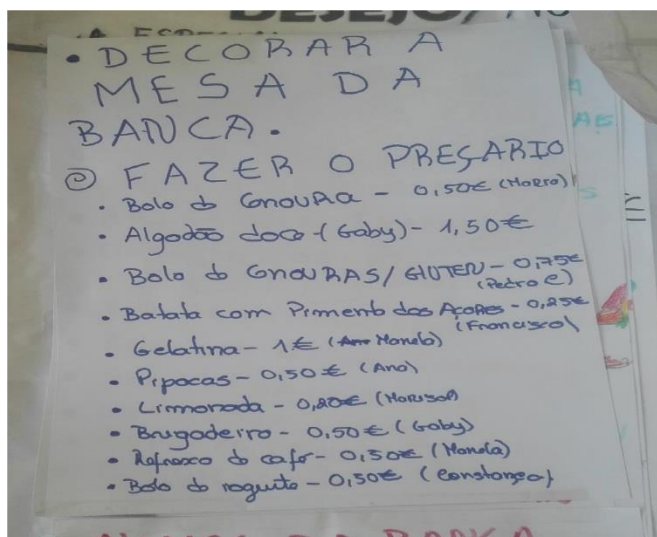


Figura 5- Esboço do preçário da banca

Este preçário elaborou-se seguindo a seguinte metodologia: cada criança escolheu um produto, ilustrou e colou o número necessário de moedas até perfazer o valor do produto. Esta atividade pressupunha a necessidade do conhecimento das várias moedas, bem

como do seu valor, para conseguir, ilustrar devidamente o preço do produto. No final, escolheram-se as melhores ilustrações para se executar o preçário que foi afixado na banca, no dia do seu funcionamento, que se pode ver pela figura 6.



Figura 6-Preçário elaborado pelos alunos para afixar na banca.

Para além disso, também se pensou em raspadinhas, elaboradas pelas crianças para vender na banca. Os prémios possíveis seriam os produtos que se venderiam. Para isso, explicou-se o processo de execução das raspadinhas. Em primeiro lugar mostrou-se às crianças uma raspadinha verdadeira, e depois, o molde das raspadinhas para fazer. A início ilustravam-nas e determinavam o prémio que esta teria, depois plastificavam-se e terminavam com pintura da parte que continha o prémio. O preparado utilizado para esta pintura era constituído por detergente da louça e tinta acrílica, na razão de um para dois. Este procedimento de elaboração da “tinta especial de raspadinhas” foi explicado as crianças e estas foram auxiliadas na pintura. Com vista à angariação de maior valor monetário, as crianças optaram por fazer mais do que uma raspadinha cada um. É importante referir que se estipulou o valor das raspadinhas em 1€, como se verifica na figura 7.



Figura 7-Raspadinha com valor de 1€

Com o objetivo de tornar a banca apelativa e chamativa realizou-se uma placa que continha o nome da banca, como se pode ver pela figura 8 e decorou-se a mesa.



Figura 8- Placa que dá nome à banca: “Aqui há futuros pasteleiros”.

A finalidade desta banca residia em angariar dinheiro para comprar o gelado, no dia do referido passeio, e decorreu no dia 8 de junho de 2017. Nesse dia as crianças entraram na sala por volta das 9:00h e sentaram-se na mesa grande, fizeram as suas tarefas do dossier individual do aluno (registo da presença, do comportamento do dia anterior e do tempo que faz).

Começou-se por colocar as mesas da banca, no local disponibilizado pelo coordenador de estabelecimento, junto à porta de entrada. Numa das mesas dispuseram-se os bolos que os pais doaram, a limonada, o refresco de café, os brigadeiros, as gelatinas e, ainda, a máquina de calcular e a caixa do dinheiro. Na outra mesa, estavam as máquinas de pipocas e de algodão doce. Entre as duas mesas situava-se a placa com o nome da banca e o preçário construído pelas crianças, como se verifica na figura 9.



Figura 9- Banca: "Aqui há futuros pasteleiros".

Não foi possível que todos concretizassem a atividade ao mesmo tempo, pelo que as crianças se foram revezando ao longo do dia, garantindo que todos tivessem a mesma oportunidade de participar.

Cada criança, que estava presente na zona de venda, possuía um conjunto de raspadinhas e tinha que estar atento ao corredor para abordar quem passava. Incutiu-se nas crianças que teriam que ser simpáticas e respeitar a vontade dos “clientes”. Numa fase inicial, os alunos eram lembrados dos preços de cada produto, sendo que a todo o momento as vendas eram supervisionadas. As crianças, ainda que com ajuda, abordavam o cliente, serviam-no e depois recebiam o dinheiro. Verificavam se o dinheiro que lhe entregavam estava certo, caso contrário, teriam que ser capazes de efetuar o troco.

Ao vivenciarem estas situações, nas quais tiveram que raciocinar e envolver-se com uma realidade em concreto, é mais fácil aprender, acrescentando o facto de estarem empenhados numa tarefa que para eles tinha um propósito válido. As crianças trabalharam conteúdos matemáticos relacionados com o dinheiro, aplicando situações reais do quotidiano. Numa fase inicial, algumas crianças sentiram dificuldades, no entanto, com a auxílio foram capazes de as superar. No final cada conjunto de crianças fazia o balanço do dinheiro em caixa, ou seja, somavam as moedas e notas presentes na caixa do dinheiro.

No final do dia, angariaram-se 67€, pelo que esta atividade se revelou um sucesso, uma vez que resultou de todo um processo de descobertas e de construção de materiais que motivou muito as crianças, para além de terem aprendido mais sobre o dinheiro, contagens, operações matemáticas, que aplicavam no seu quotidiano. A realização desta atividade teve grande aceitação pela comunidade educativa que recorreu muitas vezes à banca: “Aqui há futuros

pasteleiros!” tanto da parte da manhã, como da parte da tarde. É importante referir que o *stock* de vários produtos foi esgotado e todas as raspadinhas, que havíamos feito, foram vendidas.

No final do dia, o conjunto de crianças que estava presente arrumou o espaço e efetuou o balanço, contando o dinheiro. É importante referir que o resto do grupo, durante todo o dia, esteve a realizar outras atividades, promovidas pelas alunas do 1.º ano do 2.º Ciclo em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º CEB da UTAD.

Desta forma decorreu a tarefa da banca: “Aqui há futuros pasteleiros!”, que se tratou de algo que partiu do interesse do grupo, com a qual se trabalharam noções matemáticas importantes como o dinheiro, a adição, as contagens, etc. As crianças puderam trabalhar noções matemáticas ao mesmo tempo que cumpriam uma finalidade do seu interesse: a angariação de dinheiro para comprar gelados no dia do passeio de final de ano. Foi um projeto que incluiu a totalidade do grupo, reunindo o seu total interesse e entusiasmo. Consideramos que foram alcançadas várias aprendizagens com esta tarefa, pelo que foi uma mais valia para a aprendizagem matemática do grupo.

Apesar de se fazer um balanço positivo, a tarefa poderia ter decorrido de melhor forma, caso anteriormente o dinheiro tivesse sido mais explorado e feita uma simulação da situação, de forma a preparar melhor os alunos para a realização de trocas monetárias reais, pois algumas crianças sentiram dificuldades.

Eleição das Atitudes e Valores

Esta atividade decorreu no dia 26 de junho de 2017, como consta na planificação do Apêndice D (em CD) e cujos conteúdos e orientações curriculares se encontram organizados na tabela 4.

Tratava-se da última semana de aulas, e as crianças já estavam a preparar a sua festa de final de ano e o seu livro de curso. Como o grupo era constituído por crianças finalistas, cinco anos de idade, a maioria receberia o seu diploma de finalista. Em conversa com a educadora cooperante, decidiu-se que seria interessante premiar todas as crianças do grupo e entregar um diploma que as destacasse por alguma qualidade. Com esse propósito propôs-se a eleição das atitudes e valores, por parte das crianças, que, posteriormente, contariam os votos. Desta forma, reuniu-se um conjunto de atitudes e valores que iam sendo enunciadas.

Tabela 4-Organização da tarefa: "Eleição das atitudes e valores".

Área de Conteúdo	-Área da Expressão e Comunicação -Formação Pessoal e Social	
Componentes	-Convivência democrática e cidadania; -Independência e Autonomia; -Construção da Identidade e da Autoestima.	
	-Organização e tratamento de dados -Números e Operações -Interesse e curiosidade pela matemática	Domínio da Matemática
Orientações Curriculares	-Conhecer e aceitar as suas características pessoais e a sua identidade social e cultural, situando-as em relação às de outros; -Ir adquirindo a capacidade de fazer escolhas, tomar decisões e assumir responsabilidades, tendo em conta o seu bem-estar e o dos outros; -Desenvolver o respeito pelo outro e pelas suas opiniões, numa atitude de partilha e de responsabilidade social; -Desenvolver uma atitude crítica e interventiva relativamente ao que se passa no mundo que a rodeia; -Identificar quantidades através de diferentes formas de representação (contagens, desenhos, símbolos, escrita de números, estimativa, etc.); -Recolher informação pertinente para dar resposta a questões colocadas, recorrendo a metodologias adequadas (listagens, desenhos, etc.); -Utilizar gráficos e tabelas simples para organizar a informação recolhida e interpretá-los de modo a dar resposta às questões colocadas; -Mostrar interesse e curiosidade pela matemática, compreendendo a sua importância e utilidade.	

Tratava-se da última semana de aulas, e as crianças já estavam a preparar a sua festa de final de ano e o seu livro de curso. Como o grupo era constituído por crianças finalistas, cinco anos de idade, a maioria receberia o seu diploma de finalista. Em conversa com a educadora cooperante, decidiu-se que seria interessante premiar todas as crianças do grupo e entregar um diploma que as destacasse por alguma qualidade. Com esse propósito propôs-se a eleição das atitudes e valores, por parte das crianças, que, posteriormente, contariam os votos. Desta forma, reuniu-se um conjunto de atitudes e valores que iam sendo enunciadas.

Antes da votação, averiguávamos se os alunos compreendiam o significado de cada atitude, pois só, assim, conseguiriam atribuí-la a alguém. A atitude ou valor era enunciada em voz alta, e cada uma das crianças referia, qual, no seu entender, era mais merecedor. À medida que iam votando, colocavam-se tracinhos na folha dos votos. No final de cada votação, pedia-se a uma criança que fosse anunciar o vencedor, após efetuar, devidamente, a contagem dos

tracinhos que havia colocado. Este processo repetiu-se para todas as crianças do grupo. A cada uma delas foi atribuída uma atitude ou valor que a caracterizasse. Para que pudessem ser premiados pela atitude e valor elaborou-se um diploma representativo de tal distinção, que seria entregue na festa de final de ano.

Esta atividade permitiu abordar questões matemáticas como a contagem, a quantidade, mais uma vez, recorrendo a situações reais que visaram a determinação de algo que fazia sentido para as crianças. Tratou-se de uma atividade que aliou a matemática a outras áreas da realidade, na qual se abordaram assuntos matemáticos, ainda que, de maneira muito pouco assumida.

No desenrolar da tarefa constatou-se que, por se tratarem de votos verbalizados, algumas crianças foram influenciadas pelas respostas dos seus colegas. Para evitar essa situação optar-se-ia pelo voto secreto, em urna, exemplificando os procedimentos que ocorrem nas eleições nacionais, por exemplo. Outra hipótese seria que cada criança tivesse as fotografias dos colegas, elege-se aquele que correspondia à atitude e valor, e ao mesmo tempo se revelassem os resultados, levantando a fotografia para o grupo.

Outras atividades

Para além das atividades planificadas e pensadas, atempadamente, surgiram momentos em que a matemática foi relacionada com a realidade. De realçar que as situações que serão apresentadas não foram planificadas, pois, surgiram do diálogo com as crianças e da realidade da sala, no entanto, considera-se por bem referi-las, pois, apesar de espontâneas, permitiram dialogar acerca de conteúdos matemáticos.

Destacamos uma situação que ocorreu num dos tempos de intervalo, no qual se preparava material para a tarefa seguinte- atividade da família, na qual uma criança optou por ficar também na sala. Num momento em que se cortavam e colavam cartões para uma atividade questionou-se a criança: “Quantos cartões me faltam ainda fazer?” A criança denotou que não sabia a resposta e necessitava de ajuda. Então, foi incentivada a determinar, em primeiro lugar, quantos cartões já se encontravam concluídos. A criança realizou a contagem e percebeu que eu já tinha 15 cartões. Depois, foi questionada acerca de quantas crianças tinha o grupo, ou seja, quantos cartões teriam que ser feitos. Sabia que o grupo era constituído por 23 crianças, mas, que devido ao facto de uma ter imigrado, efetivamente, eram 22 crianças. Então, pensou que, se se comesse a contar do 15 e chegasse ao 22, com a ajuda dos dedos, conseguia perceber quantos cartões é que faltavam fazer. E assim foi, a criança percebeu que, ainda, faltavam sete cartões. À medida que cada cartão ia sendo feito a criança percebia que faltavam cada vez

menos um, isto, de forma espontânea, ou seja, sem ser questionada, o que revela que a criança entendeu o processo que está por trás da operação de subtrair.

Com esta conversa matemática, relacionada com uma situação real que estava a acontecer no momento, a criança conseguiu trabalhar noções matemáticas, como foi o caso da operação de subtrair. Para a sua resolução apenas foi orientada no sentido de entender como chegaria ao resultado, sem nunca lhe ser fornecida a solução. Através da matemática a criança conseguiu resolver um problema do quotidiano, que neste caso, era o número de cartões que faltavam, sem que estivesse a trabalhar a matemática de forma assumida.

Ocorreram outras situações de rotina onde conteúdos matemáticos foram trabalhados, nomeadamente, no início de cada dia, quando se questionavam as crianças sobre: “*hoje quantos são?*”, “*ontem quantos foram?*”, “*amanhã quantos serão?*”, a sequência dos dias da semana e a sequência dos números. Para além disso, as crianças associavam a verbalização do número com a sua escrita numérica, pelo menos com números até 31, por ser o número limite de dias de um mês.

Era rotina que as crianças autoavaliassem o seu comportamento do dia anterior. Caso fosse positivo assinalavam o dia da semana com uma cara feliz, caso fosse mais ao menos, com uma cara amarela, e caso fosse mau, com uma cara vermelha. No final de cada mês faziam a contabilização para determinar se teriam direito a uma recompensa. Esta tarefa permitia realizar contagens e comparar números. O mesmo acontecia quando contabilizavam a meteorologia do mês. Neste caso teriam que determinar qual o estado do tempo, mais frequente, ou seja a moda.

2. Prática de Ensino Supervisionada desenvolvida em contexto de 1.ºCEB

De seguida, será caracterizada a turma na qual foi desenvolvida a PES em contexto de 1.º CEB. Depois, será feita a descrição das atividades desenvolvidas no âmbito deste contexto, tendo em vista a modelação matemática.

2.1. Caracterização da turma

A PES realizada em contexto de 1.º CEB ocorreu numa turma do 2.º ano de escolaridade, a do 2.º B da Escola das Árvores, com a coordenação da professora Graciete Branco. Tratava-se de uma turma constituída por 26 alunos, dos quais 16 eram do sexo masculino e 10 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os sete e os oito anos. Possuíam aptidões muito diversificadas, isto é, na turma existiam alunos com grandes apetência para a área da matemática e outros para a área do português.

A relação com a turma foi bastante favorável o que facilitou o trabalho. Na turma havia alunos que gostavam muito de trabalhar a área da matemática e outros que nem tanto. Por esse motivo, procurou-se cativar estes últimos para lhes mostrar as potencialidades e o propósito da matemática. Para desenvolver essa motivação, relacionou-se a matemática com situações do quotidiano da turma, tendo como influência os ensinamentos da modelação matemática.

Da turma em questão, fazia parte um aluno com mais dificuldades, que estava a ser acompanhado pela Associação de Apoio à Vítima (APAV) e que tinha grandes atrasos a nível cognitivo, necessitando de estímulos extra e de um acompanhamento personalizado para conseguir atingir os objetivos. Uma vez que este aluno fazia parte da turma, não fazia sentido colocá-lo de parte, durante a PES a autora deste trabalho elaborava atividades dirigidas ao seu nível de aprendizagem, para que não se sentisse de parte e pudesse evoluir a nível cognitivo.

Tratava-se de uma turma pouco autónoma, que precisava de auxílio tanto na organização dos seus cadernos como na realização de tarefas. Para combater tal situação, no decorrer das responsabilizações incentivaram-se os alunos a cumprir as tarefas de forma autónoma, sempre assegurando que eram capazes de as concluir. Desta forma, desenvolviam o seu raciocínio, não estando somente à espera que as atividades fossem corrigidas no quadro interativo. Como forma de estímulo realizaram-se reforços positivos, como convocar para falar aqueles alunos que não participavam tanto por iniciativa própria e que tinham mais dificuldades. Esta turma, tinha de ser mantida em constante atividade, caso contrário, começava a dispersar e a piorar o seu comportamento, pelo que se tentou sempre manter os alunos ocupados.

2.2. Descrição das tarefas implementadas em contexto de 1.º CEB

Neste ponto apresentamos tarefas desenvolvidas com a turma do 2.º B. É importante referir que neste âmbito, a estagiária estava responsável pela turma nos três primeiros dias da semana. Como tal, apesar de ter de cumprir o horário da turma possuía a liberdade para intercalar os conteúdos das diferentes áreas, promovendo assim a multidisciplinariedade. A responsabilização ocorreu por três momentos, ou seja, três semanas.

Construção de um gráfico de pontos: “Qual é o fruto preferido do 2.º B?”

Na primeira semana de responsabilização, tanto os conteúdos de português como os conteúdos de estudo do meio relacionavam-se com a alimentação saudável. Relativamente à matemática, coube a leção de um conteúdo do domínio da organização e tratamento de dados.

Para promover a multidisciplinidade relacionou-se o tema inerente ao português e ao estudo do meio com a matemática. Identificaram-se os frutos preferidos de cada um dos alunos, com o objetivo de determinar qual a fruta preferida da turma do 2.º B, após o que se organizaram os dados de tal forma que fosse, mas fácil daí retirar algumas conclusões.

Esta tarefa está incluída na planificação dos dias 7, 8 e 9 de novembro de 2016 (Apêndice B em CD) cujos domínio, subdomínio, descritores, objetivos e recursos se encontram organizados na tabela 5.

Tabela 5-Organização da tarefa: "Construção de um gráfico de pontos".

