### UNIVERSIDADE DE TRÁS-OS-MONTES E ALTO DOURO



# Caracterização da madeira de *Pinus pinaster* à fractura em modo I à escala dos anéis de crescimento

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Pedro Miguel Fernandes Monteiro

Vila Real, 2013

Aos meus pais, Aristides e Isabel. Ao meu irmão Nuno

Dissertação apresentada à Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, realizada sob a orientação científica do Professor Doutor José Joaquim Lopes Morais e coorientação científica do Professor Doutor José Manuel Cardoso Xavier

#### Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer aos meus orientadores José Joaquim Lopes Morais e José Manuel Cardoso Xavier, por todo o apoio e conhecimento transmitido durante a realização da presente dissertação de mestrado. Também ao Professor Nuno Dourado por toda a paciência que teve durante o desenvolvimento do modelo por elementos finitos.

Gostaria de agradecer evidentemente aos meus pais, por todo apoio incondicional prestado durante estes árduos anos de trabalho, pois sem eles nada disto seria possível.

Ao meu irmão que sempre transmitiu orgulho em mim.

A todas as restantes pessoas que estiveram direta ou indiretamente envolvidas neste trabalho, em especial, Diogo Mesquita, Luís da Silva, Romeu Nunes, João Pereira, Ivo Novais, Fábio Pereira, Rosana Tavares, Filipe Silva, os meus sinceros agradecimentos por todo o apoio e colaboração.

Por fim gostaria de agradecer também à Universidade de Trás-os-Montes e alto Douro que proporcionou os meios e condições para o desenvolvimento deste trabalho.

#### Resumo

A madeira é um dos materiais de construção mais antigos e é utilizado actualmente a uma grande escala no campo da engenharia de estruturas, na procura de uma economia sustentável, baseada em recursos biológicos renováveis. No entanto ainda estamos longe de utilizar todo o potencial que a madeira oferece como material de construção, em parte devido ao relativo desconhecimento sobre alguns aspectos do seu comportamento mecânico e à fractura. Esse desconhecimento tem a ver com a estrutura hierárquica e anisotrópica da madeira, bem como com a sua variabilidade intra-específica e inter-específica. A madeira que é usada como material de construção tem origem em duas grandes classes de espécies florestais, as folhosas e as resinosas, que se diferenciam pela sua estrutura anatómica. No trabalho desenvolvido apenas iremos considerar a madeira da espécie *Pinus pinaster*, também conhecida como pinho bravo, e que é uma espécie resinosa.

O presente trabalho teve como objectivo central o estudo de um método directo (isto é, baseado apenas em informação experimental) de identificação da lei coesiva que regula o comportamento à fractura em modo I da madeira de *Pinus pinaster*, à escala dos anéis de crescimento e através do ensaio DCB (*double cantilever beam*). O trabalho foi circunscrito ao sistema de propagação RL, sendo R (direcção anatómica radial) a direcção normal ao plano da fenda e L (direcção anatómica longitudinal) a direcção de propagação da fenda. Para além deste objectivo principal, procuramos caracterizar a influência da concentração de água, abaixo do ponto de saturação de fibra, na lei coesiva em modo I da madeira de *Pinus pinaster*. Sendo a fractura um fenómeno localizado, é importante avaliar as propriedades de fractura à escala característica dos anéis de crescimento (ou escala meso). Além disso, a caracterização das propriedades de fractura a essa escala é fundamental para os processos de fabrico por corte ou arranque da apara (importantes na indústria do mobiliário) e para as ligações de elementos estruturais por ligadores metálicos (muito comuns na construção moderna em madeira).

O método de identificação da lei coesiva em modo I baseia-se na determinação da curva força-deslocamento e do *CTOD* (*crack tip opening displacement*). O *CTOD* foi determinado processando os campos de deslocamentos na região da extremidade da fenda através da técnica da correlação digital de imagem. A curva força-deslocamento é

a única informação experimental requerida para a determinação da curva de resistência em modo I através do método CBBM (*compliance based beam method*). Por sua vez, a curva de resistência, combinada com a evolução do *CTOD* durante o ensaio, é a informação de base em que a assenta a identificação da lei coesiva. De facto, a lei coesiva obtém-se por derivação da relação  $G_{I}$ -*CTOD*. A validade deste método de identificação da lei coesiva foi demonstrada recorrendo à simulação do ensaio DCB por elementos finitos, incorporando um modelo de dano coesivo. Os resultados experimentais revelaram que a fractura decorre no lenho inicial, pelo que a lei coesiva identificada representa o comportamento à fractura desse tecido. Além disso, os resultados obtidos mostraram que o aumento da concentração de água não afecta a tensão de rotura coesiva, mas aumenta a taxa crítica de libertação de energia e o valor máximo do *CTOD*.

#### Abstract

Wood is one of the oldest construction materials and nowadays it is greatly used in engineering of structures, aiming to evolve into a more sustainable economy, based on renewable biological resources. However, we are far from the exploitation of full potential that wood offers as a construction material. This is mainly due to lack of knowledge about some aspects of its mechanical and fracture behavior. This lack of knowledge is due to the anisotropic and hierarchical structure, and to its intra-specific an inter-specific variability. The wood employed as construction material has its origins in two major species, hardwood and softwood trees. In the current work we selected the *Pinus pinaster* wood that belongs to the hardwood class.

The main objective of the current work was to study a direct method (based only in experimental data) to identify the cohesive law that dictates the fracture behavior in mode I of the *Pinus pinaster* wood, at the growth ring scale, using the DCB (double cantilever beam) test. The chosen propagation system was the RL plane, where R (radial anatomic direction) is the direction perpendicular to propagation plane and L (longitudinal anatomic direction) is the direction of crack propagation. Besides the main objective, we have also studied the moister influence on the cohesive law for mode I, below the fiber saturation point. Fracture is a local phenomenon, so it is important to determine fracture properties at the growth ring scale. The characterization of fracture properties at the growth ring scale is important to the manufacturing processes used in furniture industries and to structural wooden elements joined by metallic joints.

The direct identification method of cohesive law in mode I is based on the measurement of load-displacement curve and *CTOD* (crack tip opening displacement). *CTOD* was extracted from the displacements field around the crack tip, measured by DIC (digital image correlation). The load-displacement curve is the only experimental data that is required to determine the resistance curve (*R*-curve) in mode I through the CBBM (compliance based beam method). The next step is to combine the *R*-curve with the *CTOD* previously measured. The cohesive law is the derivative of *G*<sub>I</sub>-*CTOD* relationship. This direct method was validated through FE (finite element) simulation of the DCB test, using a cohesive damage model. The experimental results reveal that fracture occurs in earlywood, and therefore the identified cohesive law represents the fracture behavior of earlywood tissue. Furthermore, the experimental results also show

that moisture increase does not affect the cohesive rupture strength, but increases the critical energy release rate and the maximum value of *CTOD*.

### Nomenclatura

- A(x,y) Função de mapeamento;
- $\overline{A}$  Valor médio da função de mapeamento;
- a comprimento de fenda numérico;
- $a_{\rm eq}$  Comprimento de fenda equivalente;
- *a*<sub>DIC</sub> Comprimento de fenda calculado através da correlação digital de imagem;
- $a_0$  Comprimento de fenda inicial;
- *B* Espessura dos provetes;
- C flexibilidade dos provetes;
- $C_0$  flexibilidade inicial dos provetes;
- CBBM Compliance based beam method;
- CCD Charged coupled device.
- CTOD Crack tip opening displacement;
- CTOD<sub>I</sub> Crack Tip Opening Displacement em modo de propagação I;
- CTOD<sub>II</sub> Crack Tip Opening Displacement em modo de propagação II;
- CTOD<sub>max</sub> Crack Tip Opening Displacement máximo;

*CTOD*<sup>+</sup> – Crack Tip Opening Displacement do subset superior;

- CTOD Crack Tip Opening Displacement do subset inferior;
- CV-Coeficiente de Variação;
- DCB Double cantilever beam;
- DIC Digital image correlation;
- $\underline{D}$  Matriz diagonal que contém o parâmetro de dano;
- $d_{\rm i}$  parâmetro de dano;
- $E_{\rm f}$  Módulo de flexão;
- $E_{\rm L}$  Módulo de elasticidade segundo a direção longitudinal;
- $E_{\rm R}$  Módulo de elasticidade segundo a direção radial;
- <u>E</u> Matriz diagonal que contém o fator de penalidade;
- $f_{\rm s}$  resolução espacial da DIC;
- $G_{LR}$  Módulo de corte nas direções LR;
- GI Taxa de libertação de energia em modo I de fratura;
- $G_{\text{II}}$  Taxa de libertação de energia em modo II de fratura;
- G<sub>III</sub> Taxa de libertação de energia em modo III de fratura;

 $G_{\rm Ic}$  – Taxa de libertação de energia crítica em modo I de fratura;

 $G_{\text{IIc}}$  – Taxa de libertação de energia crítica em modo II de fratura;

 $G_{\text{IIIc}}$  – Taxa de libertação de energia crítica em modo III de fratura;

 $G_{I,i}$  – Taxa de libertação de energia de iniciação em modo II de fratura;

G<sub>I, max</sub> – Taxa de libertação de energia máxima em modo II de fratura;

 $G_{I,Pmax}$  – Taxa de libertação de energia respetiva à força máxima em modo II de fratura;

h – altura dos provetes;

 $\underline{I}$  - Matriz identidade;

M(x,y) – Máscara de mapeamento;

 $M_{\rm e}$  – Teor de água presente na estrutura da madeira;

P – Força aplicada aos provetes durante o ensaio ou simulação numérica;

P<sub>max</sub> - Força máxima aplicada ao provete durante o ensaio ou simulação numérica;

R – Rigidez inicial dos provetes;

 $R^2$  – Coeficiente de correlação;

r – razão entre a massa volúmica de referência do lenho final e a massa volúmica de referência do lenho inicial;

RL – Sistema de propagação RL, R (direcção radial dos anéis de crescimento) e L (direcção longitudinal das fibras);

 $u_{\rm p}$  – Vector deslocamento do ponto p;

W<sub>Lenho Real</sub> – Largura do lenho a ser calculada;

 $W_{\text{Lenho CAD}}$  – Largura do lenho medida no AUTOCAD<sup>®</sup>;

W<sub>Total Real</sub> – Largura total do provete medida em laboratório;

 $W_{\text{Total CAD}}$  – Largura total do provete medida no AUTOCAD<sup>®</sup>;

W<sub>i</sub> – Largura calculada do lenho inicial;

*W*<sub>f</sub> - Largura calculada do lenho final;

w<sub>i</sub> – Percentagem do lenho inicial;

w<sub>f</sub> - Percentagem do lenho final;

ZPF – Zona de processo de fratura;

 $\alpha$  – Valor de treshold;

 $\beta_i$  – razão de modo misto;

 $\Delta$  – Factor de correção de Williams;

 $\Delta a$  – Variação do comprimento de fenda numérico;

△ZPF – Variação do comprimento da zona de processo de fratura;

XVI

 $\delta$  - Deslocamento imposto aos provetes durante o ensaio ou simulação numérica;

 $\delta_{\rm r}$  – Vector de deslocamentos relativos;

 $v_{LR}$  – Coeficiente de poisson nas direções LR;

ρ – massa volúmica média dos provetes secos medida em laboratório;

 $\rho_{\text{final}}$  - massa volúmica calculada do lenho final;

 $\rho_{inicial}$  – massa volúmica calculada do lenho inicial;

 $\rho_{\text{final,ref}}$  – massa volúmica de referência do lenho final;

pinicial,ref - massa volúmica de referência do lenho inicial Pereira;

 $\rho_{ref}$  – massa volúmica de referência Silva;

 $\sigma_{\rm I}$  – Tensão em modo I de propagação;

- $\sigma_{\rm II}$  Tensão em modo II de propagação;
- $\sigma_{\rm III}$  Tensão em modo III de propagação;
- $\sigma_{\rm u}$  Tensão de rotura coesiva em modo de propagação I;
- $\underline{\sigma}\,$  Vector de tensões.

### Índice Geral

Resumo	IX
Abstract	XI
Nomenclatura	XII
Índice de Figuras	XXI
Índice de Tabelas	XXVII

### Capítulo 1

### Introdução

1.1 Generalidades	1
1.2 Objetivos e organização	3

### Capítulo 2

### Revisão bibliográfica

2.1 Introdução
2.2 Estrutura da madeira de <i>Pinus</i> pinaster5
2.3 Propriedades mecânicas da madeira de <i>Pinus</i> pinaster
2.4 Comportamento à fractura da madeira de Pinus pinaster e de ligações coladas
e madeira de <i>Pinus</i> pinaste13
2.5 Simulação numérica da fractura usando modelos coesivos20
2.6 Determinação experimental das propriedades de fractura em modo I através do
ensaio DCB
2.6.1 O método DCB24
2.6.2 Medição do CTOD e do comprimento de fenda por correlação digital
de imagem26
2.6.3 Identificação da lei coesiva

### Capítulo 3

### Trabalho experimental

3.1 Introdução	
3.2 Material e provetes	31
3.3 Caracterização da meso estrutura dos provetes	
3.4 Ensaios DCB	

### Capítulo 4

### Análise por elementos finitos do ensaio DCB

4.1 Introdução	43
4.2 Modelos de elementos finitos	43
4.3 Apresentação e discussão de resultados	48
4.4 Conclusões	56

### Capítulo 5

## Caracterização experimental do comportamento à fractura em modo I

5.1 Introdução	57
5.2 Curvas de resistência	58
5.3 Curvas de resistência: Método CBBM	61
5.4 Curvas de resistência: Equação de Irwin-Kies	63
5.5 Leis Coesivas	68
5.6 Conclusões	73

### Capítulo 6

### **Conclusões gerais**

### Índice de Figuras

### Capítulo 2

Figura 2.1 - Aspecto macroscópico de um sector do tronco de uma árvore
resinosa (Xavier, 2003)
Figura 2.2 – Estrutura celular (escala micro) dos lenhos inicial e final da madeira
de Pinus pinaster, no plano transversal (Xavier 2003)
Figura 2.3 – Esquema tridimensional da estrutura celular (escala micro) das
espécies resinosas (Xavier 2003)7
Figura 2.4 – Representação esquemática dos traqueídos pertencentes ao lenho
inicial (a) e ao lenho final (b) (Xavier, 2003)
Figura 2.5 – Ensaios de tracção e de flexão em quatro pontos para a determinação
de EL (Pereira, 2005)
Figura 2.6 – Ensaios de tracção propostos por Pereira (2005): (a) determinação de
ER e RT; (b) determinação de ET e TL
Figure 2.7 Esqueme de enseie Lesineseu (Vavier 2002)
Figura 2.7 – Esqueina do ensaio losipescu (Xavier, 2003)
Figura 2.8 – Aspecto geral do ensaio "off axis": (a) plano LR, (b) plano LT e (c)
plano RT (Garrido, 2004)12
Figura 2.9 – Aspecto geral do ensaio de Arcan (Oliveira, 2004)13
Figura 2.10 – Modos de propagação puros (Barreto, 2008)
Figura 2.11 – Sistemas de propagação de fendas na madeira (Silva, 2006)14