Área Curricular	Matemática
Domínio	Organização e Tratamento de Dados
Subdomínio	Representar Dados
Metas Curriculares	-Representar dados através de gráficos de pontos e de pictogramas; -Retirar informação de esquemas de contagem, gráficos de pontos e pictogramas identificando a característica em estudo e comparando as frequências absolutas das várias categorias (no caso das variáveis qualitativas) ou classes (no caso das variáveis quantitativas discretas) observadas.
Objetivos	-Identificar um gráfico de pontos; -Organizar os dados recolhidos em esquema de contagem; - Construir um gráfico de pontos a partir de um esquema de contagem; - Retirar corretamente a informação de um gráfico de pontos.
Recursos	-Quadro interativo, cartolina, marcadores.

A aula começou com a apresentação do tema que iria ser abordado e com um questionamento aos alunos com vista à determinação dos seus conhecimentos prévios. Com isto, conseguiu-se perceber quais os pontos que deviam ser focados em primeiro lugar, para assim, dar seguimento ao tema. Este questionamento, permitiu perceber que alguns alunos da turma tinham conhecimento do que era um gráfico e que, por interpretação do nome, consideravam que um gráfico de pontos, era um gráfico formado por pontos.

Como forma de relacionar os conteúdos do estudo do meio com a matemática, ocorreu uma conversa inicial sobre a importância da fruta na sua saúde, e de seguida, os alunos foram questionados sobre qual seria a sua fruta preferida. Posto isso, a seguinte questão foi colocada: *Qual será a fruta preferida da nossa turma?* Uma vez que as respostas eram variadas, os alunos, não conseguiam chegar a um consenso. Então construiu-se um esquema de contagem no quadro interativo.

À vez, cada aluno foi ao quadro interativo representar qual o seu fruto preferido. Caso o seu fruto preferido, ainda, não estivesse referido na coluna destinada aos frutos, o aluno fazia a sua referência e colocava um tracinho na coluna destinada à contagem. Se o seu fruto já estivesse lá representado, ou seja, caso anteriormente algum colega o tivesse referido, então, o aluno, apenas, colocava um traço na coluna das contagens.

Quando todos os alunos se dirigiram ao quadro interativo e representaram a sua preferência, prosseguiu-se para a contagem e construção da coluna das frequências absolutas. Nesta etapa, os alunos já conseguiram perceber que o fruto preferido da turma do 2.º B era o morango, no entanto, o propósito da atividade era a construção do gráfico de pontos.

É importante referir que a construção do esquema de contagem ocorreu da parte da manhã, e a construção do gráfico de pontos ocorreu na parte da tarde, uma vez que no período da manhã não foi possível completar a atividade.

Neste sentido, na parte da tarde, os alunos entraram na sala e foram questionados sobre o que havíamos estado a realizar na parte da manhã. Uma vez lembrados, apresentou-se-lhes uma cartolina na qual estava parcialmente contruído o gráfico de pontos, apenas os dois eixos e o título. No eixo horizontal estavam referenciados os frutos que os alunos haviam salientado na parte da manhã, faltava associar os dados recolhidos na parte da manhã para construir o gráfico de pontos.

Para isso, um aluno foi chamado para junto do gráfico e foi questionado acerca do que deveria fazer para representar o seu fruto preferido no gráfico de pontos, ao que este respondeu que teria que colocar um ponto na coluna correspondente ao seu fruto preferido. Utilizou-se a mesma metodologia com todos os alunos da turma.

Como as duas partes da atividade se concluíram em tempos distintos, havia o risco de terem mudado de opinião. Para prevenir essa situação, e também para que entendessem que ambas as representações continham os mesmos dados, comparou-se o gráfico de pontos construído com o esquema de contagem inicial. A temática era a mesma, então o resultado também deveria ser. O certo é que existia uma diferença, que já havia sido detetada pela estagiária. Para perceber se a turma também chegava a mesma conclusão questionaram-se os alunos sobre a razão de os resultados serem diferentes. Os alunos não chegavam a nenhuma conclusão plausível, então, foram questionados acerca de quantos pontos constituíam o gráfico, ao que os alunos responderam 24. Posto isso, colocou-se outra questão: *Então, quantos alunos tem a nossa turma?* Os alunos responderam: *Somos 26, mas a joaninha não vem porque está na unidade de apoio especial.* Ao que a estagiária respondeu: *Então porque só temos 24 pontos?*

Após colocar esta questão, um dos alunos, percebeu que os resultados eram diferentes porque da parte da tarde estava a faltar um aluno, que tinha ido para a aula de apoio.

Com isto, os alunos conseguiram adaptar as suas conclusões à realidade da sua turma e perceber que, se contabilizarmos o número de pontos do gráfico, percebemos qual a quantidade de elementos da nossa amostra. Os alunos mostraram-se muito entusiasmados com esta descoberta e logo tiraram mais conclusões do gráfico de pontos: determinaram qual o fruto que reuniu mais preferência; qual o fruto que reuniu menos; quais os frutos que tiveram o mesmo número de votos; qual era o segundo fruto mais preferido e perceberam também que cada ponto se referia a um aluno, ou seja, perceberam qual era a amostra.

O facto de estarem a tratar uma temática que lhes dizia respeito, aumentou o seu nível de entusiasmo e motivação, o que faz com que as questões técnicas, relativas aos gráficos de pontos, fossem melhor aprendidas. Também o facto de um aluno ter faltado na parte da tarde, permitiu a criação de uma situação, para a qual os alunos tiveram de raciocinar e que lhes permitiu compreender melhor o conteúdo.

A cartolina onde estava representado o gráfico de pontos relativo ao fruto preferido do 2.º B, ilustrada pela figura 10, foi afixada na parte frontal na sala.

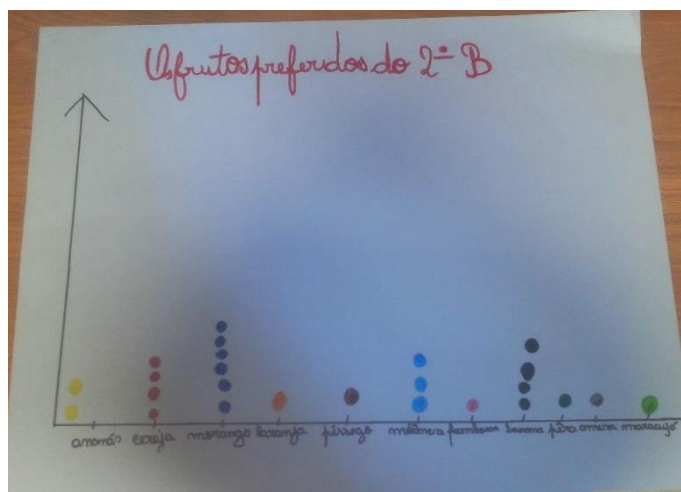


Figura 10- Gráfico de pontos: "Qual é o fruto preferido do 2.º B?"

Para consolidação do conteúdo anterior, poderiam ser apresentadas aos alunos outras propostas, nomeadamente, eleger outras situações, que não os frutos, para a construção do gráfico, questionando os alunos sobre os seus interesses. Posto isso dar-lhes a liberdade para implementarem um estudo individual, ou em grupo, relativo a algo que fosse do seu interesse. Este estudo seria apresentado à turma tendo como produto final o gráfico de pontos e, ainda, as conclusões tiradas pela sua análise.

Para aumentar a componente investigativa apresentamos a possibilidade de colocar uma questão problema à turma, relacionada com a alimentação saudável, tema abordado na semana, como por exemplo: *A turma do 2.º B tem hábitos saudáveis?* Mediante as aprendizagens desenvolvidas na área do estudo do meio e análise do poema: “A menina sem fome” trabalhado na área do português, em grupo, determinariam quais os procedimentos que ditam uma alimentação saudável e realizariam o estudo. No final, teriam que apresentar todo o processo investigativo. Certamente que chegariam a diferentes conclusões, mediante o caminho que optassem por seguir. Para que o conteúdo dos gráficos de pontos fosse trabalhado acautelavam-se os alunos de que a apresentação dos dados teria que ser nesse formato. Ainda assim, os alunos teriam a liberdade de utilizar diferentes recursos na sua apresentação, por exemplo, cartolinas, meios digitais, etc.

Números Pares e Números ímpares

Na segunda semana de responsabilização, que corresponde a planificação dos dias 28, 29 e 30 de novembro, incluída no Apêndice F (em CD) cujos domínios, subdomínios, metas curriculares, objetivos e recursos se encontram organizados na tabela 6, o tema proposto pela professora cooperante foram os números pares e ímpares. Trata-se de uma temática que se relaciona com questões reais, pelo que, a aula se iniciou com um diálogo sobre o que era um *par* e se já tinham ouvido a palavra *par*. Os alunos referiram que sim e enunciaram algumas situações: *um par de sapatos, um par de luvas*, etc. Como os alunos já possuíam a referência da palavra, ou seja, conseguiram identificar o conceito, tendo em conta situações do seu quotidiano, recorreu-se ao manual didático que, positivamente, também fazia esta relação.

Após explorar o livro os alunos centraram a sua atenção no seu corpo e nele encontrarem os pares: referiram em primeiro lugar os olhos, de seguida as orelhas, depois as mãos e os braços, etc. No seguimento foram questionados acerca do porquê de constituírem um par, ao que os alunos responderam que eram pares porque eram sempre dois, generalizando que um par é um conjunto constituído por dois elementos. Desta maneira, os alunos conseguiram chegar ao conhecimento de forma autónoma.

Posto isto, os alunos identificaram os elementos ímpares: o nariz, a boca, o queixo, ou seja, os elementos que não constituem conjunto de dois elementos, e que, por isso, não têm par.

Tabela 6- Organização das tarefas realizadas no âmbito do conteúdo: "Números pares e ímpares"

Área Curricular	Matemática
Domínio	Números e Operações
Subdomínio	Números naturais
Metas Curriculares	-Distinguir números pares e números ímpares utilizando objetos ou desenhos e efetuando emparelhamentos; -Identificar um número par como a soma de parcelas iguais a 2, e reconhecer que um número é par quando é a soma de duas parcelas iguais; -Reconhecer a alternância dos números pares e ímpares na ordem e a paridade de um número através do algarismo das unidades.
Objetivos	-Identificar situações da vida real que envolvam pares; - Identificar situações da vida que envolvam ímpares; - Distinguir números pares de números ímpares; - Identificar um par como um conjunto com dois elementos; - Reconhecer a alternância dos números pares e ímpares na ordem.
Recursos	-Quadro interativo.

Até este ponto os alunos já tinham entendido que o número um era um número ímpar e que o número dois era um número par, pelo que se deu continuidade à sequência dos números questionando se o número três era par ou ímpar. Alguns alunos não responderam corretamente, então, convocaram-se três alunos para ir à frente da sala e referiu-se que íamos formar pares de dança, considerando que, para dançar eram necessários dois elementos.

Desta forma, juntaram-se dois alunos (que formavam um par de dança) e os alunos constatarem que um deles não tinha par, então chegaram à conclusão de que o número três é ímpar. Posto isto, convocou-se outro aluno à frente e perguntou-se aos alunos acerca do que iria acontecer agora. Referiram que o menino, que anteriormente não tinha par, agora já poderia constituir par com o menino novo. Então, consideraram que o número quatro era par. A atividade prosseguiu, até que os alunos perceberam que os números pares e os números ímpares se alternavam, ou seja, que depois de um número par surge sempre um número ímpar, e que depois de um número ímpar surge sempre um número par.

O conteúdo foi abordado por meio de uma situação representativa da realidade, o que permitiu que os alunos conseguissem concretizar e visualizar convenientemente, o conteúdo em questão, com compreensão.

Posto isto, os alunos efetuaram alguns exercícios de consolidação sobre números pares e números ímpares, e registaram nos seus cadernos.

Para inculcar as regras de adição de números pares e ímpares recorreu-se a uma metodologia semelhante à usada para iniciar o conceito de números pares e números ímpares. Neste sentido consideramos as seguintes situações:

- *Somar um número par com um número ímpar*- Solicitou-se um conjunto de alunos *par* e depois um de números *ímpar* e verificou-se que o resultado era um conjunto de alunos *ímpar*, porque o elemento do conjunto de alunos *ímpar* não conseguiu formar *par* com nenhum elemento do outro conjunto pois já todos tinham *par*.

- *Somar dois números pares*- Chamou-se um conjunto de alunos *par* de depois outro *par* e verificou-se que o resultado era um conjunto de alunos *par*, pois todos os alunos podiam formar *par*.

- *Somar dois números ímpares*- Convocou-se um conjunto de alunos *ímpar* e outro *ímpar* e verificou-se que o resultado era *par*. Pois os elementos que não tinham *par* (em cada um dos conjuntos) formaram *par* entre si, deixando, assim, de existir elementos sem *par*.

Atividades como esta foram repetidas com diferentes materiais, como lápis e tampas de garrafa e, por fim, registadas nos cadernos diários, nas quais também, foram colocadas as operações que serviriam de exemplo.

Para consolidar estes conhecimentos era necessário que os alunos praticassem e os aplicassem a novas situações. Neste sentido, no final da semana, de responsabilização, ou seja, na quarta-feira, resolveu-se uma ficha de exercícios, disponível no Apêndice F1 (em CD), na qual tiveram oportunidade de aplicar os conhecimentos obtidos. De realçar que esta ficha de trabalho era adaptada à realidade e ao seu quotidiano dos alunos do 2.º B (Apêndice F1).

Na figura 11 observamos a primeira tarefa da ficha de trabalho sobre os números pares e ímpares, que era inspirada numa aluna da turma, a Alice, que possuía uma certa aversão à matemática.

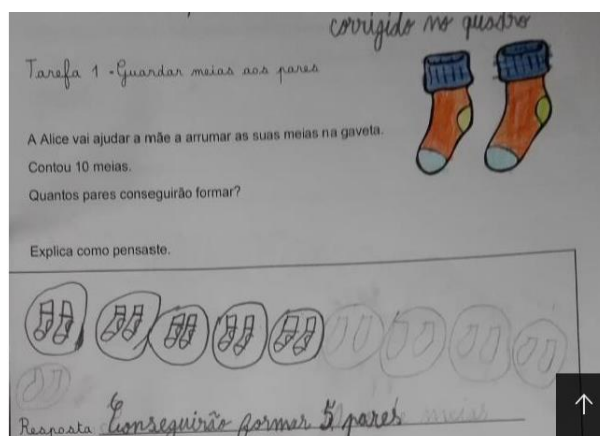


Figura 11- Tarefa 1: "Guardar meias aos pares"

Para a tarefa de guardar meias constituem-se pares, pois só, assim, faz sentido, visto que um dos elementos do corpo humano que forma par são os pés. O facto de referir a aluna em questão no enunciado do problema, não se tratou de um ato inocente, ou seja, esta era uma aluna com dificuldades em relação à matemática. Com este exercício procurou-se motivar a aluna, na medida em que esta corrigiu a referida tarefa. De facto, a aluna mostrou interesse e motivação pelo facto de vivenciar, ainda que de forma fictícia, uma atividade que na realidade poderia concretizar com a sua mãe.

A figura 12 representa a tarefa dois da ficha, denominada: *O número de elementos da minha turma é par ou ímpar?*

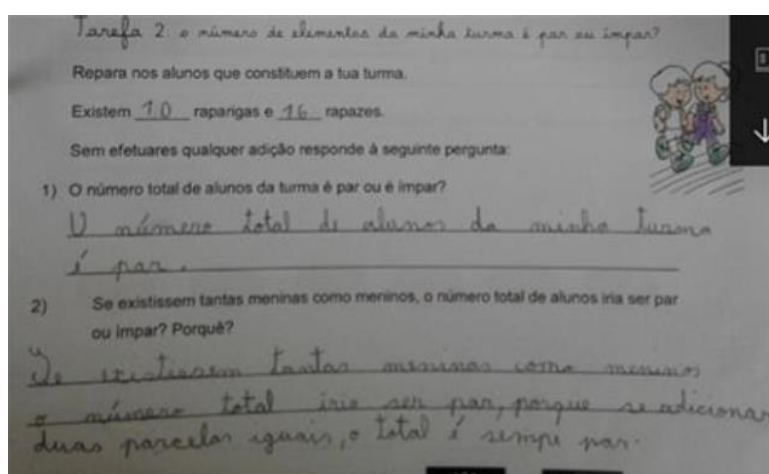


Figura 12- Tarefa 2: "O número de elementos é par ou ímpar?"

Para a sua concretização, os alunos tiveram que, em primeiro lugar, determinar por quantos rapazes e por quantas raparigas era constituída a turma. Para isso, optaram por contar diretamente, no entanto, poderiam ter optado por outros processos, como por exemplo, formar pares e verificar se todos os alunos tinham par. A este nível tiveram liberdade para optarem pela resolução pretendida.

A tarefa era constituída por duas questões. Com a primeira questão pedia-se aos alunos que indicassem se o número de alunos da turma era par ou ímpar. Para responder a esta questão, os alunos não necessitaram efetuar cálculos. Uma vez que o número de raparigas era par e o número de rapazes também era par, da sua resultava, obrigatoriamente, um número par, logo, o número de alunos da turma do 2.º B é par. É importante referir que para alcançar este resultado os alunos incluíram a aluna que estava na sala de ensino especial. Decidiu-se questionar os alunos do que aconteceria se na resposta a colega não tivesse sido considerada. Os alunos conseguiram perceber que, nesse caso, o número de alunos da turma seria ímpar, evidenciando, assim, os conhecimentos relativos à alternância de números pares e de números ímpares.

A tarefa três da referida ficha de trabalho, mais uma vez se refere à turma do 2º B e ao seu quotidiano, pois retratava uma situação vivida pela turma, a cerimónia de hasteamento da bandeira Eco escola. Efetivamente, na semana anterior, a turma do 2.º B havia participado nesta cerimónia, comprovativa do bom desempenho da escola a este nível. No dia dessa atividade, a turma saiu da sala de aula de forma ordeira, organizada em pares. Uma vez que o conteúdo a lecionar, nesta semana, foram os números pares e ímpares, fazia todo o sentido realizar esta relação, uma vez que se tratou de uma situação na qual os alunos vivenciaram a formação de pares.

Neste sentido, o enunciado da situação problemática pedia aos alunos que, em primeiro lugar, relembassem a situação referenciada, ou seja, a saída para o hasteamento da bandeira e percebessem que, na realidade, viveram a situação de formar pares, e que tal foi uma mais valia para o seu desempenho. Posto isto, pediu-se aos alunos que indicassem quantos pares tinham conseguido formar nessa situação.

De uma forma geral, os alunos foram capazes de chegar ao resultado pretendido. Em primeiro lugar, lembraram se todos os alunos da turma haviam participado. Chegaram à conclusão que sim, excetuando a aluna com necessidades educativas especiais que se dirigiu à atividade acompanhada pela sua terapeuta, o que implica que, efetivamente, saíram da sala de aula naquele dia 25 alunos. Uma vez chegados a esta conclusão, os alunos optaram por resolver o exercício através de esquemas, uns mais complexos que outros. Na figura 13 podemos ver o exemplo de um aluno que se empenhou na realização desta tarefa, motivado pelo ponto fulcral desta serem os alunos da sua turma.