Figura 2.12 – Esquema do ensaio DCB (de Moura et al, 2012).....16

Figura 2.14 – Esquema do ensaio SEN-TPB (Dourado et al, 2008).....17

Figura 2.16 – Os ensaios ELS e SLB (Oliveira et al, 2009).....19

Figura 2.17 – Aspecto do ensaio MMB para a madeira (de Moura et al, 2010)...20

Figura 2.18 – Elemento finito de interface (Gonçalves et al 1999).....20

Figura 2.19 – Modelo de dano coesivo (de Moura et al, 2006)......21

Figura 2.20 – (a) Esquema de um equipamento de CDI para medições de campos cinemáticos num plano (Pan, 2009); (b) exemplo de um padrão speckle......27

#### Capítulo 3

Figura 3.1 – Geometria e dimensões nominais dos provetes (em milímetros).....32

Figura 3.3 – Meso estrutura dos provetes: (a) provete com 7 anéis de crescimento;
(b) provete com 3 anéis de crescimento34
Figura 3.4 – Medição da largura dos anéis e dos lenhos35
Figura 3.5 – Distribuição da percentagem das de lenho final $(w_f)$ e inicial $(w_i)$ , por concentração de água
Figura 3.6 – Distribuição do número de anéis, por concentração de água37
Figura 3.7 – Distribuição da massa volúmica aparente por teor de água
Figura 3.8 – Aspecto geral dos ensaios DCB (a) e detalhe das amarras (b)39
Figura 3.9 – Padrão de <i>speckle</i> e respectivo histograma40
Figura 3.10 – Propagação em modo misto41

### Capítulo 4

Figura 4.3 – Lei de dano introduzida nos modelos de elementos finitos......47

 Figura 4.5 – Curvas P- $\delta$  numéricas e experimentais (provetes secos)......49

Figura 4.9 – Curvas de resistencia $G_{\rm I}$ - $a_{\rm eq}$ - $\Delta$	.5	3
--	----	---

#### Capítulo 5

	Figura 5.1 – Curvas força-deslocamento da amostra de provetes secos
	Figura 5.2 – Variação da força máxima com o teor de água60
	Figura 5.3 – Evolução da rigidez com o teor de água60
	Figura 5.4 – Curvas de resistência das amostras de provetes secos61
Х	XIV

Figura 5.6 – Evolução do comprimento de fenda com o deslocamento aplicado: (a) caso concordante com o CBBM; (b) caso discordante com o CBBM......64

### Índice de Tabelas

#### Capítulo 3

Tabela	3.1	—	Teor	de	água	presentes	nos	provetes	à	temperatura	de	35°C e
45°C												33

#### Capítulo 4

Tabela 4.1 – Alt	ura do	os lenhos	e do	anel de cr	rescime	nto	(em milím	etros	s, n	nm)	e
correspondência	para	número	de	elementos,	para	os	modelos	de	5	e	7
anéis										4	15

#### Capítulo 5

Tabela	5.3	_	Efeito	da	concentração	de	água	nos	valores	de	$CTOD_{\max}$	e	de
$\sigma_{\!\mathrm{u}}$													.70
											Х	X	VII

### **CAPÍTULO 1**

#### Introdução

#### 1.1 Generalidades

A madeira é um material que desde há muito tempo tem vindo a ser empregue na construção de edifícios, pontes e outras estruturas. Tal facto explica-se sobretudo pela abundância da matéria-prima e pela relativa facilidade de transformação dos troncos das árvores em elementos estruturais. Nos dias de hoje assiste-se a um renovado interesse na construção em madeira, no contexto de um desenvolvimento económico sustentável e baseado em recursos naturais de origem biológica (*bio-based economy*). De facto, a madeira é um material renovável e reciclável, que é energeticamente mais eficiente em todo o ciclo de vida das construções que o aço e o betão, desempenhando um papel central na concretização do conceito moderno de construção sustentável (Stehn, 2002; Gustavsson e Satre, 2006). A utilização da madeira na construção contribui para a preservação e valorização dos recursos florestais, podendo ter por essa via ter um impacto significativo na economia rural, na economia do carbono (sequestro de carbono), na qualidade da água e na biodiversidade (Forest Based Sector, Technology Platform, 2012).

Portugal possui importantes recursos florestais, que ocupam a maior parcela do território nacional, cerca de 35% (ICNF, 2013), relativamente às restantes formas de ocupação do território nacional: 32% para os matos e pastagens, 24% para a agricultura, 5% para fins urbanos, 2% para as águas interiores e 2% de solos improdutivos. As principais espécies florestais são o eucalipto (26% da área arborizada), o pinheiro-bravo (23% da área arborizada), o sobreiro (23% da área arborizada), a azinheira (11% da área arborizada) e o pinheiro-manso (6% da área arborizada), segundo os dados do 6° inventário florestal nacional (ICNF, 2013). Em 2009 a fileira florestal nacional contribuiu com 1.73% para o PIB e para 11.79% do valor acrescentado bruto industrial (DAPFVRS, 2013). Um outro dado significativo do desempenho económico da fileira

floresta é o contributo positivo para as exportações, que em 2011 ascendeu a 9.8% do total das exportações nacionais (DAPFVRS, 2013).

É fundamental para a utilização eficiente da madeira como material estrutural, conhecer com rigor as suas propriedades mecânicas e de fractura. Porém, a identificação experimental dessas propriedades é ainda um problema em aberto, devido à sua variabilidade e estrutura hierárquica, isto é, estrutura organizada de forma diferente em diferentes escalas de observação, desde a escala marco dos componentes estruturais até à escala nano das macromoléculas. Além disso, a madeira é um material ortotrópico, sendo os planos de simetria da sua estrutura interna definidos pela direcção longitudinal (L) das fibras, pela direcção radial (R) dos anéis de crescimento e pela direcção tangencial (T) aos anéis de crescimento.

A caracterização do comportamento à fractura tem sido sobretudo feita à escala macro, considerando a madeira como um material homogéneo e ortotrópico, a essa escala (de Moura et al, 2008; de Moura et al, 2009; de Moura et al, 2011(a)). Porém, a fractura é um fenómeno localizado, sendo importante avaliar as propriedades de fractura à escala característica dos anéis de crescimento (ou escala meso). Uma das áreas onde a escala meso parece ser a escala adequada para a caracterização da fractura da madeira é a área dos processos de fabrico por corte ou arranque da apara (Le-Ngoc & McCallion, 2000; Costes, 2004). Outra área onde o conhecimento das propriedades de fractura à escala meso parecer ser relevante é a área das ligações de elementos estruturais por cavilhas metálicas (Santos et al, 2009; Santos et al, 2010).

A propagação de fendas na madeira envolve mecanismos de dano complexos numa região mais ou menos extensa na extremidade da fenda, designada por zona de processo de fractura (ZPF) (Smith, Landis e Gong, 2003). Um método adequado para o tratamento analítico ou numérico desses fenómenos consiste no uso de modelos coesivos (Elices et al, 2002). No contexto dos modelos coesivos, assume-se que a ZPF está concentrada em superfícies coesivas, sendo o comportamento do material descrito por uma lei que relaciona as tensões com os deslocamentos relativos das superfícies coesivas adjacentes, e que é conhecida por lei coesiva. O principal obstáculo à utilização de modelos coesivos tem a ver com o relativo desconhecimento que ainda persiste sobre alguns dos seus aspectos essenciais, nomeadamente a objectividade física das leis coesivas. Intimamente relacionada com esta questão está a questão dos métodos, experimentais e de tratamento de dados, adequados para a identificação de leis coesivas fisicamente objectivas, isto é, de leis coesivas que sejam válidas não apenas para as condições laboratoriais em que são determinadas, mas que também sejam aplicáveis nas estruturas reais.

#### 1.2 Objectivos e organização do trabalho

O objectivo central desta dissertação consiste no estudo de um método de identificação da lei coesiva em modo I da madeira, baseado apenas em dados experimentais. Um objectivo secundário é o da avaliação do efeito da concentração de água nas leis coesivas em modo I, para concentrações de água inferiores ao ponto de saturação de fibras.

O trabalho efectuado incidiu sobre a madeira de *Pinus pinaster* e sobre o ensaio DCB (*double cantilever beam*). O método de identificação da lei coesiva baseia-se na curva força-deslocamento e no *CTOD* (*crack tip opening displacement*), medido através da técnica da correlação digital de imagem. A curva força-deslocamento é a informação experimental necessária para a determinação da evolução da taxa de libertação de energia em modo I durante o ensaio (curvas de resistência ou curvas-*R*), através do método de calibração da flexibilidade baseado na teoria de vigas (CBBM, *compliance based beam method*). As leis coesivas resultam da derivação da taxa de libertação de energia em ordem ao *CTOD*.

A presente dissertação está organizada em seis capítulos, incluindo este capítulo introdutório. No capítulo 2 será feita uma revisão sumária da estrutura anatómica da madeira, dos métodos de identificação das propriedades elásticas e de fractura da madeira, da utilização de modelos coesivos e do método CBBM aplicado ao ensaio DCB. No capítulo 3 apresentaremos os detalhes do trabalho experimental que foi realizado, incluindo a caracterização da meso estrutura e da massa volúmica dos provetes ensaiados. No capítulo 4 serão apresentados e discutidos os resultados da simulação por elementos finitos do ensaio DCB, tendo em vista a validação do método de identificação da lei coesiva em modo I. No Capítulo 5 serão apresentados e discutidos os resultados dos ensaios DCB, que serviram para a identificação das leis coesivas em modo I e para analisar o efeito da concentração de água sobre essas leis. Por fim, no capítulo 6 apresentaremos as principais conclusões a que chegamos com a realização deste trabalho.

#### Revisão bibliográfica

#### 2.1 Introdução

Neste capítulo começamos por descrever, de forma sintética, a estrutura anatómica da madeira das espécies resinosas, entre as quais se inclui a espécie *Pinus pinaster*. Com esta revisão procuramos realçar a natureza orientada (ortotrópica) e hierárquica da estrutura da madeira, com implicações no comportamento mecânico e à fractura. Em seguida, fazemos uma revisão sumária sobre a determinação das propriedades elásticas e das propriedades de factura da madeira de *Pinus pinaster* e das ligações coladas entre peças de madeira de *Pinus pinaster*. Concluímos com uma breve revisão dos modelos coesivos para a simulação da fractura e do método CBBM (*compliance beam based method*) aplicado ao ensaio DCB (*double cantilever beam*).

#### 2.2 Estrutura da madeira de *Pinus pinaster*

A estrutura da madeira exibe diferentes organizações consoante a escala de observação: a escala macro (escala características das peças de dimensões estruturais), a escala meso (escala característica dos anéis de crescimento), a escalo micro (característica do tecido celular) e a escala nano (característica da parece celular). Nesta secção iremos descrever apenas a estrutura da madeira nas três primeiras escalas de observação, limitando-nos à estrutura da espécie *Pinus pinaster*. Esta espécie, do ponto de vista botânico, pertence ao grupo das resinosas, também designadas por gimnospérmicas.

Na Figura 2.1 está ilustrado o aspecto macroscópico da madeira em três planos distintos: o plano transversal (1) do um tronco de uma árvore, o plano radial (2) resultante de um corte longitudinal desde a medula (4) até à casca exterior (10), e o plano tangencial (3). No plano transversal de um tronco (1) identificam-se bandas

escuras e claras alternadas. Cada par de bandas escura e clara corresponde a um acréscimo de lenho ao diâmetro da árvore no período de um ano, sendo designado por anel de crescimento. As zonas claras (lenho inicial) formam-se na primeira fase do período vegetativo (na Primavera); as zonas mais escuras (lenho final) correspondem à segunda fase do período vegetativo (no Verão/Outono). Na Figura 2.2 pode ser observado o aspecto típico dos tecidos celulares (escala micro) do lenho inicial e do lenho final, no plano transversal (plano 1, na Figura 2.1).



Figura 2.1 – Aspecto macroscópico de um sector do tronco de uma árvore resinosa (Xavier, 2003).



Figura 2.2 – Estrutura celular (escala micro) dos lenhos inicial e final da madeira de *Pinus pinaster*, no plano transversal (Xavier 2003).

A madeira das resinosas é constituída por dois tipos de células: os traqueídos e os parênquimas (Figura 2.3). Os traqueídos são células longilíneas, dispostas num sistema vertical, representando cerca de 95% do volume total do tronco. Estas células são multifuncionais, com funções de condução de fluídos orgânicos e de suporte mecânico. As células parênquima dispõem-se num sistema horizontal (raios) e têm funções de armazenamento de nutrientes e de transporte (Xavier, 2003).

Os traqueídos são células finas e ocas com um coeficiente de esbeltez (relação comprimento/largura) muito elevado (da ordem dos 100) e com perfurações/pontuações para comunicarem entre si (Figura 2.4). A largura do lúmen (parte oca) dos traqueídeos do lenho inicial é maior que a largura do lúmen dos traqueídeos do lenho final, verificando-se o contrário no que respeita à espessura da parede dessas células (Figuras 2.2 a 2.4). É esta a origem da diferença de aspecto, à escala meso, dos lenhos inicial e final que compõem um anel de crescimento (Figura 2.1).



Figura 2.3 – Esquema tridimensional da estrutura celular (escala micro) das espécies resinosas (Xavier 2003).



Figura 2.4 – Representação esquemática dos traqueídos pertencentes ao lenho inicial (a) e ao lenho final (b) (Xavier, 2003).

Em consequência da organização da sua estrutura interna, que acabamos de descrever resumidamente, a madeira à escala macro e à escala meso admite, em cada ponto, três direcções distintas de simetria do comportamento mecânico: a direcção longitudinal (L), paralela ao eixo principal das células orientadas longitudinalmente; a direcção radial (R), perpendicular às células longitudinais e paralelas aos raios; a direcção tangencial (T), tangente aos anéis de crescimento e mutuamente perpendicular às direcções L e R (Xavier, 2003).

#### 2.3 Propriedades mecânicas da madeira de Pinus pinaster

São relativamente escassos os trabalhos publicados sobre a determinação das propriedades elásticas da madeira de *Pinus pinaster*, incluindo a caracterização da variabilidade intra-específica ou interespecífica dessas propriedades. A propriedade caracterizada mais extensivamente é o módulo de elasticidade longitudinal ( $E_L$ ), através
de ensaios de tracção (Pereira, 2005), de compressão (Xavier et al, 2012) e de flexão em três (Garrido, 2004; Machado e Cruz, 2005) ou em quatro pontos (Pereira 2005).