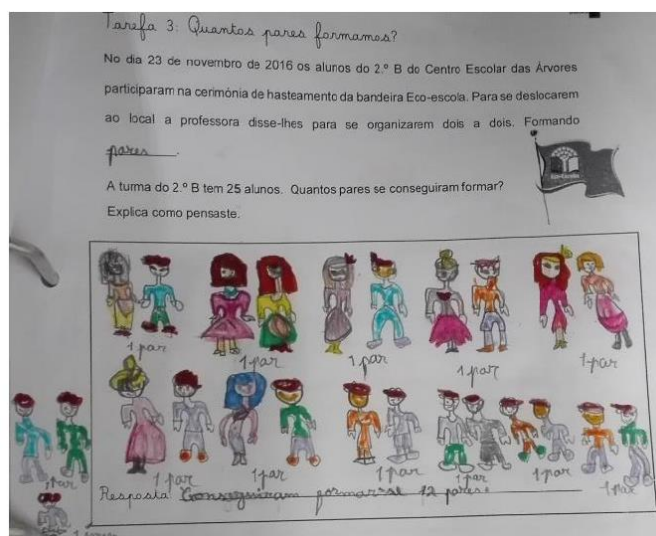


Figura 13- Tarefa 3: "Quantos pares formamos?"

Para a sua resolução, o aluno optou por desenhar os alunos da turma, agrupando-os em pares. Percebeu que nem todos os alunos haviam tido par, uma vez que o número de alunos considerados era ímpar e que, nesse dia, conseguiram formar 12 pares. Outros alunos optaram, simplesmente, por representar os alunos por tracinhos, no entanto, o resultado obtido foi igualmente 12 pares.

A concretização desta tarefa foi bastante vantajosa, uma vez que através da observação se verificou que os alunos se mostraram entusiasmados, por esta representar uma situação por eles vivenciada, que tiveram que recordar. Mostraram grande empenho, uma vez que se esforçaram por apresentar um bom trabalho. Para além disso, notou-se que os alunos se sentiram orgulhosos por chegar à resposta, à semelhança do que acontecia com todos os exercícios representativos da sua realidade.

Estas tarefas podem se consideradas alusivas a modelação matemática, essencialmente no público alvo, a turma do 2.º B, uma vez que foram elaboradas tendo em conta as suas especificidades. Contudo as etapas de modelação matemática, referidas no capítulo I deste trabalho não foram integralmente cumpridas.

Relativamente ao conteúdo dos números pares e ímpares os alunos poderiam ter realizado pesquisa sobre o tema, e determinar eles próprio o significado de ser par ou ímpar. Posteriormente, poderiam pesquisar situações do quotidiano representativas de pares e ímpares que seriam apresentadas à turma. Para além disso, poderia ter-se realizado uma tarefa em que os alunos chegassem a conclusões relativamente às adições de números pares e ímpares. Para isso, dividia-se a turma em grupos aos quais se davam um conjunto de situações, relacionadas com o quotidiano, que tivessem que dramatizar, entendendo os procedimentos de forma concreta, para posteriormente generalizar.

Os múltiplos de cinco, de dez e quinta parte

Na última semana de responsabilização lecionou-se a tabuada do cinco e do dez e a quinta parte de um número, como consta na planificação dos dias 16,17 e 18 de janeiro (Apêndice G em CD) cujos domínios, subdomínios, metas curriculares, objetivos e recursos se encontram organizados na tabela 7.

Como forma introdutória da tabuada do cinco recorreu-se à realidade. Para isso, pediu-se aos alunos que indicassem conjuntos de cinco elementos que conhecessem. Perante isto, os alunos indicaram o conjunto dos dedos de cada mão e de cada pé. Uma vez que já se previa que

esta fosse a resposta todo o ensino da tabuada do cinco se centrou nos dedos das mãos, como exemplo apresenta-se um diálogo estabelecido entre a estagiária e os alunos:

- Se eu levantar uma só mão, quantos dedos mostro?
- 5 dedos.
- Porque?
- Porque cada mão tem 5 dedos.
- E se eu levantar duas mãos? Quantos dedos mostro?
- 10 dedos.
- Porque?
- Porque $5+5 = 10$
- Então 2 vezes o número 5 é 10.

Tabela 7-Organização das tarefas realizadas no âmbito do conteúdo: “Múltiplos de cinco, de dez e quinta parte”.

Área Curricular	Matemática
Domínio	Números e Operações
Subdomínio	Números naturais
Metas Curriculares	-Reconhecer que o produto de qualquer número por 1 é igual a esse número e que o produto de qualquer número por 0 é igual a 0. -Construir e saber de memória as tabuadas do 2, do 3, do 4, do 5, do 6 e do 10; -Utilizar adequadamente os termos “dobro”, “triplo”, “quádruplo” e “quintuplo”; -Resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório; -Utilizar os termos “metade”, “terça parte”, “quarta parte” e “quinta parte”, relacionando-os respetivamente com o dobro, o triplo, o quádruplo e o quintuplo;
Objetivos	- Identificar situações da vida real que envolvam grupos de 5; - Reconhecer que o produto de qualquer número por 1 é igual a esse número; - Reconhecer que o produto de qualquer número por 0 é igual a 0. - Construir a tabuada do 5; - Saber de memória a tabuada do 5; - Reconhecer que obtemos o quintuplo de um número quando o multiplicamos por 5; - Resolver corretamente problemas; - Reconhecer a quinta parte como sendo uma parte de 5; - Reconhecer que ao longo da tabuada do 5 o algarismo das unidades alterna entre o 5 e o 0; - Reconhecer o 10 como sendo o dobro de 5; - Reconhecer que se obtém a tabuada do 10 pelo dobro da tabuada do 5; - Reconhecer que ao longo da tabuada do 10 o algarismo das unidades é sempre 0; - Resolver corretamente problemas envolvendo situações da vida real;
Recursos	-Quadro interativo

Como verificamos a sua abordagem tem por base uma característica do corpo humano: a mão com cinco dedos. Atentamos que com esta metodologia os alunos conseguiram entender qual o sentido desta tabuada, uma vez que a visualizaram. Para além disto, aludir a algo concreto, como é o caso dos dedos das mãos, permitiu abordar de forma, suficientemente, concreta, e serviu de ponto de partida para a sua abstração.

Para sintetizar e consolidar este assunto, desenvolveu-se um jogo, no qual os alunos teriam que construir a tabuada numa cartolina. Para isso, faziam corresponder os fatores ao seu produto. Por exemplo, encontrar o cartão representativo do 5×2 e associá-lo ao cartão com o número n.º 10. Esta construção foi afixada na parede da frente da sala para que os alunos a pudessem consultar, sempre que necessário e, ainda, para a que a visualisassem e, assim, interiorisassem.

Nesta semana também se abordou o conceito de quinta parte. Uma vez que se trata, ainda, de um conceito muito abstrato, para esta faixa etária, a sua abordagem seria de forma muito concreta. Para isso, distribuiu-se um retângulo dividido em cinco partes iguais, que os alunos colaram no seu caderno. O material foi mostrado à turma e, em conjunto, contaram-se as partes que dividiam o retângulo. De seguida, considerou-se, apenas, uma parte das cinco disponíveis, a quinta parte do retângulo. Os alunos nos seus cadernos pintaram a parte correspondente à quinta parte e registaram o seu valor.

Refira-se que esta estratégia não decorreu da melhor maneira, e poder-se-ia ter desenvolvido outra atividade, no entanto, devido a quantidade de tarefas que deveriam ser realizadas não foi possível fazer mais. Como complemento apresentou-se um documento em forma de *PowerPoint* sobre frações, aos alunos, no qual estes perceberam as bases do seu funcionamento, ou seja, que no denominador se coloca o n.º de partes possíveis de considerar e no numerador o n.º de partes consideradas efetivamente. Consideramos que, provavelmente não foi o momento oportuno para introduzir estes conceitos, uma vez que os alunos não compreenderam efetivamente aquilo que estava implícito, mas sim compreenderam uma maneira de proceder, como se de um jogo se tratasse. Para além disto, no momento em que o conceito de quinta parte foi introduzido os alunos ainda não haviam aprendido o conceito de divisão, o que dificultou ainda mais a sua abordagem.

Como forma de consolidação dos conteúdos desta semana de responsabilização propôs-se a realização de uma ficha de trabalho, correspondente ao Apêndice G1(em CD). Ao contrário do que sucedeu aquando da leção dos números pares e ímpares, os exercícios da referida ficha de trabalho não eram centrados na turma do 2.ºB, mas sim em situações

representativas de um quotidiano comum. Uma vez que nesta semana se lecionou a tabuada do cinco e do dez, fez-se a ponte para uma situação comum do quotidiano, a utilização do dinheiro, utilizando as notas de 5€ e de 10€. Nesta lógica, elaboraram-se problemas nos quais os alunos tivessem que relacionar e utilizar o dinheiro, procurando sempre que fossem trabalhadas as tabuadas do cinco e do dez.

A primeira tarefa da ficha de trabalho (figura 14) ilustrava uma situação que podia representar o quotidiano dos alunos da turma do 2.º B: uma ida às compras, a uma papelaria.

Tarefa: Ida às compras

A Rita, o João e o Rafael, foram à papelaria da escola e fizeram as suas compras

Lista de Preços	
Lápis de cor	2€
Cadernos	3€
Caneta	2€
Borracha	1€
Alfê	4€

A Rita comprou: 1 caixa de lápis de cor, 10 cadernos e 5 canetas
 O João comprou: 5 alfê, 10 canetas e 5 cadernos.
 O Rafael comprou: 10 borrachas

1. Quanto gastou cada um?

Rita

$1 \times 2 = 2€$
 $10 \times 3 = 30€$
 $5 \times 2 = 10€$
 $2 + 30 + 10 = 42€$

João

$5 \times 4 = 20€$
 $10 \times 2 = 20€$
 $5 \times 3 = 15€$
 $20 + 20 + 15 = 55€$

Rafael

$10 \times 1 = 10€$

Resposta:
 A Rita gastou 42€, o João gastou 55€ e o Rafael gastou 10€.

2. Qual dos três amigos gastou mais dinheiro na ida às compras?
 O amigo que gastou mais dinheiro foi o João.

Figura 14- Tarefa: "Ida às compras"

Apresentou-se aos alunos um preço, no qual constavam os produtos e o seu preço. Indicou-se, também, o que cada aluno havia comprado, a fim de determinarem quanto dinheiro cada menino tinha gasto. De realçar que, numa situação normal os preços não seriam tão relacionados com os múltiplos de 5 e de 10, no entanto, esta tarefa foi adaptada e simplificada para poder, através dela, consolidar as tabuadas do 5 e do 10. Trata-se de uma tarefa, que foi pensada para representar uma situação do quotidiano, adaptada para estes conteúdos. Assim, os alunos perceberam a utilidade da matemática, por exemplo, numa simples ida às compras, atribuindo-lhe um propósito.

Para a resolução da tarefa os alunos adotaram várias metodologias. Alguns recorreram ao desenho, outros aos esquemas e outros utilizaram apenas cálculos. Nem todos os alunos recorreram à multiplicação na sua resolução. Alguns optaram por realizar adições sucessivas e

assim chegar ao resultado. Por outro lado, outros alunos conseguiram tirar total partido da realização do exercício, no que diz respeito aos conteúdos aprendidos recentemente, uma vez que na sua resolução utilizaram as tabuadas do 5 e do 10.

A tarefa era constituída por um total de três questões. Na primeira, os alunos tinham que determinar quanto gastou cada aluno na sua ida às compras, na segunda tinham que perceber qual dos três gastou mais dinheiro, e por fim, na última questão os alunos tinham que determinar quanto dinheiro haviam gasto os três alunos.

Com esta tarefa os alunos aplicaram os conhecimentos obtidos para resolver uma situação representativa do quotidiano, e com a qual, futuramente, se podem vir a deparar. O exercício quatro da tarefa (figura 15), representa uma situação da vida real, o dinheiro. A escolha deste exercício não foi inocente, já que, se o propósito da semana de responsabilização eram a tabuada do cinco e do dez, fazia todo o sentido considerar as notas de cinco euros, e mais a frente, também as de dez euros.

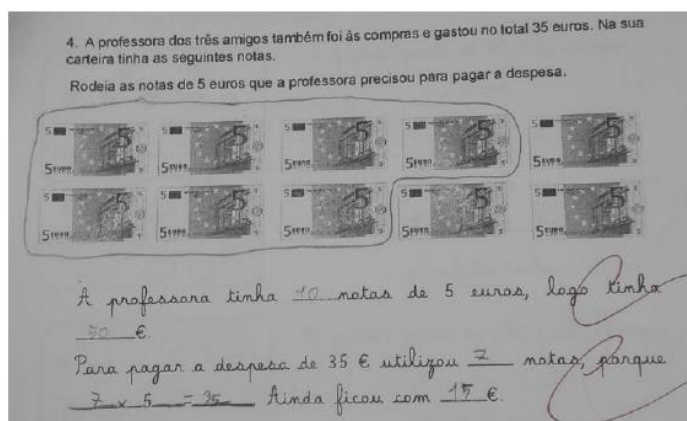


Figura 15- Continuação da tarefa: "Ida às compras".

Neste exercício era dito aos alunos que a professora, tinha na carteira muitas notas de cinco euros, e que tinha que pagar uma despesa de 35 euros. Perante isto, os alunos tinham que determinar quantas notas a professora iria gastar. Para isso, os alunos recorreriam à tabuada do cinco, para perceber quantas notas de cinco euros precisariam para perfazer um total de 35 €.

Para além disso, o exercício, ainda, pedia que os alunos calculassem quanto dinheiro a professora tinha na carteira, sabendo que tinha dez notas de cinco euros. Os alunos identificaram o resultado da multiplicação de dez por cinco e chegaram a resposta 50. Era ainda pedido que os alunos soubessem quanto dinheiro restou na carteira da professora, ou seja, quanto dinheiro sobrou, conforme mostra a figura 15. Mais ainda, estas situações certamente que fazem ou farão parte do dia a dia dos alunos, por isso, é importante que estas noções matemáticas estejam consolidadas.

No exercício cinco da tarefa, representado na figura 16, relacionam-se não com situações do quotidiano comum, mas sim com questões relacionadas com o aluno e o meio em que está envolvido.

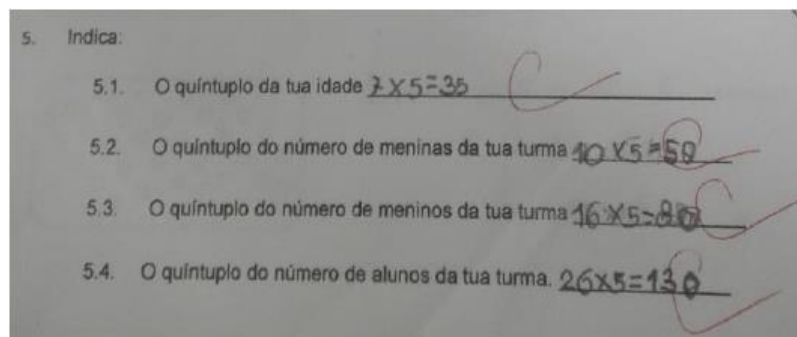


Figura 16- Exercícios de aplicação do quíntuplo

Pretende-se que indique o quíntuplo da sua idade, o quíntuplo do número de meninas da turma, o quíntuplo de meninos da turma e ainda o quíntuplo do número de alunos da turma. À semelhança do que ocorreu na segunda semana de responsabilização, quando da lecionação dos números pares e ímpares, os alunos tiveram que recolher informações extra matemáticas para poder aplicar os conceitos matemáticos pedidos. Neste caso, os alunos tiveram que, necessariamente, recolher informações relativas à sua própria idade, ao número de meninas da turma, ao número de meninos da turma e, ainda, ao número total de alunos. Relativamente às últimas três questões, o resultado foi igual para todos os alunos da turma, no entanto, relativamente à primeira questão, tal já não acontece, pois nem todos os alunos da turma têm a mesma idade. Deparamo-nos com mais um problema no qual os resultados dependem do contexto, se aplicado noutra qualquer turma, o resultado será necessariamente diferente.

Com o exercício oito da tarefa, representado na figura 17 pretendia-se que os alunos realizem trocas monetárias, isto é, trocar uma nota de 50€ por várias notas de 5€.

É importante referir que esta situação, representativa do quotidiano, foi adaptada para os conteúdos relativos às tabuadas do cinco e do dez.

Simplificou-se uma situação do quotidiano, tal como a modelação matemática sugere. À semelhança do que sucedeu com outros exercícios do género, aplicados na turma, nos quais se pedia que os alunos resolvessem este tipo de situações, podemos considerar que estes agradaram aos alunos, uma vez que era algo que não estavam habituados a resolver. De referir, ainda, que para a sua resolução, os alunos realizaram esquemas possibilitando a organização do seu raciocínio

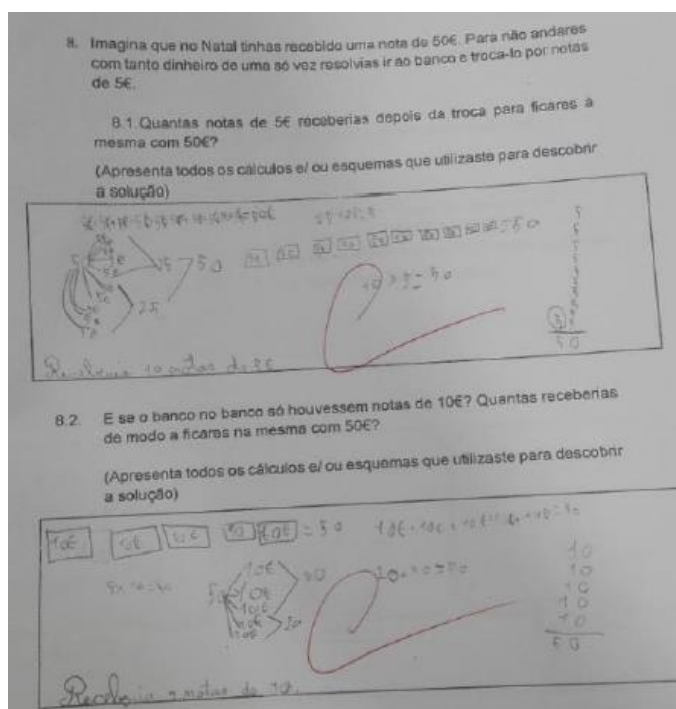


Figura 17- Exercícios sobre trocas monetárias.

O facto de adequar as tarefas ao contexto do seu público alvo, permite aumentar o grau de motivação em relação à abordagem matemática. É certo que outro tipo de tarefas poder-se-iam ter sido implementadas no âmbito da modelação matemática, mais elaboradas, nas quais os alunos tivessem um papel mais ativo, como por exemplo, realizar investigações, seguindo todas as etapas que compõem o processo de modelação matemática. Para consolidação do conteúdo dos múltiplos de cinco e de dez poderia ter sido apresentado à turma uma situação, na qual, tivessem que realizar trocas monetárias, utilizando réplicas de notas e moedas. Desta forma, os alunos, tendo apenas notas de 5€ e moedas de 5 cêntimos, determinariam quantas precisavam de dar para perfazer uma certa quantia de dinheiro. O mesmo poderia suceder com notas de 10€ e moedas de 10 cêntimos. Desta forma, utilizariam algo real, como o dinheiro, ao mesmo tempo que consolidariam conteúdos matemáticos. Esta tarefa poderia ser realizada através de dramatizações e posteriormente organizada em cartazes para afixação na sala de aula.

Para que concretizassem melhor os conteúdos relativos à quinta parte de um número poderia levar-se para a sala de aula objetos reais que pudessem ser divididos em partes iguais, nomeadamente, pizzas, bolos, chocolates, frutos (maças, peras, melão, etc.), e constituir grupos de 5 elementos, nos quais se faria a divisão em cinco partes, sendo que cada elemento do grupo ficaria com um quinto. Os alunos registariam as conclusões nos seus cadernos através de desenhos ou esquemas.

No decorrer da PES em contexto de 1.º CEB não foi possível realizar este tipo de tarefas, o que constitui uma desvantagem para a aprendizagem dos alunos. Por outro lado, a preparação académica na área da modelação matemática ainda era escassa, não havendo a segurança necessária para a implementação desta metodologia em sala de aula.

Capítulo III- Investigação sobre práticas de ensino: a modelação matemática

Neste capítulo começamos com uma parte teórica, no qual relatamos a perspetiva que professores e futuros professores possuem em relação à utilização da modelação matemática nas suas aulas, tendo em conta investigações anteriormente desenvolvidas. Depois, apresenta-se o estudo implementado com professores e futuros professores de Educação Pré-Escolar e do 1.º CEB, com vista a determinar se a modelação matemática é uma metodologia considerada para a área da matemática. Para isso, pretende-se dar resposta às seguintes questões de investigação.

Os atuais e futuros educadores/professores recorrem a situações da vida real para a lecionação de conteúdos matemáticos?

Os atuais e futuros educadores/professores acham que o recurso a este tipo de metodologias é benéfico para o ensino?

Os atuais e futuros educadores/professores conhecem a modelação matemática? E utilizam-na? Relativamente a esta questão determinar-se-á se, na sua formação académica, tomaram contacto com esta metodologia e se tal, influencia, ou não, a sua utilização em sala de aula.

Para além disso, pretende-se, determinar se de entre os professores que conhecem o conceito, este está correto e completo, ou se apenas o associam ao recurso a situações da realidade. Comparar-se-ão também as respostas apresentadas por atuais e futuros educadores/professores, com a bibliografia existente sobre o tema. Por fim, determinar-se-á se no entendimento dos atuais e futuros professores, os programas oficiais dos níveis de ensino em estudo, nomeadamente as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar, homologadas em 2016, e o Programa e Metas Curriculares para o 1.º CEB, homologados em 2013, incentivam, ou não, a relação da matemática com situações da realidade e do quotidiano dos alunos e, por consequência, a utilização de metodologias como a modelação matemática. Aliado isso, dar-se-á resposta à seguinte questão: *Os atuais e futuros educadores/professores utilizam metodologias adequadas a cada uma das turmas que lecionam? E porque motivo não utilizam diferentes metodologias?*

Numa primeira análise, prevê-se que esta metodologia seja pouco conhecida pelos participantes do estudo, ainda que seja vantajosa. Com este estudo, determinar-se-á se a nossa

previsão é correta, aferindo se há conexão da matemática com outras áreas da realidade e do currículo e se há encorajamento por parte dos documentos oficiais de ensino, para a sua relação.

1. A perspetiva de professores e futuros professores relativamente à utilização da modelação no ensino da matemática

A utilização da modelação matemática em sala de aula é vantajosa, uma vez que promove a motivação, facilita a aprendizagem, prepara os alunos para utilizarem conceitos matemáticos em outras áreas da realidade, possibilita o desenvolvimento de habilidades gerais de investigação, no entanto, uma das desvantagens da sua utilização corresponde à insegurança que os docentes possuem neste tema (Campos & Matos, 2018a). Embora, segundo Barbosa (2004c), a encarem com simpatia e se identifiquem com os argumentos, que ditam as vantagens da modelação matemática, e reconheçam a pertinência da utilização de tarefas neste âmbito, identificam alguns obstáculos à sua utilização, nomeadamente a insegurança em relação ao tema. O autor analisou a relação existente entre os professores e a modelação matemática em diferentes contextos: enquanto alunos de cursos que conferem habilitação para a docência; a conceção dos professores sobre esta metodologia; e a prática de modelação do professor em sala de aula.

Relativamente à situação dos professores enquanto alunos, Barbosa (2004c) refere que tomam contacto com a modelação matemática em espaços de formação inicial e continuada, embora possam não ter tido experiências de modelação matemática em períodos anteriores, o que afeta o seu desempenho aquando da tentativa de implementação de uma tarefa de modelação com os seus alunos. Assim, se enaltece a importância da formação académica em modelação matemática, tendo em vista o seu possível uso em sala de aula. Num estudo realizado por Campos e Matos (2018a), que corresponde a uma fase preliminar do que agora se apresenta neste trabalho, verificou-se que num grupo de professores que lecionam os primeiros anos do ensino básico, a formação académica na área da modelação matemática era deficitária. Ao mesmo tempo, nesse estudo as autoras apuraram que a percentagem de educadores/professores que não conheciam o conceito de modelação matemática era considerável.

Para que os futuros professores possam utilizar de forma correta a modelação matemática com os seus alunos, é importante que tomem contacto com ambientes onde possam ganhar experiência, nomeadamente na área onde se revelam as maiores dificuldades, a interpretação dos resultados no contexto real.

Neste sentido, Jacobs e Durandt (2017) consideram que, no decorrer da formação inicial os futuros professores devem desenvolver atividades de modelação matemática de maneira a que se tornem mais singulares e entendam a importância de analisar os modelos matemáticos produzidos, para entender se estes fazem sentido em relação à situação real em questão. De resto, esta é uma das etapas do processo de modelação matemática. Ao não serem consideradas e comparadas as respostas obtidas pelos alunos com a realidade da qual se extraiu a situação problemática, então, naturalmente, não faz sentido, uma vez que com essa comparação é possível aferir se as respostas são válidas ou não, tendo em conta o contexto. Conforme referem Nakayama e Santos (2018) o contacto do professor com a modelação matemática deve ocorrer antes da proposta aos seus alunos, para que este se familiarize com os procedimentos. Relembra-se, ainda, o importante papel que o professor tem neste ambiente de aprendizagem, sendo prioritário que possua a devida formação.

Defende-se que os professores realizem, eles mesmos, atividades de modelação matemática de modo a que o seu conhecimento a este nível seja alargado. Ao realizarem atividades deste género, os professores, enquanto alunos, tendem a desenvolver uma perspectiva mais dinâmica da matemática, bem como, terão uma maior noção da sua real importância na sociedade, conforme sugerem Nakayama e Santos (2018). De realçar que, conforme os autores anteriores referem, o facto de o professor realizar atividades de modelação matemática por si mesmo, fornece-lhe ferramentas importantes para a sua prática letiva, uma vez que o ajuda na descoberta de novas formas de resolução de problemas, enquanto atribui um significado aos conhecimentos matemáticos estudados. Neste sentido Roma (2003) citado por Barbosa (2004c), verificou, no seu estudo que os professores que tinham contacto com a modelação matemática podiam não a utilizar de forma assumida em sala de aula, mas recorriam a ela na elaboração de tarefas similares. Este facto, permite-nos afirmar que a modelação matemática fornece ferramentas importantes para que o professor adquira novos conhecimentos relativos à matemática e ao seu ensino. Neste contexto, Bobis e Maasepp (2014) defendem a inclusão de cursos adicionais nesta área. Da mesma forma que o professor deve ser capaz de proporcionar experiências significativas e capazes, o formador, desses cursos, deve ser capaz de fazer com os professores que está a instruir. Conforme referem Ribeiro e Powel (2018), a formação académica na área é de extrema importância pois muitos professores ensinam matemática da mesma forma que aprenderam, tendo também crenças relacionadas com o ensino e a aprendizagem, que uma metodologia como a modelação poderia contrariar.

Uma vez analisada a relação do professor, enquanto aluno, com a modelação matemática, importa agora entender a perspectiva dos professores em relação ao tema. Relativamente a este tema, Barbosa (2001) realizou um estudo com três futuras professoras que consideravam a modelação importante para a aprendizagem da matemática e, ainda, sobre a capacidade de os alunos resolverem problemas do dia a dia. Embora reconheçam a pertinência do tema também apresentam alguns obstáculos à sua utilização, entre os quais, o desconhecimento acerca do modo de operacionalização das atividades de modelação matemática em sala de aula. Ou seja, os professores não possuem o conhecimento necessário para poderem implementar atividades de modelação matemática. Para além disso, em contexto escolar predominam os programas pré-estabelecidos para os quais já existem rotinas estabelecidas. A este nível, Ribeiro e Powel (2018) consideram que os professores, que recorrem à modelação matemática, não devem ter a preocupação em reproduzir os conteúdos matemáticos constituintes do currículo, não querendo dizer que estes não sejam lecionados.

Um dos argumentos que promove a insegurança dos professores face à utilização da modelação matemática, é a sua falta de preparação na área, neste sentido, Barbosa (2004c) defende que a existência de experiências prévias na área da modelação determinara a maneira como os professores a encaram. Em alguns casos, os professores que tomam contacto com a modelação matemática ficam mais empolgados e tendem a utilizá-la em sala de aula, noutros tal não acontece, embora os professores o desejem.

Em consonância com o que vimos a referir é importante que os professores tenham a oportunidade de, autonomamente, desenvolver atividades de modelação matemática seguindo todos os passos do processo de modelação. De facto, de acordo com Barbosa (2004c) é necessário que possuam a experiência própria e não, apenas, conheçam esta metodologia por meio de leituras, ou seja, não conheçam apenas a teoria. Ao terem conhecimento prático sobre o tema, sentir-se-ão mais seguros para poder implementar tarefas de modelação matemática em sala de aula. Ainda assim, o autor destaca o facto de não ser suficiente que o professor tenha a experiência de realizar atividades de modelação matemática como se fosse aluno, mas também que saiba orientar uma atividade deste género como professor. Assim, é importante que exista uma formação acertada dos professores nesta área, que deve assentar em dois critérios. Por um lado, devem ser proporcionadas ao professor experiências de modelação matemática como aluno, ou seja, onde os professores possam passar pelo processo de crítica e desenvolvimento de várias atividades de modelação matemática, isto é, possam realizar estas tarefas e saber o desenrolar do seu processo. Por outro lado, o professor deve ter formação de maneira a que seja

capaz de discutir as tarefas de modelação matemática como professor, isto é, seja capaz de orientar e discutir, com os seus alunos, as tarefas de modelação matemática implementadas, de maneira a que consiga que os alunos a aproveitem da melhor forma.

De acordo com Luna e Souza (2014) a formação na área da modelação matemática tem-se restringido a cursos de curta duração. As autoras assinalam que em cursos de formação de professores na área assentam na “natureza social da matemática” (p.65). Apontam os temas do dia a dia como os eleitos para estabelecer o diálogo com os alunos, relativamente ao papel da matemática na sociedade. Por outro lado, apresentam como outra ação relevante na formação de professores, a ampliação dos conhecimentos matemáticos dos professores dos anos iniciais, para que assim, no decorrer do processo de modelação matemática, possam optar por outros conteúdos matemáticos relacionados com a situação. Consideram importante que os professores tomem contacto com análises e estudos relacionados com a matemática dos anos iniciais e seguintes, alargando o seu conhecimento. Os cursos de formação de professores em modelação matemática, devem albergar momentos em que o formador estimule, nos futuros professores, a identificação dos conteúdos que podem ser mobilizados para a resolução de uma situação problemática real, considerada anteriormente. De notar que, de acordo com as autoras, os professores devem ter noção de que a abordagem matemática do tema não deve constituir o ponto central nem o ponto de partida, mas sim fazer parte de todo um processo, neste sentido, devem mobilizar-se outros domínios, para além da matemática, sejam eles curriculares, ou não. Os professores devem fazer uma adaptação das tarefas por eles já realizadas para a implementação da modelação matemática em sala de aula (Luna & Souza, 2014).

Num estudo realizado por Matos e Campos (2018), que complementa o de Campos e Matos (2018a) questionaram-se os educadores/professores acerca da sua posição perante a possibilidade de relacionar a matemática com outras áreas do quotidiano e com outras áreas do currículo, ao que verificaram que os educadores/professores participantes, o consideravam vantajoso. De acordo com as autoras, embora os participantes do estudo não conheçam o conceito de modelação, na sua forma mais estruturada e formal, consideram que algumas das suas fases, nomeadamente, a consideração de uma situação real e a aproximação da matemática às situações extra-matemática, são vantajosas para o ensino dos seus alunos. Para além disso, uma percentagem dos educadores/professores que afirmaram não recorrer à modelação matemática, utilizam este tipo de metodologias nas suas aulas. Neste sentido, Campos e Matos (2018b) consideram que embora não recorram, verdadeiramente a modelação matemática, utilizam, pelo menos, uma das etapas o que é já um começo. Acreditam que, com a devida

formação, os docentes utilizariam a modelação e usufruiriam das suas vantagens, nomeadamente a motivação, atribuição de um sentido à matemática, o desenvolvimento do espírito crítico e a possibilidade de resolução de situações reais.

Este facto leva-nos para a análise da última relação com a modelação matemática, que assenta na prática de ensino que os professores têm em modelação matemática. O nível de interação dos professores em tarefas de modelação matemáticas pode variar. Há casos em que os professores convidam os alunos a realizar uma determinada tarefa, na qual, está inerente uma situação de modelação matemática e isentam-se de interferir no processo de discussão dos alunos, não “inaugurando o espaço intersubjetivo para diálogo” (Barbosa, 2004c, p.6) que favorece o desenvolvimento do trabalho. Há professores que esclarecem os alunos no decorrer da tarefa, mas não estimulam a reflexão das suas ideias, ou seja, a sua intervenção não é totalmente rentável. Outros professores têm como ponto de partida uma situação real, no entanto, por vezes esta torna-se, excessivamente matemática, ou seja, focaliza-se demasiado nas questões matemáticas inerentes, deixando para segundo plano as questões de modelação. Também há o caso dos professores que desconsideram as respostas dos alunos, que são baseadas no conhecimento do dia a dia, incidindo a sua abordagem exclusivamente em questões matemáticas. Atendendo a esta situação, Barbosa (2004c) faz uma ressalva sobre as conceções que os professores têm sobre a modelação matemática, referido que não basta que os professores saibam desenvolver atividades de modelação matemática, é também importante que sejam capazes de desenvolver as discussões das implicações que a modelação matemática tem em sala de aula.

Num estudo realizado por Verschaffell, Corte e Borghart (1997) verificou-se que a abordagem que o professor fazia, relativamente a problemas da realidade, excluía a apreciação das respostas dos alunos, isto é, as respostas às quais os alunos chegavam não eram analisadas e contextualizadas à luz do contexto real da situação.

Güzel (2010) realizou um estudo com futuros professores, habilitados para o ensino da matemática, que não possuíam qualquer conhecimento do tema. Para a realização deste estudo, em primeiro lugar forneceram aos participantes os conhecimentos básicos de modelação matemática, de seguida, apresentou-lhes problemas de modelação matemática, para responderem de forma individual, e em grupo. Os resultados obtidos foram discutidos por todos de forma coletiva. De realçar que não só os resultados obtidos foram avaliados, como também as metodologias utilizadas. Para além disso, os grupos tiveram que realizar pesquisas relativas à temática da modelação matemática, que também foram alvo de avaliação. Nas três últimas

semanas do curso, os participantes, depois de terem o devido contacto com o tema, construíram os seus próprios problemas matemáticos, resolveram-nos e apresentaram-nos de forma oral e escrita. Desta apresentação teria que fazer parte todo o processo de modelação e todas as soluções encontradas sala de aula.

Na avaliação, foram vistas e discutidas todas as etapas de modelação matemática, com vista a deteção de dificuldades. Güzel (2010) aferiu que apenas um grupo teve dificuldade na fase de compreensão da tarefa, e que, se propagaram às fases seguintes do processo. Apenas dois grupos completaram o processo de modelação de forma plena e a maior dificuldade dos grupos centrou-se na fase de validação de resultados, ou seja, aquando da interpretação e comparação dos resultados obtidos com a situação inicial considerada. De acordo com estudos realizados por Kaiser, Schawarz e Tredemann (2010) os professores muitas vezes chegam mesmo a não a considerar. A fase de consideração e interpretação do problema real constitui também uma dificuldade, uma vez que segundo Cai e outros (2014) é necessário que o professor possua um conhecimento do contexto real que se está a modelar, situação que lhe poderá causar algum desconforto. Consideram, ainda, que o maior entrave do processo de modelação se centra no mundo real, e que, compreender a modelação matemática de forma plena implica uma grande compreensão do mundo real. Por isso, caso os futuros professores possuam conhecimentos de modelação, também saberão compreender os problemas do mundo real, simplificá-los e reduzi-los a problemas matemáticos.

De uma forma geral, os participantes, que a início, não haviam tido qualquer contacto com a modelação matemática apresentaram uma evolução e um crescente à vontade com o tema. Estas foram capazes de desenvolver o processo de forma correta, tendo em conta a adequação do problema do quotidiano à matemática, ao nível de escolaridade do aluno, ao uso na carreira docente, ao currículo e, ainda, à criatividade, por forma a cativar os alunos, assim nos mostra o estudo de Güzel (2010).

Apesar de terem utilizado várias ferramentas matemáticas, recorreram, maioritariamente, ao cálculo, uma vez que se sentiam mais à vontade ou consideravam mais fácil fazer a sua relação com a realidade. Perante isto, de acordo com a interpretação de Güzel (2010), os participantes referiram que nem todos os problemas da vida real podem caracterizar um bom problema, bom no âmbito da modelação matemática. Para além disso, aperceberam-se de que a “adequação à vida real” foi a abordagem mais frequente de modelação, em relação aos participantes, e ao tipo de problemas matemáticos construídos. Assim sendo, considera que é vantajoso ensinar os alunos a usar a matemática na resolução de problemas da vida real, o que

implica que estes os analisem sob diferentes perspetivas, a fim de que tomem as decisões necessárias.