Pereira (2005) comparou o ensaio de tracção com o ensaio de flexão em quatro pontos (Figura 2.5) para a determinação do módulo de elasticidade  $E_{\rm L}$  da chamada madeira limpa, tendo concluído que a determinação correcta de  $E_{\rm L}$  através do ensaio de flexão em quatro pontos requer algum cuidado, uma vez que o eixo neutro dos provetes habitualmente usados nesses ensaios, com secção transversal de 20x20 mm<sup>2</sup> (Figura 2.5b), não coincide com o eixo geométrico. A não coincidência do eixo neutro com o eixo geométrico dos provetes deve-se à heterogeneidade da madeira à escala meso, que não pode ser ignorada na interpretação dos resultados dos ensaios de flexão (em três ou em quatro pontos). Garrido (2004) analisou o ensaio de flexão em três pontos, para a determinação de  $E_{\rm L}$  da madeira limpa, tendo concluído que em consequência da ortotropia da madeira de *Pinus pinaster* é necessário que a relação L/h (L: distância entre apoios; h: altura do provete) seja superior ou igual a 15 para que  $E_{\rm L}$  possa ser determinado através da teoria de vigas de Bernoulli-Euler. Machado e Cruz (2005) usaram o ensaio de flexão em três pontos para caracterizar a variabilidade intraespecífica (no interior de uma árvore) do módulo de elasticidade  $E_{\rm L}$ , à escala macro.



Figura 2.5 – Ensaios de tracção e de flexão em quatro pontos para a determinação de  $E_L$  (Pereira, 2005).

Xavier et al (2012) examinou a aplicabilidade do ensaio de compressão para a determinação não só de  $E_{\rm L}$ , mas também de  $E_{\rm R}$  e de  $E_{\rm T}$ , da madeira limpa de *Pinus pinaster*. Recorrendo à simulação por elementos finitos e à técnica da correlação digital de imagem para a medição dos campos cinemáticos, estes autores colocaram em evidência os problemas associados ao contacto dos provetes, nomeadamente na determinação de  $E_{\rm R}$  e de  $E_{\rm T}$ . No caso do módulo de elasticidade  $E_{\rm L}$  não detectaram diferenças significativas entre o módulo de elasticidade em tracção e em compressão, como de resto já tinha sido adiantado por Pereira (2005), a partir de ensaios de flexão em quatro pontos.

Pereira (2005) estudou detalhadamente a aplicação do ensaio de tracção para determinar os módulos de elasticidade  $E_{\rm R}$  e  $E_{\rm T}$ , assim como os coeficientes de Poisson  $v_{\rm RT}$  e  $v_{\rm TL}$  da madeira de *Pinus pinaster*. Em virtude da estrutura da madeira à escala meso nos planos RT e LT (Figura 2.6), a interpretação dos dados experimentais (força e deformações) dos ensaios de tracção que desenvolveu requereu uma análise por elementos finitos. Os resultados obtidos demonstraram a validade dos ensaios de tracção que propôs (Figura 2.6).



Figura 2.6 – Ensaios de tracção propostos por Pereira (2005): (a) determinação de  $E_{\rm R}$  e  $v_{\rm RT}$ ; (b) determinação de  $E_{\rm T}$  e  $v_{\rm TL}$ .

Ainda mais escassos que os trabalhos sobre a determinação dos módulos de elasticidade ( $E_L$ ,  $E_R$  e  $E_T$ ) e dos coeficientes de Poisson ( $v_{LR}$ ,  $v_{LT}$  e  $v_{RT}$ ) da madeira de *Pinus pinaster*, são os trabalhos publicados sobre a determinação dos módulos de corte ( $G_{LR}$ ,  $G_{LT}$  e  $G_{RT}$ ). Tal facto deve-se à complexidade dos ensaios para a determinação dessas propriedades, nos quais o estado de tensão seja acessível através da força global aplicada aos provetes (ensaios estaticamente determinados). Xavier (2003) estudou exaustivamente a aplicabilidade do ensaio de Iosipescu (Figura 2.7) para a determinação dos módulos de corte da madeira de *Pinus pinaster*, em todos os planos de simetria material ( $G_{LR}$ ,  $G_{LT}$  e  $G_{RT}$ ). Embora tenha demonstrado que o ensaio de Iosipescu é um ensaio que permite a correta identificação dos módulos de corte, é um ensaio de difícil execução, que requer um sistema de solicitação complexo e que é exigente em termos do fabrico dos provetes. Por estas razões o ensaio de Iosipescu é pouco apropriado para uma caracterização exaustiva da variabilidade dos módulos de corte da madeira.

Garrido (2004) efectuou um trabalho sistemático de análise do ensaio de tracção "off-axis", como alternativa ao ensaio de Iosipescu para a caracterização do comportamento ao corte da madeira de *Pinus pinaster*. Estes ensaios são mais simples de executar que os ensaios de Iosipescu, na medida em que não requerem dispositivos específicos para solicitar o provete. De facto, a solicitação nestes ensaios é aplicada através de amarras convencionais de cunhas deslizantes, com que em geral estão equipadas as máquinas de ensaios mecânicos (Figura 2.8). Outra vantagem do ensaio de tracção "off-axis", relativamente ao ensaio de Iosipescu, é a maior facilidade no fabrico



Figura 2.7 – Esquema do ensaio Iosipescu (Xavier, 2003).

dos provetes (Figura 2.8). A desvantagem do ensaio de tracção "off-axis" é que não permite aceder ao módulo de corte  $G_{RT}$ . Na verdade, Garrido (2004) demonstrou que este plano de simetria material da madeira de *Pinus pinaster* não é suficientemente anisotrópico para que o ensaio de tracção "off-axis" conduza a resultados fiáveis para  $G_{RT}$ .

Oliveira (2004) estudou exaustivamente a utilização do ensaio de Arcan para a identificação dos módulos de corte da madeira de *Pinus pinaster* (Figura 2.9). Este ensaio é, em certa medida, semelhante ao ensaio de Iosipescu e conduz a resultados semelhantes. Mas em comparação com este ensaio, apresenta a vantagem de utilizar provetes de maior dimensão e do dispositivo de solicitação ser mais simples que o dispositivo de solicitação de ensaio de Iosipescu.



(a)

(b)

(c)

Figura 2.8 – Aspecto geral do ensaio "off axis": (a) plano LR, (b) plano LT e (c) plano RT (Garrido, 2004).



Figura 2.9 – Aspecto geral do ensaio de Arcan (Oliveira, 2004).

# 2.4 Comportamento à fractura da madeira de *Pinus pinaster* e de ligações coladas em madeira de *Pinus pinaster*

A caracterização do comportamento à fractura dos materiais requere o conhecimento das propriedades de fractura para os três modos simples (ou modos puros) de propagação de fendas, que estão ilustrados na Figura 2.10. No caso da madeira, que é um material ortotrópico, para cada um desses modos de fractura, há ainda que considerar seis sistemas de propagação (isto é, seis orientações do plano da fenda e da direcção de propagação) distintos. Esses sistemas de propagação estão representados na Figura 2.11: TL, RL, LR, TR, RT e LT, indicando a primeira letra a direção normal ao plano da fenda e a segunda a direcção da propagação da fenda. Os sistemas de propagação TL e RL são os mais relevantes para as aplicações estruturais da madeira.



Figura 2.10 – Modos de propagação puros (Barreto, 2008).



Figura 2.11 – Sistemas de propagação de fendas na madeira (Silva, 2006)

Tem vindo a ser realizado um trabalho extenso com vista ao desenvolvimento de métodos adequados para a identificação do comportamento à fractura da madeira em modo I, em modo II e em modo misto I/II, usando a madeira de Pinus pinaster como material de referência. A madeira pertence à classe dos materiais quase-frágeis, cuja fractura é antecedida pelo desenvolvimento duma zona de processo de fractura (ZPF) mais ou menos extensa, e que contribui significativamente para a energia dissipada na fractura. A Mecânica da Fractura não Linear é o quadro teórico adequado para a identificação do comportamento à fractura desses materiais, nomeadamente através dos modelos coesivos (Elices et al, 2002). Mas um dos problemas relacionados com identificação das leis coesivas da madeira é a dificuldade na medição rigorosa do comprimento da fenda durante a propagação, precisamente devido à formação da ZPF (de Moura et al, 2008). Esse problema foi já ultrapassado, com o desenvolvimento de um método que permite a obtenção das curvas de resistência apenas a partir da curva força-deslocamento, que é facilmente acessível com os meios habitualmente disponíveis nos laboratórios de ensaios mecânicos. Esse método, conhecido por CBBM (compliance based beam method) tem vindo a ser aplicado com sucesso no tratamento dos resultados de ensaios de caracterização do comportamento à fractura da madeira de Pinus pinaster, bem como de ligações coladas em madeira de Pinus pinaster, em modo I (de Moura et al, 2008; Xavier et al, 2011), em modo II (Silva et al, 2006; de Moura et al, 2009; Xavier et al, 2011) e em modo misto I/II (Oliveira et al, 2009; de Moura et al, 2010; de Moura et al, 2011(b)). Em seguida vamos fazer uma breve revisão bibliográfica sobre esta matéria.