O processo de modelação matemática, de acordo com Güzel (2010), só tem sucesso se for bem planeado, uma vez que, para a aprendizagem dos alunos, é mais importante do que propriamente o resultado obtido, daí ser essencial que os futuros professores tenham formação a este nível. Luna e Souza (2014) consideram fundamental que outros professores informem e debatam com os futuros professores os dilemas, incertezas e inseguranças que poderão vir a vivenciar. Matos e Campos (2018), numa fase preliminar do trabalho que aqui se apresenta, um estudo com atuais e futuros educadores e professores do 1.º CEB, verificaram que a percentagem de educadores/professores que não conhecia o conceito de modelação matemática é similar quer nos futuros quer nos atuais educadores/professores no ativo. Essa percentagem correspondia a cerca de 67% dos participantes, o que evidencia o grande desconhecimento dos professores na área da modelação matemática. Ainda assim, verificaram que, de entre aqueles que não conhecem o conceito, 73% recorre frequentemente a situações da realidade para abordar questões matemáticas. É certo que não recorrem efetivamente à modelação matemática, no entanto, seguem algumas das fases, nomeadamente, a consideração do mundo real para a abordagem de conteúdos matemáticos.

Depois do estudo realizado por Güzel (2010), os futuros professores de matemática que participaram estavam dispostos a utilizar a modelação matemática no decorrer da sua carreira docente, e referem que esta pode ser utilizada para atrair a atenção dos alunos, para que trabalhem a matemática com curiosidade e entusiasmo. Neste sentido, a sua implementação no currículo dos cursos de formação de professores é incentivada.

No estudo realizado por Kaiser e outros (2010) participaram três futuros professores que, também não possuíam qualquer conhecimento da área, mas que lhes foi dada a devida formação. Perante isto, estes futuros professores revelaram conhecimentos da área da modelação matemática bastante diferenciados, isto é, apenas um realizou as aprendizagens plenas do processo. De notar que as suas pretensões futuras não eram coincidentes, pois, o que desenvolveu um maior conhecimento na área da matemática iria, futuramente, lecionar níveis de ensino mais exigentes, relativamente aos dois outros futuros professores. Dos três participantes, apenas o que alberga conhecimento na área foi capaz de organizar uma tarefa de modelação matemática do currículo. Considerava que os alunos deveriam ter um conhecimento da situação no mundo real, simplificá-la, em vez de, tomarem apenas contacto com os dados, conforme consideravam os outros dois futuros professores que não possuíam um conhecimento

tão aprofundado sobre o tema, e que, por isso, apenas transformaram o problema real num problema de palavras. Considerava importante agir por forma a existir uma multidisciplinidade, ou seja, a não trabalhar a matemática de forma isolada. Para além disso, revelou capacidade na deteção de equívocos, seja, de situações contraditórias, ou menos percebidas por parte dos alunos. O estudo de Kaiser e outros (2010) permite perceber a importância de um conhecimento alargado sobre o tema da modelação matemática em futuros professores que perspetivem a sua tão vantajosa utilização.

2. Metodologia do estudo relativo à utilização da modelação no ensino da matemática

Para a realização deste estudo optou-se pela investigação qualitativa que, corroborando a ideia de Amado (2010), consiste numa pesquisa sistemática suportada por princípios teóricos e atitudes éticas. Existem dois métodos de investigação: o quantitativo e o qualitativo. O primeiro refere-se à utilização da linguagem matemática para a apresentação dos resultados do estudo (Ludwing, 2014). O método qualitativo identifica, estuda, compreende e explica o significado que as pessoas atribuem a certas situações (Carmo & Ferreira, 2008; Ludwing, 2014). Existem várias modalidades de pesquisa qualitativa, os estudos de caso, a investigação-ação, a pesquisa participante, etc.

Uma pesquisa desta tipologia é realizada por sujeitos informados e que apresentem capacidade para o efeito. Este tipo de investigação tem como objetivo recolher nos sujeitos, que pretendemos investigar, a informação representativa de certos comportamentos, bem como o sentido pretendido para a sua realização. Para além disso, poderão também recolher-se informações respeitantes a emoções, modos de ser e determinados sentimentos. As informações recolhidas devem ter em conta os contextos humanos onde se inserem. A utilização desta metodologia de investigação visa contribuir para a melhoria de determinadas situações e para a resolução de diversos problemas respeitantes a determinados contextos. Neste estudo recorreu-se à investigação qualitativa, pelo que, tentou-se recolher dados oriundos de atuais e futuros educadores/professores, com vista a, aferir o seu conhecimento sobre a modelação matemática

Este método pressupõe cinco características de base, sendo a primeira o investigador, que é o elemento principal, a segunda refere-se aos dados obtidos, que são descritivos, a terceira corresponde ao interesse no processo e não ao resultado, a quarta remete para os dados analisados de forma indutiva, e por fim, o significado (Bogdan & Biklen, 1994; N. Teixeira, 2005). Ainda assim, não é necessário que ocorram as cinco características em simultâneo.

Esta investigação realizou-se através do preenchimento de um questionário, construído no *software GoogleDocs*, disponibilizado através da rede social *Facebook* e por *e-mail*, por forma a alcançar um maior número possível participantes. Pediu-se também a docentes, com quem havia maior afinidade, para divulgar e partilhar o questionário para, assim, obter um número maior de participantes. De notar que, também, participaram, nesta investigação, professores que lecionavam outros ciclos de estudo, dados que utilizaremos em futuros trabalhos.

O *software* utilizado para a realização do questionário permitiu a sua organização em formato *Excel*, cujos dados foram importados para o *IBM SPSS Statistics 25*, no qual se efetuou o seu tratamento estatístico.

De acordo com Ludwind (2014), para a recolha de dados é necessário escolher as técnicas de pesquisa de acordo com o método escolhido. Em relação ao método qualitativo, os recursos podem ser a observação, o questionário, a entrevista e a análise documental.

O questionário era constituído por questões de resposta aberta e também questões onde se utilizaram as escalas Likert. Para a análise de questões de resposta aberta, estabeleceram-se categorias de análise por forma a organizar as respostas obtidas “num sistema de categorias que traduzam as ideias chave veiculadas pela documentação em análise” (Amado, 2010, p.315). Ou seja, determinar quais as ideias mais importantes a considerar e, assim, realizar a categorização, que consiste na análise do conteúdo, obtido por questionários e observado pelo investigador (Bardin, 1979).

As restantes questões do questionário analisaram-se segundo a tipologia das escalas Likert que, de acordo com Cunha (2007), são constituídas por um conjunto de frases que estão sujeitas a uma avaliação, por parte do sujeito que responde ao questionário, que refere a sua posição numa escala desde nível um (discordo totalmente) a nível cinco, sete ou 11 (concordo totalmente).

Realizou-se uma investigação descritiva, pois os dados incluem transcrições de questionários e permite a descrição de factos (Carmo & Ferreira, 2008; Meirinhos & Osório, 2010).

3. Análise e motivação das questões que compõem o questionário

A motivação para a realização deste estudo surgiu do facto de, no decorrer da PES não ter sido possível implementar corretamente a modelação matemática. Por esse motivo quis-se perceber a razão pela qual esta metodologia não se realiza mais assiduamente e entender o

porquê de diferentes metodologias não serem utilizadas. Para isso, elaborou-se um questionário, construído e disponibilizado através do *software GoogleDocs*, constituído por 23 questões que se podem categorizar em diferentes grupos por forma a dar resposta às questões de investigação formuladas anteriormente, e que, em conjunto, nos permitem ter uma melhor perceção da posição dos atuais e futuros educadores/professores relativamente à utilização da modelação no ensino da matemática. O questionário subdividia-se em vários grupos de questões, representativas de situações, relacionadas com a modelação matemática que quisemos aferir. De forma resumida, começou-se por caracterizar o inquirido **(I)**, perceber a sua posição relativamente ao ensino da matemática **(II)**, conhecer as metodologias utilizadas **(III)**, entender se os professores relacionam a matemática com situações vividas na realidade e no quotidiano **(IV)**, perceber se os professores recorrem à multidisciplinariedade **(V)**, e por fim, se têm conhecimento relativamente ao conceito de modelação matemática **(VI)**.

(I)- Na primeira parte do questionário caracterizou-se o indivíduo que estaria a responder, questionando-o acerca do género (questão 1); a sua situação profissional (questão 2), onde fizemos a distinção dos futuros educadores/professores com estágio realizado, ou não, dos educadores/professores no ativo. Para esta caracterização, determinaram-se os níveis de ensino que os inquiridos lecionavam (questão 3) dando como hipótese de resposta, todos os níveis de ensino excetuando o ensino superior. Para terminar a caracterização dos inquiridos quis-se determinar a sua área de formação (questão 4), dando como hipóteses de resposta as ofertas da UTAD, a este nível, e deixando um campo para aqueles inquiridos que não se enquadrassem em nenhuma das respostas.

(II)- Na segunda parte do questionário interrogaram-se os inquiridos relativamente ao seu gosto pelo ensino da matemática e à sua motivação na lecionação da disciplina. Em primeiro lugar, perguntou-se se gostava de ensinar matemática (questão 5) e em seguida, se se sentiam motivados para a ensinar (questão 6).

(III)- Para a lecionação de determinado conteúdo, os professores possuem um conjunto de estratégias e metodologias que visam tornar o seu ensino possível. Neste sentido, a terceira parte deste questionário, destinava-se à determinação do tipo de metodologias que cada um utilizava, se as achavam adequadas a cada uma das turmas que lecionavam e, também, a sua opinião relativa às razões, pelas quais, os professores não utilizam diferentes metodologias.

Para tal, em primeiro lugar, colocámos uma questão de resposta aberta (questão 7) onde os inquiridos deveriam indicar as metodologias que utilizam para o ensino da matemática. De seguida, avaliavam as suas metodologias, dizendo se eram perfeitamente adequadas,

adequadas, mas passíveis de serem ajustadas, ou nada adequadas às turmas que lecionam (questão 8).

Por fim, quis-se perceber a sua posição relativamente aos motivos, pelos quais, os professores e futuros professores não recorriam a diferentes metodologias de ensino. Para isso elencou-se um conjunto de motivos, tendo por base a pesquisa bibliográfica realizada previamente, aos quais os inquiridos deveriam responder seguindo uma escala de Likert de cinco níveis, no qual o nível 1 correspondia a *discordo totalmente* e o nível cinco a *concordo totalmente*. Os motivos que foram apresentados aos inquiridos, aos quais pedimos sua opinião foram:

- Por receio de não cumprir o programa;
- Por não se sentir preparado;
- Por falta de preparação académica;
- Porque os pais e Encarregados de Educação não aceitam;
- Por causa dos colegas.

(IV)- Na seguinte parte do questionário deu-se início às questões onde se pretendia entender se os atuais e futuros educadores/professores, quando lecionam conteúdos matemáticos, se preocupam em os relacionar com a realidade e quotidiano dos alunos. Para isso, questionamo-los acerca da utilidade da matemática para resolver problemas do quotidiano e da vida real (questão 9), ou seja, se a acham útil ; se utilizam situações da vida real/ quotidiano para abordar questões matemáticas (questão 10), ou seja, se consideram um problema real para tratar um tema matemático, e em que situações, pedimos aos inquiridos para nos indicarem algumas situações (questão 11). Ainda relativamente a esta temática, quisemos aferir se os inquiridos consideravam esta relação vantajosa para a aprendizagem matemática (questão 12) e porque razões? (questão 13). Nesta questão apresentámos, mais uma vez, algumas razões, tendo por base a pesquisa bibliográfica efetuada, que os inquiridos tiveram que classificar segundo a escala de Likert. As razões são enumeradas de seguida:

- Mostra aos alunos que é possível recorrer à matemática para resolver problemas reais;
- Motiva os alunos;
- Estimula o seu raciocínio;
- Torna os alunos cidadão mais interventivos;
- Estimula o seu espírito crítico.

Ainda relativamente a esta temática, achámos por bem determinar se, no entendimento dos atuais e futuros educadores/professores, a relação da matemática com a realidade é incentivada pelos documentos oficiais, nomeadamente as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar e o Programa e Metas Curriculares de Matemática (questão 14).

(V)- Na quinta parte do questionário, quisemos verificar se os atuais e futuros educadores/professores relacionam a matemática com outras áreas do currículo (questão 15), que áreas do currículo relacionam com a matemática (questão 16), e se acham esta relação vantajosa para a aprendizagem dos seus alunos (questão 17).

(VI) Por fim, quis-se determinar se os inquiridos conheciam o conceito de modelação matemática (questão 18), que nos indicassem, por meio de uma resposta aberta, qual o seu conceito de modelação matemática (questão 19), quais as etapas do processo de modelação que conhecem (questão 20) e por fim, se na sua formação académica tiveram contacto com unidades curriculares onde a modelação matemática fosse abordada. Com esta questão pretendemos perceber se o facto de um indivíduo possuir formação académica em modelação matemática, influencia o facto de a utilizar nas suas aulas de matemática e lançar a questão: *Será que não seria vantajoso implementar unidades curriculares de modelação matemática em cursos de educação matemática?*

Consideramos que, com os resultados deste questionário, conseguimos cruzar devidamente os dados e perceber que tipo de professor utiliza a modelação matemática, se a utiliza na sua forma mais completa, ou se apenas se inspira em alguma das etapas, determinando se o facto de terem formação na área influencia a sua utilização. Para além disso, determinar-se-á se os documentos oficiais incentivam a relação da matemática com outras áreas da realidade, ou se, por outro lado, os programas são tão extensos que a desencoraja.

4. Caracterização dos participantes do estudo

Para a realização deste estudo contámos com a colaboração de 166 atuais e futuros educadores/professores, sendo que 80,3 % (134 em 166) pertenciam ao género feminino e 19,3% ao género masculino (32 de 166), com idades compreendidas entre os 19 anos e os 62 anos conforme a tabela 8 mostra.

Tabela 8-Idades por classes dos participantes

		Género		Total
		Feminino	Masculino	
Idade	<20	1	0	1 (0,6%)
	20-30	39	7	46 (27,7%)
	31-40	31	9	40 (24,1%)
	41-50	41	10	51 (30,7%)
	51-60	20	6	26 (15,7%)
	>60	2	0	2(1,2%)
Total		134	32	166 (100%)
		80,7%	19,3%	100,0%

Uma vez que o questionário foi disponibilizado a atuais e futuros educadores/professores achamos importante fazer uma distinção relativamente à sua situação profissional. Assim, 22,4% (19 em 166) corresponde a futuros professores a estagiar e 7,2% (12 em 166) dos inquiridos também a futuros professores, no entanto já haviam realizado o estágio. A grande fatia dos inquiridos, 81,3% (135 em 166) corresponde a professores no ativo, conforme comprova a tabela 9.

Tabela 9- Situação profissional dos participantes do estudo.

		Género		Total
		Feminino	Masculino	
Situação Profissional	Futuro Professor a estagiar	17	2	19(22,4%)
	Futuro Professor com estágio realizado	11	1	12(7,2%)
	Professor no Ativo	106	29	135 (81,3%)
Total		134	32	166

Por forma a facilitar o cruzamento e análise de dados, organizaram-se os participantes de acordo com o nível de ensino que estão habilitados a lecionar. Verifica-se que há docentes habilitados a lecionar mais do que um ciclo de ensino, mas que a grande maioria leciona no 1.º CEB. No entanto, é importante realçar que se obteve grande diversidade de opções, uma vez que havia participantes que estavam habilitados para a lecionação de um dos ciclos, outros para dois dos ciclos, outros, ainda, para a de três ciclos, outros para a lecionação de quatro ciclos de ensino e por fim, outros habilitados para a dos cinco ciclos de ensino (Educação Pré-Escolar, 1.º CEB, 2.º CEB, 3.º CEB e Secundário) conforme se pode verificar pela análise da tabela 10.

Verificou-se que a maioria dos participantes leciona o 1.º CEB, 48,7% (81 em 166). Os docentes que estão habilitados para a lecionação em Educação Pré-Escolar, denominados por educadores, correspondem a 15% (25 em 166), sendo que os restantes lecionam outros ciclos de estudo. Para este estudo consideram-se os atuais e futuros que lecionam apenas o 1.º CEB, que correspondem a 40,96% (68 em 166), os atuais e futuros educadores que lecionam apenas a Educação Pré-Escolar, 7,22% (12 em 166) e, ainda, os atuais e futuros educadores/professores que lecionam ambos os níveis e que correspondem a 7,83% (13 em 166).

Para se proceder à análise de resultados iremos consideraremos os dados respeitantes aos docentes habilitados para a lecionação da Educação Pré-Escolar e do 1.º CEB, ou seja, atuais e futuros educadores e professores (93).

Tabela 10-Cruzamento de dados dos níveis de ensino que leciona com o género dos participantes.

		Género		Total
		Feminino	Masculino	
Quais os níveis de ensino que leciona?	1.º Ciclo	45	3	48 (28,9%)
	1.º Ciclo, 2.º Ciclo	15	3	18 (10,8%)
	1.º Ciclo, 2.º Ciclo, 3.º Ciclo	1	0	1(0,6%)
	1.º Ciclo, 2.º Ciclo, 3.º Ciclo, Secundário	0	1	1(0,6%)
	2.º Ciclo	15	4	19 (11,4%)
	2.º Ciclo, 3.º Ciclo	1	0	1 (0,6%)
	2.º Ciclo, 3.º Ciclo, Secundário	2	3	5 (3,0%)
	3.º Ciclo	8	5	13 (7,8%)
	3.º Ciclo, Secundário	11	4	15 (9,0%)
	Pré-escolar	11	1	12 (7,2%)
	Pré-escolar, 1.º Ciclo	12	0	12 (7,2%)
	Pré-escolar, 1.º Ciclo, 2.º Ciclo, 3.º Ciclo, Secundário	0	1	1 (0,6%)
	Secundário	13	7	20 (12,0%)
Total		134	32	166 (100,0%)

5. Análise e discussão dos resultados

As primeiras questões do questionário tinham como objetivo determinar se o atual ou futuro educador/professor gosta e se sente motivado para o ensino deste domínio. Teriam que responder segundo uma escala de 1 a 5 sendo que 1 significava que não gostava nada e 5 que gostava muito de ensinar matemática.

Dos 93 atuais e futuros educadores/professores, 58,1% (54 em 93) afirma gostar muito de ensinar matemática. De facto, pela observação da tabela 10 verificamos que a grande percentagem de respostas se encontra junto das classificações que indicam o gosto pelo ensino da matemática, já que apenas 3,2% (3 em 93) afirmaram detestar ensinar matemática, conforme tabela 11 mostra.

Tabela 11- Resultados das respostas à questão: “Gosta de Ensinar matemática?”

	Frequência	Percentagem
Detesto	3	3,2
Gosto pouco	10	10,8
Gosto	26	28,0
Gosto muito	54	58,1
Total	93	100,0

Do mesmo modo, verificou-se que da totalidade dos participantes considerados 45,2% (42 em 93) sentem-se muito motivados para ensinar matemática e que, mais uma vez, a grande percentagem de respostas se encontra nos níveis mais altos, correspondentes a uma motivação maior para o ensino da matemática. Deste modo, e associando aos resultados obtidos à questão anterior, entende-se que o facto de se gostar de ensinar matemática é um elemento motivador, o que explica similares resultados conforme a tabela 12.

Tabela 12- Resultados das respostas à questão: *Sente-se motivado para ensinar matemática?*

	Frequência	Percentagem
Nada motivado	1	1,1
Pouco motivado	3	3,2
Mais ao menos motivado	11	11,8
Motivado	36	38,7
Muito motivado	42	45,2
Total	93	100,0

A questão seguinte era de resposta aberta pelo que obtemos muitas respostas diferenciadas que se encontram referidas na tabela 13.

Tabela 13- Respostas à questão: “Que tipo de metodologias utiliza para o ensino da matemática?”

Jogos	Objetos manipuláveis	Modelação matemática
Tradicional	Método Polya	Recurso ao manual
Partir do concreto para o abstrato	Recursos informáticos	
Situações do dia a dia	Trabalho cooperativo	
Discussão e negociação	MEM	
Materiais didáticos	Método Singapura	
Investigações	João de Deus	

De realçar que uma das respostas dadas correspondia à utilização da modelação matemática e de situações do dia a dia, embora a percentagem de inquiridos que referiu recorrer a modelação matemática seja bastante baixa, o que mostra que talvez os professores não tenham conhecimento do conceito, ou não o encarem como uma metodologia de ensino.

A questão seguinte foi elaborada com o objetivo de perceber se os professores consideram que as metodologias que utilizam são adequadas, ou não, às turmas que lecionam. Perante os resultados concluímos que 73,1% (68 em 93) dos professores e futuros professores considera que as metodologias são adequadas, embora, por vezes, as tenham que ajustar à turma. O que mostra que entendem que nem sempre uma metodologia é boa para todas as ocasiões e que tem que existir uma certa flexibilidade. Uma pequena parte dos participantes, 2,2% (2 em 93), considera que não utiliza as metodologias adequadas à turma. Por outro lado, 24,7% (23 em 93) vê as metodologias que utiliza como perfeitamente adequadas, conforme nos mostra a tabela 14.

Tabela 14- Resultados das respostas à questão de adequação das metodologias as turmas que lecionam.

	Frequência	Percentagem
Não se adequam à turma	2	2,2
Sim, embora que por vezes as tenha que ajustar.	68	73,1
Sim, são perfeitamente adequadas.	23	24,7
Total	93	100,0

Quis-se perceber quais os motivos que levam os atuais e futuros educadores/professores a não recorrer a diferentes metodologias. Tendo por base a pesquisa bibliográfica foram apresentados vários motivos pelos quais os professores não recorrem a diferentes metodologias e em consequência não utilizam a modelação matemática.

De entre as hipóteses apresentadas aos atuais e futuros educadores/professores, 32,3% (31 em 93) concorda totalmente que não se recorre a diferentes metodologias de ensino devido à extensão dos programas e ao conseqüente receio de não os cumprir. De facto, apenas 8,6% dos inquiridos (8 em 93) considera que discorda totalmente desta afirmação.

Outras hipóteses apresentadas aos participantes foram o facto de não se sentirem preparados, e não possuírem a devida formação académica, 28% (26 em 93) concorda totalmente com o facto de não utilizarem diferentes metodologias, por não se sentirem preparados, e 21,5% (20 em 93) concordam que a falta de preparação académica influencia esta situação.

Ainda assim, perante os resultados obtidos, verificou-se que os atuais e futuros professores, não consideram que o facto de os pais não aceitarem a adoção de diferentes metodologias seja influencia para a sua pouca utilização. De facto, 37,6% (35 em 93) discorda totalmente dessa afirmação e, apenas, 9,7% (9 em 93) concorda totalmente, conforme mostra a tabela 15.

Tabela 15- Resultados da resposta à questão referente ao facto de não se utilizarem diferentes metodologia devido ao facto de os pais não aceitarem.

	Frequência	Percentagem
1- Discordo Totalmente	35	37,6
Discordo	20	21,5
Nem concordo nem discordo	12	12,9
Concordo	17	18,3
5- Concordo Totalmente	9	9,7
Total	93	100,0

Do mesmo modo, relativamente ao facto de não se recorrer a diferentes metodologias pelo facto de os colegas não aprovarem, os atuais e futuros professores/educadores considerados neste estudo, têm uma posição contrária, uma vez que 34,4% (32 em 93) não concorda com tal afirmação e, apenas, 7,5% (7 em 93) concorda totalmente, o que representa uma percentagem muito baixa, assim ilustra a tabela 16.

Tabela 16- Resultados da resposta à questão referente ao facto de não se utilizarem diferentes metodologias devido à aversão dos colegas

	Frequência	Percentagem
1- Discordo Totalmente	32	34,4
Discordo	28	30,1
Nem concordo nem discordo	19	20,4
Concordo	7	7,5
5- Concordo Totalmente	7	7,5
Total	93	100,0

Cruzaram-se os dados relativos a estas duas hipóteses anunciadas, com os dados obtidos com as respostas à questão: *Na sua formação tomou contacto com unidades curriculares onde se abordasse o tema da modelação matemática?*

Pela análise da tabela 17 verifica-se que a maior percentagem corresponde aos participantes que afirmaram não tomar contato com unidades curriculares de modelação matemática.

Tabela 17- Cruzamento de dados da falta de preparação académica com a existência ou não de unidades curriculares de modelação matemática.

		Na sua formação tomou contacto com unidades curriculares onde se abordasse o tema da modelação matemática?			Total
		Não tomei contacto	Sim, e realizei trabalhos	Sim, mas não de forma aprofundada	
Falta de preparação académica	1- Discordo Totalmente	12 (14,8%)	0 (0,0%)	1 (14,3%)	13 (14,0%)
	Discordo	16 (19,8%)	1 (20,0%)	2 (28,6%)	19 (20,4%)
	Nem concordo nem discordo	15 (18,5%)	0 (0,0%)	2 (28,6%)	17 (18,3%)
	Concordo	21 (25,9%)	3 (60,0%)	0 (0,0%)	24 (25,8%)
	5- Concordo Totalmente	17 (21,0%)	1 (20,0%)	2 (28,6%)	20 (21,5%)
Total		81 (87,09%)	5 (5,37%)	7 (7,53%)	93

Destes, 47,3 (44 em 93) concorda com o facto de a falta de preparação académica influenciar a utilização de diferentes metodologias, apesar de as respostas terem sido bastante semelhantes para cada uma das categorias. É importante realçar que 87,09% (81 em 93), dos atuais e futuros educadores/professores considerados, não frequentou unidades curriculares onde a modelação matemática fosse abordada. Dos que abordaram quer de forma aprofundada (5 em 93) ou não (7 em 93), 80 % (4 em 5) considera que a falta de preparação académica influencia a utilização e diferentes metodologias.

No seguimento, determinou-se se os professores, apesar de não terem formação académica na área da modelação matemática, conhecem o conceito e em que nível de profundidade. Analisando a tabela 18 verifica-se que 67,7% (63 de 93) dos inquiridos não conhece o conceito de modelação matemática, e nunca ouviu sequer falar.

Tabela 18- Resultados da resposta à questão: “Conhece o conceito de modelação matemática?”.

	Frequência	Percentagem
Não, nunca ouvi falar	63	67,7
Sim, e recorro a ele.	8	8,6
Sim, mas de forma vaga.	22	23,7
Total	93	100,0

A percentagem mais baixa, 8,6% (8 em 93) corresponde àqueles que conhecem o conceito de modelação matemática e recorrem a ele nas suas aulas. Pela análise dos resultados desta questão, constatou-se o grande desconhecimento que há relativamente a esta metodologia.

A modelação matemática é uma metodologia bastante desconhecida. Mais uma vez, a realização do cruzamento de dados da questão analisada anteriormente, com a questão onde os inquiridos referiram a existência de unidades curriculares de modelação matemática é vantajosa. Dos 63 atuais e futuros educadores/professores que não possuem conhecimento algum sobre o conceito de modelação matemática, (67,7%), 62 não tomou qualquer contacto com o conceito na sua formação académica (98,4%). Por outro lado, dos atuais e futuros educadores/professores que têm conhecimento e recorrem a ele, afirmam que não tomaram contacto com o conceito no decorrer da sua formação académica, pelo que depreendemos que a sua formação se baseie em formações externas, conforme mostra a tabela 19.

Tabela 19- Cruzamento de dados sobre o conhecimento do conceito de modelação matemática dos participantes com a existência de unidades curriculares de modelação matemática na sua formação académica

		Conhece o conceito de modelação matemática?			Total
		Não, nunca ouvi falar	Sim, e recorro a ele.	Sim, mas de forma vaga.	
Na sua formação tomou contacto com unidades curriculares onde se abordasse o tema da modelação matemática?	Não tomei contacto	62 (98,4%)	4 (50%)	15 (68,2%)	81 (87,1%)
	Sim, e realizei trabalhos	0	4 (50%)	1(4,5%)	5 (5,4%)
	Sim, mas não de forma aprofundada	1 (1,6%)	0	6 (27,3%)	7 (7,5%)
Total		63 (100%)	8 (100%)	22 (100%)	93 (100%)

Verifica-se, pelas respostas anteriormente analisadas, que o conceito de modelação matemática é desconhecido, no entanto, colocou-se uma questão aberta aos atuais e futuros educadores/professores com vista a determinar qual o seu conceito relativamente à modelação matemática. De realçar que esta questão foi colocada já na fase final do questionário, pelo que os inquiridos, principalmente aqueles que não conheciam o conceito, puderam elaborar uma resposta tendo em conta as questões que lhes iam sendo colocadas. Estabeleceram-se categorias de análise, *a posteriori* tendo em conta, unicamente, as respostas dos participantes, que se encontram organizadas na tabela 20.

Tabela 20- Resultados da questão: "Qual o seu conceito de modelação matemática?"

	Frequência	Percentagem
Problemas em contexto real	18	19,4
Encontrar ferramentas matemáticas para analisar teoricamente um problema	7	7,5
Estabelecer modelos	2	2,2
Nunca ouvi falar	66	71,0
Total	93	100,0

É importante ressaltar que 71% (66 em 93) nunca ouviu falar do conceito de modelação matemática, uma percentagem considerável, 19,4% (18 em 66), associa a modelação matemática à resolução de problemas reais. De facto, constata-se o grande desconhecimento relativamente a esta temática.

Cruzaram-se os dados das questões: *Conhece o conceito de modelação matemática?* com e *Qual o seu conceito de modelação matemática?*, cujos resultados se apresentam na tabela 21.

Tabela 21- Cruzamento de dados das questões: "Conhece o conceito de modelação matemática?" e "Qual o seu conceito de modelação matemática?"

		Conhece o conceito de modelação matemática?			Total
		Não, nunca ouvi falar	Sim, e recorro a ele.	Sim, mas de forma vaga.	
Qual o seu conceito de modelação matemática ?	Problemas em contexto real	4 (6,3%)	4 (50%)	10 (45,5%)	18 (19,4%)
	Encontrar ferramentas matemáticas para analisar teoricamente um problema	2 (3,2%)	0	5 (22,7%)	7 (7,5%)
	Estabelecer modelos	1 (1,6%)	1(12,5%)	0	2 (2,2)
	Nunca ouvi falar	56 (88,9%)	3 (37,5%)	7(31,8%)	66 (71%)
Total		63	8	22	93

Pelo cruzamento de dados constatou-se que os participantes neste estudo que não conhecem o conceito e que nunca ouviram falar da modelação matemática, 88,9% (56 em 63) não apresentou qualquer hipótese relativa ao conceito. Dos restantes, 3,2% (2 em 63) referiu que o conceito de modelação matemática correspondia a encontrar ferramentas matemáticas para analisar teoricamente um problema, 1,6% (1 em 63) considerou que se tratava de estabelecer modelos e 6,3% (4 em 63) associou a modelação matemática a problemas em contexto real.

Relativamente aos atuais e futuros educadores/ professores que conhecem a metodologia de forma vaga, 31,8% (7 em 22) não conhece o conceito de modelação matemática, 45,5% (10 em 22) atribui o seu significado a problemas em contexto real e 22,7% (7 em 22) afirma que a modelação matemática procura encontrar ferramentas matemáticas para analisar teoricamente um problema.

Por fim, os atuais e futuros educadores/ professores que conhecem e recorrem à modelação, 37,5% (3 em 8) não conhece o seu conceito, 50% (4 em 8) afirma que se tratam de problemas em contexto real e 12,5% (1 em 8) considera que se trata de estabelecer modelos.

De facto, pela análise das respostas, verificou-se que algumas estão mais completas e realmente mostram que o participante do estudo possui conhecimentos sobre a modelação matemática. Outras, não estão tão completas e, como tal, não possui o conceito na sua forma mais completa e não recorre à modelação matemática efetivamente, ou seja, seguindo todas as etapas do processo.

Atentemos numa das categorias que afirma que a modelação matemática é resolver problemas matemáticos em contexto real. De facto, tal corresponde a uma das etapas da modelação matemática, no entanto, não se pode considerar que, neste caso, o atual ou futuro educador/professor conheça o conceito de modelação matemática de forma completa, já que a modelação matemática é muito mais que isso.

Questionaram-se os participantes acerca do seu conhecimento em relação às etapas do processo de modelação matemática, dados que se encontram representados na tabela 22.

Tabela 22- Resultados à questão: "Quais as etapas do processo de modelação matemática?"

	Frequência	Porcentagem
Todas exceto a interpretação, validação/ reformulação	4	4,3
Todas exceto a reformulação	1	1,1
Todas exceto a validação/reformulação	9	9,7
Nunca ouviu falar	79	84,9
Total	93	100,0

Constatou-se que 84,9% (79 em 93) dos participantes nunca ouviu falar das etapas de modelação, que vem reforçar a ideia de que esta é uma metodologia ainda muito desconhecida. Para além disso realça-se o facto de não termos obtido nenhuma resposta completa, ou seja, nenhum participante apresentou as etapas de modelação matemática na sua totalidade. De facto, apenas um participante se aproximou da totalidade, ainda assim, na sua resposta não era contemplada a etapa da reformulação do modelo. Conclui-se que a etapa da validação/ reformulação não é considerada pelos atuais e futuros educadores/professores.

Neste seguimento consideramos as respostas à questão: "*Quais as etapas do processo de modelação matemática?*" mais uma vez cruzamos os dados relativos as respostas da questão: "*Conhece o conceito de modelação matemática?*". Em primeiro lugar, como seria de esperar, verificou-se que 98,4% (62 em 63) dos atuais e futuros educadores/professores que não conhece o conceito de modelação matemática, não respondeu à questão ou respondeu que não sabia, conforme se verifica na tabela 23.

Tabela 23- Cruzamento de dados das questões: " Conhece o conceito de modelação matemática?" com a questão "Quais as etapas do processo de modelação matemática

		Conhece o conceito de modelação matemática?			Total
		Não, nunca ouvi falar	Sim, e recorro a ele.	Sim, mas de forma vaga.	
Quais as etapas do processo de modelação matemática ?	Todas exceto interpretação, validação/reformulação	1 (1,6%)	0	3 (13,6%)	4 (4,3%)
	Todas exceto a reformulação	0	1(12,5%)	0	1 (1,1%)
	Todas exceto validação/reformulação	0	3 (37,5%)	6 (27,3%)	9 (9,7%)
	Nunca ouviu falar	62 (98,4%)	4 (50%)	13 (59,1%)	79 (84,9%)
Total		63	8	22	93

No que diz respeito aos participantes que nunca ouviram falar da modelação matemática, 98,4% (62 em 63) também desconhece as etapas do processo. Realça-se um participante que, apesar de não ter ouvido falar da metodologia, apresentou algumas etapas, faltando a interpretação, a validação e a reformulação. A sua resposta explica-se pelo facto desta questão se encontrar no final do questionário, o que possibilitou que as perguntas anteriores o elucidassem em relação ao que poderia tratar a temática.

Perante os participantes que recorrem à modelação matemática, metade não apresenta as suas etapas, o que nos faz prever que não utilizem adequadamente esta metodologia. 37,5% (3 em 8) não considerou a validação e reformulação e 12,5% (1 em 8), apenas não referiu a etapa de reformulação.

No que diz respeito aos que conhecem o conceito de forma vaga, verificou-se que 59,1% (13 em 22) também não apresentou quaisquer etapas da modelação matemática, dos restantes, nenhum apresentou a etapa de resolução. Na mesma linha, a fase de validação do modelo também não é tida em consideração para estes participantes.

Tal origina a análise de outra questão do questionário apresentado, onde se queria aferir se os professores e futuros educadores/professores achavam a matemática útil para a resolução de situações problemáticas da realidade/quotidiano. A tabela 24 mostra-nos que 76,3% (71 em 93) consideram que a matemática é extremamente útil para resolver problemas do dia a dia, 18,3% (17 em 93) considera-a muito útil e 4,3% (4 em 93) acha que é útil. De realçar que

nenhum dos considerados referiu que a matemática não é útil e apenas um em 93 afirmou ser pouco útil, o que nos leva a crer que de uma forma geral, os atuais e futuros educadores/professores vêem utilidade neste domínio.

Tabela 24-Resultados da resposta à questão:" Acha a matemática útil para resolver problemas da vida real/quotidiano?"

	Frequência	Percentagem
Extremamente útil	71	76,3
Muito útil	17	18,3
Útil	4	4,3
Pouco útil	1	1,1
Total	93	100,0

Quis-se saber, também, se recorriam a situações da vida real/quotidiano para abordar questões matemáticas e se o achavam vantajoso para a lecionação da matemática. Para a análise desses resultados cruzaram-se os dados das duas questões referidas, representados pela tabela 25.

Tabela 25-Cruzamento de dados sobre se os participantes recorrem a situações da vida real para abordar questões matemática e se o acham vantajoso.