Na Figura 2.12 está representado o esquema do ensaio DCB, que foi usado para obter as curvas de resistência em modo I, quer da madeira de *Pinus pinaster*, quer de ligações coladas em que essa madeira é o substrato. O método CBBM foi pela primeira vez aplicado por de Moura et al (2008) para obter a curva de resistência em modo I da madeira de *Pinus pinaster*, para o sistema de propagação RL, a partir da curva força-deslocamento obtida em ensaios DCB. No mesmo trabalho os autores identificaram os parâmetros de uma lei coesiva tri-linear, usando um método inverso baseado em optimização por um algoritmo genético. Mais tarde, Dourado et al (2010) validaram experimentalmente o método CBBM, por comparação das curvas de resistência em modo I da madeira de *Pinus pinaster* com as curvas de resistência obtidas através do método modificado de calibração experimental da flexibilidade (MECM: *modified* 

*experimental compliance method*), recorrendo mais uma vez ao ensaio DCB. O mesmo foi feito por Xavier et al (2011) para as ligações coladas de peças de madeira da espécie *Pinus pinaster*, com o adesivo Araldite<sup>®</sup> 2015 (Figura 2.13). Quer para a madeira quer para as juntas coladas em madeira, os trabalhos anteriores demonstraram a superioridade do método CBBM relativamente aos métodos clássicos de tratamento de dados dos ensaios DCB. De facto, o método CBBM não requer a medição do comprimento de fenda durante a propagação (e que é experimentalmente difícil para a madeira e para as juntas coladas) ou a realização de ensaios adicionais para a calibração experimental da flexibilidade em função do comprimento de fenda. Além disso, o método CBBM permite a identificação completa da curva de resistência, que é essencial para a determinação da taxa crítica de libertação de energia em materiais quase-frágeis.



Figura 2.12 – Esquema do ensaio DCB (de Moura et al, 2012)



Figura 2.13 – Curvas P- $\delta$ (a) e curvas de resistência (b) em modo I, obtidas para ligações coladas em madeira de *Pinus pinaster* através do ensaio DCB (Xavier et al, 2011).

O ensaio DCB é um ensaio de simples execução, constituindo, juntamente com o método CBBM, um meio expedito para a obtenção da taxa crítica de libertação de energia da madeira. Porém, atendendo à estrutura anatómica da madeira, os únicos sistemas de propagação acessíveis ao ensaio DCB são os sistemas RL e TL (Figura 2.10). Para os outros sistemas de propagação pode ser usado o ensaio SEN-TPB (*single edge notched - three point bending*), ilustrado na Figura 2.14. Dourado et al (2008) usaram esse ensaio para determinar os parâmetros de leis coesivas tri-lineares para a madeira de *Pinus pinaster* e de *Picea Abies* (sistema de propagação TL), através de um método inverso que combina simulação por elementos finitos do ensaio SEN-TPB (incluindo um modelo coesivo implementado através de elementos finitos de interface) com optimização por um algoritmo genético. Mais tarde, de Moura et al (2010 e 2011(a)) desenvolveram e validaram o método CBBM para o ensaio SEN-TPB.

O ensaio ENF (end-notched flexure) é um dos ensaios mais populares para a caracterização do comportamento à fractura em modo II. Silva et al (2006) realizaram um estudo por elementos finitos do ensaio ENF, aplicado aos sistemas de propagação RL e TL da madeira de *Pinus pinaster*, analisando o desempenho dos métodos clássicos de tratamento de dados (método de calibração da flexibilidade e teoria de vigas corrigida), bem como o efeito do atrito entre os braços do provete e da tensão de rotura coesiva ao corte. Depois, de Moura et al (2006) desenvolveram e validaram o método CBBM para o ensaio ENF, recorrendo à simulação por elementos finitos. O ensaio ENF, aliado ao método CBBM, foi usado pela primeira vez por de Moura et al (2009),



Figura 2.14 - Esquema do ensaio SEN-TPB (Dourado et al, 2008)

para determinar a taxa crítica de energia da madeira de *Pinus pinaster* (sistema de propagação RL). Nesse trabalho, de Moura et al (2009) validaram o método CBBM comparando as curvas P- $\delta$  e as curvas de resistência obtidas experimentalmente com as curvas obtidas por simulação numérica, para todos os provetes ensaiados. Recentemente, Xavier et al (2011) aplicaram o método CBBM para determinar, através do ensaio ENF (Figura 2.15), a curva de resistência em modo II de ligações coladas de madeira de *Pinus pinaster* e Araldite<sup>®</sup> 2015. Este trabalho serviu para validar o método CBBM por comparação com o método clássico de calibração experimental da flexibilidade (MECM: *modified experimental compliance method*).

A caracterização do comportamento à fractura da madeira e das ligações coladas em madeira é essencial para a previsão da resistência de estruturas em madeira e, portanto, para a utilização eficiente e segura deste material na moderna construção. Atendendo às especificidades da construção em madeira, o modo misto mais importante é o modo I/II, nos sistemas de propagação RL e TL. Oliveira et al (2009) adaptaram o método CBBM para a determinação da taxa crítica de libertação em modo misto I/II da madeira de *Pinus pinaster* através dos ensaios ELS (*end loaded split*) e SLB (*single leg bending*), que estão ilustrados na Figura 2.16. Com base nos resultados experimentais obtidos, os referidos autores concluíram que o ensaio SLB conduz a resultados mais rigorosos que o ensaio ELS (muito provavelmente em consequência das incertezas inerentes às condições de amarração dos provetes ELS) e que o critério de propagação linear parece ser adequado para descrever a fractura da madeira de *Pinus pinaster*.



Figura 2.15 – Esquema dos ensaios *ENF* em juntas coladas de madeira ( $2h = 20, B = 20, L = 30, L_1 = 610, i = 212, j = 202, k = 192, l = 182, m = 172, n = a_0 = 162$ , unidade: *mm*) (Xavier et al, 2011).



Figura 2.16 - Os ensaios ELS e SLB (Oliveira et al, 2009).

O ensaio SLB, embora simples de executar e fiável, apresenta o inconveniente de estar limitado a uma única razão de modo misto (razão de modo misto  $G_{\rm I}/G_{\rm II}$ =1.3). Por essa razão, Oliveira et al (2007) realizaram um estudo numérico sobre a adaptação do ensaio MMB (*mixed-mode bending test*) para a caracterização do comportamento à fractura em modo misto I/II da madeira (Figura 2.17); o principal objectivo desse trabalho foi a extensão do método CBBM ao ensaio MMB. Posteriormente, de Moura et al (2010) aplicaram pela primeira vez o ensaio MMB e o método CBBM na caracterização experimental do comportamento à fractura da madeira de *Pinus pinaster*, em modo misto I/II e no sistema de propagação RL. Os resultados obtidos levaram os referidos autores a concluir que o critério de propagação linear é globalmente mais adequado que o critério de propagação quadrático e que o critério de Benzeggagh e Kenane. O mesmo concluíram de Moura et al (2011(b)) para a fractura em modo misto I/II de ligações coladas em madeira.