		Acha vantajoso utilizar problemas da realidade/ quotidiano da turma no ensino da matemática?				
		Não vejo qualquer vantagem	Acho pouco vantajoso	Indiferente	Acho vantajoso	Totalmente vantajoso
Utiliza situações da vida real/ quotidiano para abordar questões matemáticas?	Nunca	0	1 (100%)	0	0	0
	Raramente	0	0	0	0	1 (1,4%)
	Sim, frequentemente.	1 (100%)	0	1 (100%)	11(61,1%)	60(83,3%)
	Sim, mas depende dos conteúdos	0	0	0	7 (38,9%)	11 (15,3%)
Total		1 (100%)	1(100%)	1(100%)	18(100%)	72(100%)

Verificou-se que 78,4% dos inquiridos refere que utiliza, de forma frequente, situações do quotidiano para a abordar questões do quotidiano (73 em 93) e que 19,4% (18 em 93) utiliza, mas dependendo dos conteúdos. Do total de inquiridos que recorre frequentemente a situações

do quotidiano para abordar questões matemáticas, 82,1% (60 em 73) considera que esta é uma metodologia totalmente vantajosa e 15% (11 em 73) considera esta metodologia apenas vantajosa.

Relativamente aos inquiridos que recorrem a este tipo de situações, embora dependendo dos conteúdos 38,8% (7 em 18) consideram apenas vantajoso e 38,8% (11 em 18) consideram totalmente vantajoso.

De realçar que apenas um inquirido considerou que não havia qualquer vantagem na utilização deste tipo de metodologias, e outro, achou indiferente. Tais resultados mostram que a maioria, dos atuais e futuros educadores/professores, recorre a situações reais e do quotidiano para abordar questões matemáticas e considera que tal traz benefícios para a aprendizagem dos seus alunos. Apesar de tal não constituir, efetivamente, uma atividade de modelação matemática, sem dúvida que são procedimentos que dela fazem parte. Assim, adotar estas práticas em sala de aula pode constituir um caminho importante para o estabelecimento desta metodologia em sala de aula.

Os principais benefícios para a relação da matemática com situações reais do quotidiano, nomeadamente, com recurso à modelação matemática são: mostrar aos alunos que é possível recorrer à matemática para resolver problemas reais, motivar os alunos, estimular o seu raciocínio, tornar os alunos cidadãos mais interventivos e estimular o seu espírito crítico. Apresentámos a seguinte questão aos atuais e futuros educadores/professores: “*A relação da matemática com situações da realidade/quotidiano é importante porque:*” e de seguida teriam que classificar cada uma das anteriores afirmações numa escala de 1 a 5, sendo que 1 correspondia a “*Discordo totalmente*” e 5 a “*Concordo totalmente*”.

Relembre-se o primeiro benefício apresentado: *Mostrar aos alunos que é possível recorrer à matemática para resolver problemas reais*. Após analisar os resultados verificou-se que 62,4% (58 em 93) concorda totalmente com tal afirmação e que apenas 2,2% (2 em 93) discorda por completo. O que mostra que a posição, dos atuais e futuros educadores/professores a este nível é de que a utilização de metodologia que visem a relação da matemática com outras áreas da realidade, como é o caso da modelação matemática, é benéfico porque mostra aos alunos que este domínio é útil, porque os ajuda a resolver problemas reais, assim mostra a tabela 26.

Tabela 26- Resultados da resposta à questão: A relação da matemática com situações da vida real/ cotidiano é importante porque: Mostra aos alunos que é possível recorrer à matemática para resolver problemas reais.

	Frequência	Porcentagem
Concordo totalmente	58	62,4
Concordo	16	17,2
Nem concordo nem discordo	10	10,8
Discordo	7	7,5
Discordo totalmente	2	2,2
Total	93	100,0

A segunda afirmação apresentada considera que a utilização deste tipo de metodologias motiva os alunos. Perante as respostas obtidas conclui-se que 57% (53 em 93) concorda com tal afirmação. Apenas 2,2% (2 em 93) discorda totalmente com o facto de que os alunos ficam mais motivados quando estão a trabalhar segundo metodologias que relacionam a matemática com situações da realidade. Verificou-se que a grande percentagem de respostas se encontra junto dos níveis de resposta mais altos: “Concordo” e “Concordo Totalmente”, juntos representam 80,7% (78 em 93) conforme a tabela 27.

Tabela 27- Resultados da resposta à questão: “A relação da matemática com situações da realidade/quotidiano é importante porque: motiva os alunos”.

	Frequência	Porcentagem
Concordo totalmente	53	57,0
Concordo	22	23,7
Nem concordo nem discordo	8	8,6
Discordo	8	8,6
Discordo totalmente	2	2,2
Total	93	100,0

Apresentou-se também a hipótese de este tipo de metodologias estimular o raciocínio dos alunos. Mais uma vez os participantes deste estudo, apresentaram as suas respostas junto dos níveis mais altos, mostrando que a maioria concorda com tal situação, isto é, que o recurso a este tipo de metodologias estimula o raciocínio dos alunos conforme se pode verificar na tabela 28.

Tabela 28-Resultados da resposta à questão: “A relação da matemática com situações da realidade/quotidiano é importante porque: estimula o seu raciocínio”.

	Frequência	Percentagem
Concordo totalmente	55	59,1
Concordo	18	19,4
Nem concordo nem discordo	11	11,8
Discordo	7	7,5
Discordo totalmente	2	2,2
Total	93	100,0

O recurso a metodologias de ensino que relacionem a matemática com outras áreas da realidade possibilita também que se formem cidadãos mais interventivos. A posição dos atuais e futuros educadores/professores perante esta afirmação é positiva, no sentido em que 22,6% (21 em 93) e 53,8% (50 em 93) concorda totalmente. Por outro lado, apenas 3,2% (3 em 93) acha que tal não tem nada a ver afirmando que, discordam totalmente, assim mostram os dados da tabela 29.

Tabela 29-Resultados da resposta à questão: “A relação da matemática com situações da realidade/quotidiano é importante porque: torna os alunos cidadãos mais interventivos”.

	Frequência	Percentagem
Concordo totalmente	50	53,8
Concordo	21	22,6
Nem concordo nem discordo	11	11,8
Discordo	8	8,6
Discordo totalmente	3	3,2
Total	93	100,0

O facto de tornar os alunos cidadãos mais interventivos, pressupõe que o seu espírito crítico seja diferenciado e mais estimulado. Questionaram-se os atuais e futuros educadores/professores neste sentido e constatou-se que 23,7% (22 em 93) concorda e 52,7% (49 em 93) concorda totalmente, o que mostra que veem este tipo de metodologias como potenciadoras do espírito crítico dos alunos, de acordo com a tabela 30.

Tabela 30-Resultados das respostas à questão: “A relação da matemática com situações da realidade/quotidiano é importante porque: estimula o seu espírito crítico”.

	Frequência	Porcentagem
Concordo totalmente	49	52,7
Concordo	22	23,7
Nem concordo nem discordo	12	12,9
Discordo	8	8,6
Discordo totalmente	2	2,2
Total	93	100,0

Como se pode perceber, todas as afirmações justificativas para a utilização de metodologias que relacionem a matemática com outras áreas da realidade, apresentadas aos atuais e futuros educadores/professores, demonstram que a resposta com maior percentagem foi “*Concordo Totalmente*” e que aquela que com menor percentagem foi “*Discordo Totalmente*”. O que prova que os participantes estão conscientes das vantagens que tem em utilizar este tipo de metodologias, nomeadamente, a modelação matemática por assentar nestes moldes.

No primeiro capítulo deste trabalho associamos a modelação matemática ao conceito de multidisciplinariedade, na medida em que esta se relacionava também com outras áreas do currículo. Assim sendo, questionaram-se os participantes neste estudo no sentido de entender se recorrem à multidisciplinariedade, e se sim, com que outras áreas do currículo relacionam os conceitos matemáticos. À semelhança do que foi feito anteriormente realizou-se o cruzamento da questão “*Costuma relacionar conceitos matemáticos com as outras disciplinas/ áreas?*” com a questão já anteriormente analisada “*Conhece o conceito de modelação matemática?*”

Constatou-se que de entre os participantes que nunca ouviram falar de modelação matemática, 54% (34 em 63) relaciona frequentemente conceitos matemáticos com as outras áreas/ disciplinas do currículo e 22,2% realizam esta relação sempre. Os níveis mais baixos de resposta obtiveram percentagens bastante baixas, o que nos mostra que mais uma vez os participantes neste estudo têm a consciência de que a matemática não pode, nem deve, ser trabalhada de forma isolada, mas sim em relação com outras áreas. Ainda que não percorram o processo de modelação matemática de forma completa e efetiva, os atuais e futuros professores praticam algumas das etapas de modelação matemática, nomeadamente, a multidisciplinariedade, à semelhança do que foi constatado num cruzamento de dados efetuado

anteriormente respeitante à relação da matemática com situações da vida real/ quotidiano, assim mostra a tabela 31.

Tabela 31- Cruzamento de dados das questões: "Conhece o conceito de modelação matemática? "e". Costuma relacionar os conceitos matemáticos com as outras disciplinas/áreas?"

		Costuma relacionar os conceitos matemáticos com as outras disciplinas/áreas?					Total
		Nunca relaciono	Raramente relaciono	Relaciono	Relaciono frequentemente	Relaciono sempre	
Conhece o conceito de modelação matemática?	Não, nunca ouvi falar	2 (3,2%)	1 (1,6%)	12 (19%)	34 (54%)	14 (22,2%)	63(100%)
	Sim, e recorro a ele.	0	0	2 (25%)	4 (50%)	2 (25%)	8(100%)
	Sim, mas de forma vaga.	0	1 (4,5%)	3 (13,6%)	13 (59,1%)	5 (22,7%)	22 (100%)
Total		2 (2,2%)	2 (2,2%)	17 (18,3%)	51 (54,8%)	21 (22,6%)	93 (100%)

6. Conclusão do estudo

Perante a análise das respostas do questionário elaborado, verificou-se e concluiu-se que, de uma forma geral, os professores não possuem conhecimentos em modelação matemática, e conforme refere Blum (2015) ocorreram importante progressos, mas ainda há muito a ser feito a este nível, no sentido de tornar a modelação numa metodologia mais conhecida para os professores e educadores, de maneira a torná-la mais acessível para todos os alunos, já que é possível implementar atividades de modelação matemática desde o ensino básico, de acordo com o autor. Barquero, Bosch e Roma (2018) apontam como fator, para a não implementação da modelação matemática em sala de aula, as restrições institucionais e o mau desenvolvimento profissional dos professores. De facto, os resultados mostram-nos que os atuais e futuros educadores/professores considerados, acham como certo que não se implementam atividades diferenciadas, como é caso da modelação matemática, por causa da falta de preparação dos professores. A maioria considerou que nunca havia tido unidades curriculares onde a modelação matemática fosse abordada. Para que se implemente uma tarefa de modelação matemática é importante que os professores possuam competências variadas, adquiridas com a devida

formação, que deve ser institucional onde na qual condições, recursos e estratégias sejam abordadas. Barquero, Bosh e Roma (2018) referem que se deve atuar na formação quer inicial quer contínua de professores para que estes superem as dificuldades de implementação de uma tarefa de modelação matemática. No entendimento de Jacobs e Duradnt (2017) a falta de preparação dos professores de matemática, para ensinar e apreciar a modelação matemática, existe por não se envolverem em experiências semelhantes no decorrer da sua formação académica, isto é, devem tomar contacto com a metodologia, de maneira a aumentar os seus conhecimentos pedagógicos, os seus conteúdos e a sua confiança. Sem que isso aconteça os professores não serão capazes de apreciar os benefícios e a importância da modelação no ensino da matemática.

Questionámos os atuais e futuros educadores/professores das metodologias que a utilizam, pelo que 73,1% afirmou que as metodologias utilizadas se adequam a cada uma das turmas que lecionam, embora às vezes as tenham que ajustar. O que denota que têm consciência de que as turmas são diferentes e que nem todas as metodologias resultam com todas as turmas. Tal ideia é muito importante na medida em que, em modelação matemática o ponto de partida é muito importante, conforme refere Mendes (2017). Devem ser apresentadas tarefas desafiantes e interessantes, capazes de promover o raciocínio dos alunos, mas como todas as turmas são diferentes as tarefas também poderão ter que ser diferentes. Conforme refere Serrazina (2012) o professor não deve ser só conhecedor dos conteúdos que vai ensinar, deve ser também capaz de saber a forma como os vai ensinar, na medida em que, para além de outros fatores, deve ser capaz de representar ideias matemáticas de diferentes formas, recorrendo a materiais variados, ao registo simbólico, entre outras questões. Para além disso, a autora considera que o professor deve ser capaz de interpretar, e julgar do ponto de vista matemático e didático, as questões, os problemas e as observações dos alunos. Mas, muitas vezes é surpreendido, o que mostra que é crucial que o professor tenha que ajustar as suas metodologias.

Após a análise do nosso estudo, concluímos que os professores não utilizam metodologias de ensino, diversificadas, porque tal como afirma Bassanezi (2002) e Costa (2009) estes não se sentem preparados, quer a nível de conteúdo quer a nível pessoal, por receio de se depararem com situações inesperadas e, também, pelo facto de haver a possibilidade de não se cumprirem os programas. Contudo, alguns participantes do nosso estudo davam conta que não recorrem a diferentes metodologias, devido ao facto de os pais e encarregados de educação não aceitarem ou de os colegas de profissão repudiarem, algo que contradiz as pesquisas efetuadas.

No entanto, de acordo com o Despacho n.º 55/2018 de 6 de julho, com vista à implementação de uma escola inclusiva e para promover as aprendizagens significativas, foi atribuída uma maior autonomia às escolas para o desenvolvimento curricular, adequando-o a contextos específicos e às necessidades dos alunos. Nesse sentido, a escolha de tarefas de modelação pode ser facilitada, pois as escolas têm, agora, autonomia para: flexibilizar a gestão curricular, dinamizando o trabalho interdisciplinar, incentivado pelas AE's, promover as pesquisas, a sua própria avaliação e reflexão, potenciando a autoestima e bem-estar, organizando equipas educativas, nas quais se auxiliam uns aos outros, apostando no trabalho de projeto e desenvolvendo capacidades de comunicação. Para além disso, as AE's, apontam como finalidade para o ensino da matemática, que os alunos sejam capazes de formular problemas articulando conteúdos matemáticos distintos e, para além disso, formular problemas de modelação matemática, pelo que a implementação desta metodologia no 1.º CEB é defendida pelos documentos oficiais.

A percentagem de atuais e futuros educadores/professores que não conhecem a modelação matemática é considerável. De entre estes, averiguou-se que, apesar de não conhecerem a metodologia de forma efetiva, recorriam a algumas das suas etapas para a leção da matemática. Relativamente às etapas, constatou-se que de uma forma generalizada os futuros professores não conhecem as etapas de modelação matemática. Ainda assim, mesmo aqueles que conhecem o conceito de modelação matemática e utilizam não apresentaram respostas completas, o que poderá revelar que não executam o processo de modelação matemática de forma correta e completa. Saliente-se que, em alguns dos casos, a etapa de validação era suprimida. De facto, Kaiser e outros (2014) referem que muitos autores não consideram a fase de validação, embora esta constitua uma etapa onde se revelam algumas dificuldades, à semelhança da primeira, na qual os alunos interpretam e simplificam a situação real para, posteriormente, constituir o modelo. Com a realização do estudo verificou-se que esta é uma etapa que a maioria dos participantes do nosso estudo executam, mesmo aqueles que não conhecem nem utilizam a modelação matemática. Já que, após cruzar os dados, constatou-se que, de entre aqueles que não conhecem o conceito de modelação matemática, grande parte recorre a situações da vida real/ quotidiano na sua abordagem. Para além disso, reconhecem que essas práticas são vantajosas para o ensino da matemática, na medida em 80,7% (75 em 93) concorda com o facto de que a relação da matemática com situações do quotidiano e da vida real potencia a motivação dos alunos perante a matemática. De facto, atribui-lhe um sentido próprio, permite que os alunos verifiquem que os conceitos matemáticos constituem uma

ferramenta importante para resolver situações reais e do seu quotidiano. Desenvolvendo, assim, a sua capacidade de raciocínio o que potencia o seu espírito crítico e a sua capacidade de intervenção social, conforme defendem Costa (2009) e Canavarro (2017). ´

Aquando da definição do conceito de modelação matemática, Bassanezi (2002) e Barbosa (2004) enalteceram o de multidisciplinarietà, já que a modelação o promove. Realce-se que também é prática comum e generalizada dos participantes do nosso estudo que não conhece o conceito.

Perante todos os resultados analisados conclui-se que apesar de os atuais e futuros professores considerados não conhecerem de uma forma geral o conceito de modelação matemática recorrem a alguns dos seus princípios e etapas, nomeadamente, a consideração de uma situação real para a abordagem de um conceito matemático. Para além disso, não consideram a matemática como um domínio isolado, mas sim, em articulação com outras áreas do currículo, por acharem que tal é vantajoso para o ensino e aprendizagem da matemática.

Este desconhecimento da metodologia, pode justificar-se, pelo facto de a grande maioria dos considerados não ter tido unidades curriculares, nas quais a modelação matemática fosse referida, condição essencial para a sua implementação, como se viu pelas pesquisas bibliográficas apresentadas anteriormente. Caso a modelação matemática constituísse um tema assíduo nos cursos de formação de professores, talvez a sua aplicação em sala de aula fosse mais recorrente e, como consequência, os alunos poderiam beneficiar de todas as suas vantagens.

Considerações Finais

A matemática auxilia-nos na resolução de variadas situações do quotidiano e está presente em tudo o que nos rodeia. Neste sentido, não é legítimo que afirmemos que a matemática não tem utilidade para a nossa vida. Esta visão deve estar também presente nas mentes dos alunos quando trabalhadas noções matemáticas, por forma a que não se questionem sobre a sua utilidade e caiam no erro de referir que aquilo em nada os auxilia na sua vida.

A modelação matemática consiste numa metodologia que assenta nestes pressupostos, ou seja, considera um problema real ou do quotidiano da turma, preferencialmente, uma situação que seja do seu agrado, por forma a ser um elemento motivacional, simplifica-o e adapta-o à turma em questão, elaborando um modelo dessa situação que possa ser utilizado para a resolução de outras. Os resultados obtidos deverão sofrer um processo de verificação de maneira que façam sentido perante a situação inicialmente considerada. Com a modelação matemática resolvem-se problemas da realidade/quotidiano e, ao mesmo tempo realizam-se aprendizagens matemáticas significativas. Trata-se de uma metodologia que incrementa a motivação dos alunos, uma vez que podem ser tratados assuntos do seu agrado, fornece-lhes ferramentas que aumentam o seu espírito crítico perante diferentes situações, pois esta metodologia atribui aos alunos o papel principal na sua aprendizagem. Para além disso, em modelação matemática recorre-se à multidisciplinariedade, ou seja, a relacionar a matemática com outros domínios do currículo, por forma a não trabalhar nenhuma de forma isolada.

Ao longo da PES, quer na Educação Pré-Escolar, como no 1.º CEB, tentou-se implementar esta metodologia, no entanto, revelou-se uma tarefa inglória, uma vez que se verificou que não se dominavam as ferramentas necessárias para que a sua implementação fosse correta e completa, bem como o ritmo de trabalho das turmas não permitia a sua inclusão. Desta forma, experienciaram-se as dificuldades de implementação da metodologia. Ainda assim, em todas as tarefas desenvolvidas, procurou-se relacionar a matemática com situações reais, verificando que tal motivou os alunos para a aprendizagem, mostrando-lhes que esta área curricular é útil no quotidiano.

Por se ter vivido este tipo de dificuldades pretendeu-se saber se o problema era comum a outros educadores e professores, bem como aferir se conheciam a modelação matemática. Para isso, elaborou-se um questionário que foi disponibilizado a atuais e futuros educadores/professores habilitados para o ensino da matemática, com o objetivo de entender se conheciam o conceito, as suas etapas e ainda se na sua formação académica haviam tomado

contacto com unidades curriculares nos quais a modelação matemática fosse abordada. Concluiu-se que existe um grande desconhecimento do tema e que, do mesmo modo, este não pertence ao plano de estudos dos cursos de formação de professores. Seria espectável que, se tal não acontecesse, ou seja, se os professores tomassem contacto com a modelação matemática e a experienciassem no âmbito da sua formação académica, esta seria mais utilizada. O que, a nosso ver, e de acordo com resultados obtidos, seria uma mais valia para a aprendizagem dos alunos pois, estariam mais motivados, entenderiam o papel da matemática na sociedade, estimulavam o seu raciocínio, o seu espírito crítico e tornava-os cidadãos mais interventivos na sociedade. Então, defendemos que a inserção de unidades curriculares de modelação matemática em cursos de formação de professores seria positiva.

Uma vez que a nossa previsão seria que o conhecimento em modelação matemática era baixo, tentamos perceber o porquê de os participantes do nosso estudo não recorrerem a diferentes metodologias de ensino, ao que concluímos que uma das razões seria a extensão dos programas, e conseqüente receio do professor de não o cumprir. De acordo com AE's, relativas ao ensino básico, estas, defendem a formulação de problemas de modelação matemática, contrariando tal argumento. Por outro lado, a falta de preparação, quer académica quer pessoal, do educador/ professor que tem que estar preparado para lecionar assuntos matemáticos, mas também abordar outras questões não matemáticas, pode causar algum desconforto.

É certo que a modelação matemática constitui uma metodologia pouco conhecida, no entanto, pode funcionar como fonte de inspiração para o ensino da matemática. Por exemplo, utilizar situações do quotidiano para tratar assuntos matemáticos ou relacionar a matemática com outros domínios, são situações a que educadores e professores podem recorrer. Contudo, a modelação matemática não estaria a ser utilizada de forma completa, mas a adoção de tais atitudes só traz benefício para o ensino da matemática. De facto, de acordo com a investigação realizada concluímos que os atuais e futuros educadores/professores recorrem a situações do dia a dia para tratar assuntos matemáticos, maioritariamente para motivar os seus alunos e desenvolver o gosto pela matemática e acham bastante vantajoso. Ainda assim, não podemos afirmar que utilizem a modelação matemática, pois, de acordo com os entendidos, é um processo muito mais elaborado e complexo, que pressupõe o desenrolar de várias etapas, que devem ser do conhecimento tanto do professor como do aluno e, a este nível, ainda há um grande trabalho a ser feito.

Defendemos que deveria existir um investimento na formação de professores por forma a prepará-los, adequadamente, para a utilização da modelação nas suas aulas. Para isso,

propomos que esta metodologia seja inserida no plano de estudos dos cursos de formação tanto inicial como contínua de professores. Só assim se consegue que os professores tenham os conhecimentos académicos necessários para a utilizar e, em consequência, se sentirem mais confiantes e seguros, de maneira a implementar, mais frequentemente e de forma mais completa, nas salas de aula, para enriquecer o ensino matemática. Para os professores no ativo, que não tiveram contacto com a metodologia, a criação de formações neste âmbito seria bastante vantajosa, pois iria colmatar os seus conhecimentos sobre a modelação matemática e assim melhorar as metodologias que já utilizam.

Temos noção que estes não são procedimentos fáceis, no entanto, acreditamos que os resultados do nosso percurso de pesquisa possam contribuir para que a modelação matemática seja considerada essencial para o ensino da matemática em Portugal, à semelhança do que acontece em outros países.

A realização deste estudo permitiu a publicação de três artigos científicos, um já publicado (Campos e Matos, 2018a) em *Proceedings* indexados à base *Web of Science*, e outros dois aceites para publicação (Campos & Matos, 2018b, Matos e Campos, 20018) em encontros internacionais. O desenrolar deste trabalho possibilitou o desenvolvimento dos conhecimentos em modelação matemática e prevê-se a continuidade desta investigação, fazendo uma abordagem mais relacionada com a prática de ensino, ou seja, aplicando efetivamente, a metodologia em sala de aula e tirando conclusões acerca dos seus benefícios no ensino e na aprendizagem da matemática.

Referências Bibliográficas

- Amado, J. (2010). *Manual de Investigação Qualitativa em Educação*. Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra.
- Bahmaei, F. (2011). Mathematical modelling in primary school, advantages and challenges. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 9, 3-13.
- Barbosa, J. (2001). Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. *Bolema*, 15, 5-23.
- Barbosa, J. (2004a). A “contextualização” e a Modelagem na educação matemática do ensino médio. In I. Almeida & C. Araújo (Coords.) *Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: um compromisso social*. (pp. 1-11) Recife: Universidade Federal do Pernambuco.
- Barbosa, J. (2004b). Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? *Veritati*. 4, 73-80.
- Barbosa, J. (2004c). As relações dos professores com a modelação matemática. In I. Almeida & C. Araújo (Coords.) *Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp.1-11) Recife: Universidade Federal de Pernambuco.
- Barbosa, J. (2004d). Modelagem Matemática na sala de aula. In. I. Almeida & C. Araújo (Coords.) *Anais do VIII Encontro nacional de educação matemática. Educação Matemática: um compromisso social*. (pp.1-10) Recife: Universidade Federal do Pernambuco.
- Barquero, B., Bosch, M., & Roma, A. (2018). A Mathematical modelling in teacher education: dealing with institutional constraints. *Springer*, 50, 3-43.
- Bassanezi, R. (2002). *Ensino-Aprendizagem com modelagem matemática*, São Paulo: Editora contexto.
- Biembengut, M. & Hein, N. (2004) Modelación matemática y los desafios para enseñar matemática. *Educacion Matemática*, 16, 105-125.
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., Timóteo, M. C., Damião, H., & Festas, I. (2013). *Programa e Metas Curriculares Matemática- Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Bobis, J, Maasepp, B. (2014) Prospective Primary Teachers’ Beliefs about Mathematics. *Mathematics Teacher Education and Development*. 16(2), 89-107.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). Investigação qualitativa em Educação: fundamentos, métodos e técnicas. In R. Bogdan & S. Biklen (Orgs.), *Investigação qualitativa em Educação. Uma introdução à teoria e aos métodos* (pp. 15-80). Porto: Porto Editora.
- Blum, W. (2015). Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? In S. Cho (Ed.) *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*. (pp. 73-96) Seoul: Seoul National University.
- Cai, J., Cirillo, M., Pelesko, J., Ferri, R., Borba, M., Gieger, V., Stillman, G., English, L., Wake, G., Kaiser, G., & Know, O. (2014). Mathematical modeling in school education: mathematical, cognitive, curricular, instructional and teacher education perspectives. In S. Oesterle, P. Liljedahl, C. Nicol, & D. Allan (Eds.) *Proceedings of the Joint*

- Meeting of PME 38 and PME-NA 36, PME-NA*, (pp. 145-172). Vancouver: Simon Fraser University.
- Caldeira, A. (2009) Modelagem Matemática: um outro olhar. *Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 33-54.
- Campos, H. & Matos, A. (2018a) Mathematical modelling in the first years of basic education. In L. Gómez Chova, A. López Martínez, I. Candel Torres (Eds.) *EDULEARN18 Proceedings*, (pp. 6264-6271). Palma: IATED Academy.
- Campos, H. & Matos, A. (2018b) A modelação matemática nos primeiros anos do ensino básico. In Pires, M. V., Mesquita, C., Lopes, R. P., Santos, G., Cardoso, M., Sousa, J., Silva, E., & Teixeira, C. (Eds.) *Livro de atas do 3.º Encontro internacional de formação na docência, INCTE 2017*. Bragança, Portugal: Instituto Politécnico de Bragança (to appear).
- Canavarro, A. (2017). O que a investigação nos diz acerca da aprendizagem da matemática com conexões-ideias da teoria ilustradas com exemplos. *Educação e Matemática*, 144-145, 38-42.
- Carmo, H. & Ferreira, M. (2008). *Metodologia de Investigação: Guia para Auto-Aprendizagem* (2.ª Ed.). Lisboa: Universidade Aberta.
- Carreira, S. (2017). Sublinhando resultados da investigação em modelação matemática e aplicações na aprendizagem. *Educação e Matemática*, 144-145, 44-50.
- Carreira, S. (2010). Conexões matemáticas - Ligar o que se foi desligando. *Educação e Matemática*, 110, 13-18.
- Costa, H. (2009). A modelagem matemática através de conceitos científicos. *Ciências & Cognição*, 14 (3), 114-133.
- Crato, N. (2008) *A Matemática das Coisas*, Lisboa: Gradiva.
- Cunha, L. (2007). *Modelos Rasch e Escalas de Likert e Thurstone na medição de atitudes*. (Dissertação de mestrado) Universidade de Lisboa, Portugal.
- Davis, P. & Hersh, R. (1995) *A Experiência Matemática*, Lisboa: Gradiva.
- Devlin, K. (2002). *Matemática: a ciência dos padrões*. Porto: Porto Editora.
- Ferruzzi, E., & Almeida, L. (2015). Diálogos em Educação Matemática. *Ciência & Educação*, 2(21), 377-394.
- Fox, J. (2006). A justification for mathematical modelling experiences in the preparatory classroom. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen, & M. Chinnappan (Eds.) *Proceedings 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, (pp. 221-228), Canberra: Curtin University.
- Güzel, E. (2010). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modelling problems. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 30, 19-36.
- Jacobs, G. J. & Durandt, R. (2017) Attitudes of Pre-Service Mathematics Teachers towards Modelling: A South African Inquiry. *EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 13(1), 61-84.

- Junior, N. & Junior, M. (2014) *Modelagem na Educação Básica: uma possibilidade para a sala de aula de matemática* (Pós-graduação em Educação matemática). Universidade Federal de Juiz de fora, Brasil.
- Kaiser, G., Schwarz, B., & Tiedemann, S. (2010). Future teachers' professional knowledge on modelling. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp.433-444). New York, NY: Springer.
- Ludwing, A. (2014). Métodos de Pesquisa em Educação. *Revista Temas em Educação, João Pessoa*, 2(23), 204-233.
- Luna, A. & Souza, E. (2014) Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores. *REVEMAT*, 9, 57-73.
- Lutz, M., Bona, A., & Fonseca, J. (2017). O uso da modelagem em matemática na sala de aula. *Revista de Ciência e Inovação*, 2(1), 57- 68.
- Marôco, J., Gonçalves, C., Lourenço, V. & Mendes, R. (2016a) *PISA-2015-PORTUGAL. Volume I: Literacia Científica, Literacia de Leitura & Literacia Matemática*. Lisboa: IAVE
- Marôco, J., Gonçalves, C., Lourenço, V. & Mendes, R. (2016b) *TIMSS 2015-PORTUGAL. Volume1: Desempenhos em Matemática e em Ciências*. Lisboa: IAVE.
- Martins, G., Gomes, C., Brocado, J. Pedroso, J., Carrillo, J., Silva, L., Guerreiro, M., Costa, M, Calçada, M., Nery, R. & Rodrigues, S. (2017) *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Lisboa: DGE.
- Matos, A. & Campos, H. (2018). A modelação matemática nos primeiros anos. In *Atas do VPCT*. Vila Real: Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro. (to appear).
- Meirinhos, M. & Osório, A. (2010). O estudo de caso como estratégia de investigação em educação. *Eduser: Revista de Educação*, 2(2), 49-65.
- Mendes, F. (2017) Ser matemático na sala de aula. *Educação e Matemática*, 144-145, 9-15.
- Nakayama, B. & Santos, C. L. (2018) Um estudo meta-analítico sobre pesquisas em modelagem matemática na formação de professores. *Revista @mbienteducação* 11(1), 66-77.
- Orey, D. & Rosa, M. (2009) Educação matemática: algumas considerações e desafios na perspectiva etnomatemática. *Revista de Edição Popular*, 8, 55-63.
- Ponte, J. (1992). Problemas de matemática e situações da vida real. *Revista de Educação*, 2(2), 95-107.
- Ribeiro, C. (2010) The Impact of Modeling in the Teaching-Learning Process: a symbiosis between problem solving and modeling everyday life. *Bolema boletim de educação matemática* (37) 23, 977-1004.
- Ribeiro R., M., & Powel, A., B. (2018) Modelagem matemática e o conhecimento matemático para o ensino: uma discussão sobre representações matemáticas na formação continuada de professores que ensinam matemática. *Revista @mbienteducação*, 11(1), 45-65.
- Rosa, M. (2005) Currículo e matemática: algumas considerações na perspectiva etnomatemática. *Plures Humanidades*, 6, 81-96.
- Ruiz, A. R. (2011) O que é a matemática? *Teias* 26(12), 287-292.

- Serrazina, M. L. M. (2012) Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. *Revista eletrónica de educação*, 6(1),266-282.
- Silva, I., Marques, L., Mata, L. & Rosa, M. (2016). Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar. Lisboa: Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação.
- Skovsmose, O. (2002) Os cenários de investigação. *Bolema* 14, 66-91.
- Stewart, I. (1996). *Os números da natureza*. Rio de Janeiro: Rocco.
- Teixeira, N. (2005). Metodologias de pesquisa em educação: possibilidades e adequações. *Caderno Pedagógico: Lajeado*, 12(2), 7-17.
- Texto Editores (2007) *Novo Dicionário da Língua Portuguesa conforme o Acordo Ortográfico*. Lisboa: Texto Editores.
- Verschaffel, L., Corte, E. & Borghart, I. (1997). Pre-service Teacher's conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 339-359.

Webgrafia

- Aprendizagens Essenciais. Articulação com o perfil dos alunos. (2018). http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/matematica_1c_1a_ff_18julho_rev.pdf acedido em 27/10/2018.
- Ashtiani, A.& Doosti, A. (2009) Mathematical Modeling: a new approach for mathematics teaching in different levels. In. *2nd Meeting of the network of teachers, researchers and undergraduate students of physics and mathematics* http://www.enrede.ufscar.br/participantes_arquivos/E4_Ashtiani_TC.pdf
- Carvalho e Silva, J. C. (1994). Das funções à modelação matemática. *Encontro nacional da APM. Profmat94*, 9-12 <https://www.mat.uc.pt/~jaimecs/pessoal/funcmodel.html> .
- Vertuan, R. (2010). Modelagem Matemática na Educação Básica. Kato, L. (Coord.) In *IV Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática. Modelagem matemática: perspectivas interdisciplinares para o ensino e a aprendizagem da matemática*, Maringá: Universidade Tecnológica Federal do Paraná. http://www.uel.br/grupo-pesquisa/grupemat/docs/mesa_epmem2010.pdf

Legislação

- Decreto-Lei n.º 5/97, de 10 de fevereiro, Lei-Quadro da Educação Pré-Escolar - consagra o ordenamento jurídico da educação pré-escolar, na sequência da Lei de Bases do Sistema Educativo.
- Decreto-Lei n.º 74/2006 de 24 de março. Diário da República, 1.ª série - N.º 60. Ministério da Educação e Ciência. Lisboa. - Aprova o regime jurídico dos graus e diplomas do ensino superior, em desenvolvimento do disposto nos artigos 13.º a 15.º da Lei n.º 46/86, de 14 de outubro (Lei de Bases do Sistema Educativo), bem como o disposto no n.º 4 do artigo 16.º da Lei n.º 37/2003, de 22 de agosto (estabelece as bases do financiamento do ensino superior).
- Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de Julho, que estabelece os princípios orientadores da organização e da gestão dos currículos, da avaliação dos conhecimentos e capacidades

a adquirir e a desenvolver pelos alunos dos ensinos básico e secundário. (inclui as matrizes curriculares do Ensino Básico e Secundário).

Despacho n.º 6478/2017, de 26 de julho que homologa o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória.

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho, que estabelece o currículo dos ensinos básico e secundário, os princípios orientadores da sua conceção, operacionalização e avaliação das aprendizagens, de modo a garantir que todos os alunos adquiram os conhecimentos e desenvolvam as capacidades e atitudes que contribuem para alcançar as competências previstas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória.

Despacho n.º 6944-A/2018, de 19 de julho, que homologa as Aprendizagens Essenciais do ensino básico (1.º, 2.º e 3.º ciclos), constantes dos anexos I a III do Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho.

Regulamento n.º 658/2016 de 13 de julho. Diário da República, 2.ª série — N.º 133. Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro. Vila Real. - Regulamento Geral dos Ciclos de Estudo Conducentes ao grau de Mestre da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro.

Lista de Apêndices

Apêndice A: Planificação semanal da PES realizada em Educação Pré-escolar referente a semana de 15 de maio a 19 de maio de 2017.

Apêndice A1: Atividade de culinária: Guião de receitas do bolo de canela e do Pão de Alho.

Apêndice B: Planificação semanal da PES realizada em Educação Pré-escolar referente a semana de 29 de maio a 2 de maio de 2017.

Apêndice C: Planificação semanal da PES realizada em Educação Pré-escolar referente a semana de 6 de junho a 8 de junho de 2017.

Apêndice D: Planificação semanal da PES realizada em Educação Pré-escolar referente a semana de 26 de junho a 28 de junho de 2017.

Apêndice E: Planificação semanal da 1.^a Responsabilização da PES realizada no 1.º CEB.

Apêndice F: Planificação semanal da 2.^a responsabilização da PES realizada no 1.º CEB.

Apêndice F1: Ficha de consolidação referente aos números pares e ímpares.

Apêndice G: Planificação semanal da 3.^a responsabilização da PES realizada no 1.º CEB.

Apêndice G1: Ficha de consolidação de conhecimentos relativa aos múltiplos de 5 e 10.

Apêndice H: Questionário aplicado: “A modelação no ensino da matemática”.