Figura 2.17 - Aspecto do ensaio MMB para a madeira (de Moura et al, 2010)

#### 2.5 Simulação numérica da fractura usando modelos coesivos

Os elementos finitos de interface constituem actualmente o método numérico mais utilizado para implementar modelos de dano coesivo que permitem simular a iniciação e a propagação de fendas em elementos estruturais. Neste trabalho foi usado um modelo de dano coesivo desenvolvido por Gonçalves et al (1999) e implementado no *software* ABAQUS através de uma USER SUBROTINE usando elementos fimnitos de interface (Figura 2.18). Nesta secção iremos rever os aspectos centrais desse modelo de dano.



Figura 2.18 – Elemento finito de interface (Gonçalves, et al 1999).

A lei coesiva associada aos elementos finitos de interface exprime a relação entre as tensões no plano da fenda e o deslocamento relativo entre dois pontos homólogos das faces da fenda (Figura 2.19). O troço inicial da lei coesiva é caracterizado pela seguinte relação linear entre o vector das tensões  $\underline{\sigma}$  e o vector dos deslocamentos relativos  $\underline{\delta}_r$ :

$$\underline{\sigma} = \underline{E} \, \underline{\delta}_r \tag{2.1}$$

onde  $\underline{\underline{E}}$  é a matriz diagonal que contém o fator de penalidade controlado pelo utilizador. Normalmente a este factor é atribuído o valor de  $1 \times 10^6$  N/m. A zona de dano (ou amaciamento) da lei coesiva é descrita por:

$$\underline{\sigma} = \left(\underline{I} - \underline{\underline{E}}\right)\underline{\underline{D}}\,\underline{\delta}_r \tag{2.2}$$

onde  $\underline{I}_{=}$  é a matriz identidade e  $\underline{D}_{=}$  é uma matriz diagonal que contem o parâmetro de dano correspondente ao modo i (i = I, II ou III):

$$D = \begin{bmatrix} d_{I} & 0 & 0 \\ 0 & d_{II} & 0 \\ 0 & 0 & d_{III} \end{bmatrix}$$
(2.3)



Figura 2.19 - Modelo de dano coesivo (de Moura et al, 2006).

Os parâmetros de dano são assim definidos:

$$d_{i} = \frac{\delta_{u,i} \left(\delta_{i} - \delta_{o,i}\right)}{\delta_{i} \left(\delta_{u,i} - \delta_{o,i}\right)}$$
(2.4)

sendo  $\delta_{0,i}$  o deslocamento para o qual a tensão é máxima,  $\delta_{u,i}$  o deslocamento último onde se verifica a separação completa das superfícies coesivas e  $\delta_i$  o deslocamento no instante considerado (Figura 2.19). A área sob a lei coesiva é a taxa crítica de libertação pelo que temos (Figura 2.19):

$$G_{ic} = \frac{\delta_{u,i} \times \sigma_{u,i}}{2} \tag{2.5}$$

Normalmente nas estruturas a propagação de fendas ocorre em condições de modo misto. A iniciação do dano coesivo nessas condições é caracterizada através do seguinte critério quadrático de tensões:

$$\begin{cases} \left(\frac{\sigma_{I}}{\sigma_{u,I}}\right)^{2} + \left(\frac{\sigma_{II}}{\sigma_{u,II}}\right)^{2} + \left(\frac{\sigma_{III}}{\sigma_{u,III}}\right)^{2} = 1 \quad se \quad \sigma_{I} \ge 0 \\ \left(\frac{\sigma_{II}}{\sigma_{u,II}}\right)^{2} + \left(\frac{\sigma_{III}}{\sigma_{u,III}}\right)^{2} = 1 \quad se \quad \sigma_{I} \le 0 \end{cases}$$

$$(2.6)$$

Este critério assume a hipótese que as tensões compressivas não contribuem para o desenvolvimento do dano. Tendo em conta a equação (2.1), o critério de iniciação do dano (2.6) pode ser expresso à custa dos deslocamentos relativos:

$$\left(\frac{\delta_{om,I}}{\delta_{o,I}}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{om,II}}{\delta_{o,II}}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{om,III}}{\delta_{o,III}}\right)^2 = 1$$
(2.7)

onde  $\delta_{om,i}$  (com *i* = I, II ou III) corresponde ao deslocamento relativo para o qual se dá o início do dano, para cada um das componentes de propagação. Consideremos agora as

seguintes definições de deslocamento relativo equivalente de modo misto e de razão de modo misto, respectivamente:

$$\delta_m = \sqrt{\delta_I^2 + \delta_{II}^2 + \delta_{III}^2} \tag{2.8}$$

e

$$\beta_i = \frac{\delta_i}{\delta_I} \tag{2.9}$$

Combinando então as equações (2.7) a (2.9), obtemos a seguinte expressão para o deslocamento relativo equivalente, para a iniciação do dano em modo misto (Figura 2.19):

$$\delta_{om} = \delta_{o,I} \delta_{o,II} \delta_{o,II} \sqrt{\frac{1 + \beta_{II}^2 + \beta_{III}^2}{\left(\delta_{o,II} \delta_{o,III}\right)^2 + \left(\beta_{II} \delta_{o,I} \delta_{o,III}\right)^2 + \left(\beta_{III} \delta_{o,I} \delta_{o,III}\right)^2}}$$
(2.10)

Para cada modo i (i=I, II ou III) obtemos o deslocamento relativo para a iniciação do dano através das equações (2.8) e (2.10) (Figura 2.19):

$$\delta_{om,i} = \frac{\beta_i \delta_{om}}{\sqrt{1 + \beta_{II}^2 + \beta_{III}^2}}$$
(2.11)

A propagação do dano em modo misto pode ser modelada através do critério de propagação linear:

$$\frac{G_{I}}{G_{Ic}} + \frac{G_{II}}{G_{IIc}} + \frac{G_{III}}{G_{IIIc}} = 1$$
(2.12)

À semelhança dos modos puros, a taxa de libertação de energia para a separação completa das superfícies coesivas será dada pela área descrita pela lei de dano (Figura 2.19):

$$G_i = \frac{\delta_{um,i} \times \sigma_{um,i}}{2} \tag{2.13}$$

Pelas equações (2.1), (2.8) e (2.9), as taxas de libertação de energia expressas em (2.5) e (2.13) podem ser escritas em função do deslocamento relativo; e substituindo-as na equação (2.12) resulta:

$$\delta_{um} = \frac{2(1+\beta_{II}^2+\beta_{III}^2)}{e\delta_{om}} \left[ \frac{1}{G_{Ic}} + \frac{\beta_{II}^2}{G_{IIc}} + \frac{\beta_{III}^2}{G_{IIIc}} \right]$$
(2.14)

Para cada modo *i* (*i*=I, II ou III) vamos ter:

$$\delta_{um,i} = \frac{\beta_i \delta_{um}}{\sqrt{1 + \beta_{II}^2 + \beta_{III}^2}}$$
(2.15)

### 2.6 Determinação experimental das propriedades de fratura em modo I através do ensaio DCB

#### 2.6.1 O método CBBM

Foi já apresentado esquematicamente, na Figura 2.12, o ensaio DCB. A determinação da taxa de libertação de energia pode ser feita usando a equação de Irwin-Kies:

$$G = \frac{P^2}{2B} \frac{\partial C}{\partial a}$$
(2.16)

onde *C* representa a flexibilidade do provete (Dâmaso, 2009) e *B* a largura do provete. Os métodos tradicionais para a determinação de *G* a partir da equação de Irwin-Kies requerem a medição do comprimento da fenda durante a propagação, a sua estimativa a partir da calibração prévia da flexibilidade. No caso do método CBBM, a determinação de *G* é feita também a partir da equação de Irwin-Kies, mas usando a teoria de vigas de Timoshenko para determinar um comprimento de fenda equivalente, exclusivamente a partir da curva P- $\delta$  (de Moura et al, 2008). Em seguida vamos rever os aspectos centrais do método CBBM.

A primeira etapa no desenvolvimento do método CBBM consiste na utilização da teoria de vigas de Timoshenko e do teorema de Castigliano para obter a seguinte expressão para a flexibilidade do provete DCB (de Moura et al, 2008):

$$C = \frac{8a^3}{E_L Bh^3} + \frac{12a}{5BhG_{LR}}$$
(2.17)

Esta expressão é válida na hipótese das secções dos braços do provete DCB na extremidade da fenda estarem perfeitamente encastradas. Tal hipótese não porém aceitável, devido à concentração de tensões provocada pela presença da fenda e ao facto do provete para além da secção da extremidade da fenda não ser um sólido rígido. Para ultrapassar estes problemas foi então proposto que a flexibilidade inicial do provete DCB (isto é, a flexibilidade associada ao comprimento de fenda inicial, antes da propagação) fosse usada para determinar o módulo de flexão  $E_f$ :

$$E_{f} = \left(C_{0} - \frac{12(a_{0} + |\Delta|)}{5BhG_{LR}}\right)^{-1} \frac{8(a_{0} + |\Delta|)^{3}}{Bh^{3}}$$
(2.18)

onde  $\Delta$  é a correcção de Williams dos efeitos da deformação elástica na secção extrema (na extremidade da fenda inicial) dos braços do provete,

$$\Delta = h \sqrt{\frac{E_f}{11G_{LR}} \left[ 3 - 2 \left( \frac{\Gamma}{1 + \Gamma} \right)^2 \right]}$$
(2.19)

e

$$\Gamma = 1,18 \frac{\sqrt{E_f E_R}}{G_{LR}}$$
(2.20)

A determinação de  $E_f$  a partir das equações anteriores (2.18 a 2.20) obriga à utilização de um método iterativo (método do ponto fixo).

Os efeitos da deformação elástica das secções extremas dos braços dos provetes, representados por  $E_{\rm f}$ , continuam presentes mesmo depois de iniciada a propagação. Assim, se usarmos  $E_{\rm f}$  em vez de  $E_{\rm L}$  na equação 2.17, a influência da referida deformação elástica sobre a flexibilidade do provete fica acautelada. Isto permite determinar, a partir da flexibilidade *C* medida durante a propagação, um comprimento de fenda equivalente  $a_{\rm eq}$ , usando a equação 2.17. O comprimento de fenda equivalente representa pois o comprimento de fenda inicial que o provete deveria ter para que a sua flexibilidade inicial (ou elástica) fosse a flexibilidade *C* corrente (quer dizer, durante a propagação). Por outro lado, se na equação 2.17 considerarmos  $E_{\rm f}$  no lugar de  $E_{\rm L}$  e  $a_{\rm eq}$  no lugar de *a*, a equação de Irwin-Kies (2.16) conduz à seguinte expressão para a taxa de libertação de energia em modo I:

$$G_{I} = \frac{6P^{2}}{B^{2}h^{3}} \left( \frac{2a_{eq}^{2}}{h^{2}E_{f}} + \frac{1}{5G_{LR}} \right)$$
(2.21)

Além de contornar as dificuldades associadas à medição do comprimento da fenda na madeira, o método CBBM, que acabamos de rever, não obriga à realização de ensaios independentes para a determinação das propriedades elásticas da madeira, o que para um material com grande variabilidade é uma vantagem significativa sobre os métodos clássicos de tratamento dos dados experimentais do ensaio DCB.

## 2.6.2 Medição do *CTOD* e do comprimento de fenda por correlação digital de imagem

Actualmente a correlação digital de imagem (CDI) é comumente utilizada na mecânica experimental para a medição de campos cinemáticos (campo dos deslocamentos e das deformações. A CDI classifica-se como uma técnica não interferométrica, baseada na comparação do padrão de *speckle* (distribuição aleatória das intensidades luminosas emitidas pela superfície em observação, quando iluminada por luz branca) de uma sequência de imagens registadas durante a solicitação do corpo (Figura 2.20). Relativamente a outras técnicas ópticas para a medição de campos cinemáticos, a CDI destaca-se pela simplicidade do *setup* experimental (Figura 2.20), necessitando apenas de um sistema de iluminação com luz branca, de uma câmara fixa para capturar as imagens da superfície do provete e de um computador para armazenar e processar essas imagens. Caso a superfície do provete não tenha a textura adequada, é necessário criar o padrão *speckle*, tratando-se de uma tarefa relativamente simples de executar. No entanto, a CDI apresenta algumas desvantagens relativamente às técnicas ópticas interferométricas e à técnica das grelhas, nomeadamente no que respeita à resolução espacial e à resolução da medida (Pan, 2009).



Figura 2.20 – (a) Esquema de um equipamento de CDI para medições de campos cinemáticos num plano (Pan, 2009); (b) exemplo de um padrão *speckle*.

Na aplicação da CDI para a medição de campos cinemáticos bidimensionais (ou 2D) é necessário garantir que a superfície do corpo em observação seja paralela ao sensor CCD, de modo a evitar a captação de movimentos fora do plano. Normalmente a contribuição dos movimentos fora do plano pode ser atenuada pela utilização de uma objectiva telecêntrica (Pan, 2009).

Não vamos aqui rever os algoritmos de correlação para determinar a história dos deslocamentos e das deformações ao longo de um ensaio. Apenas referimos que cada imagem é discretizada numa malha de *subsets* quadrangulares, parcialmente sobreponíveis (Figura 2.21). O algoritmo de correlação compara a imagem actual (deformada) com a imagem de referência (não deformada), para achar os deslocamentos dos centróides de cada *subset* (Figura 2.21).

No presente trabalho a CDI foi usada para determinar o *CTOD* (*crack tip opening displacement*) e o comprimento de fenda ( $a_{DIC}$ ) durante os ensaios DCB. Para a medição do *CTOD* é necessário identificar na imagem de referência a localização da extremidade da fenda inicial. Em seguida é escolhido um par de *subsets* imediatamente a seguir à extremidade da fenda inicial, estando um *subset* acima do plano da fenda e outro abaixo desse plano. Designado o deslocamento (em modo I) do *subset* superior por *CTOD*<sup>+</sup> e o deslocamento do *subset* inferior por *CTOD*<sup>-</sup>, o *CTOD* é então calculado através da seguinte equação:

$$CTOD = \|CTOD^+ - CTOD^-\|$$
(2.22)



Figura 2.21 – Esquema de um subset não deformado (ou de referência) e outro subset deformado (Pan, 2009).

Embora o método de identificação das leis coesivas em modo I que nos propusemos estudar neste trabalho não obrigue à medição do comprimento da fenda durante a propagação (uma vez que usamos o método CBBM), os resultados experimentais obtidos foram usados para analisarmos o significado físico do comprimento de fenda equivalente ( $a_{eq}$ ) calculado através do método CBBM. A medição do comprimento da fenda com base no campo de deslocamentos medidos por CDI ( $a_{CDI}$ ) baseou-se num algoritmo previamente desenvolvido (Grégoire, 2008; Catalanotti et al, 2010; Nguyen et al, 2011). Em primeiro lugar calcula-se a função de mapeamento A(x,y) determinada através da norma:

$$A(x, y) = \max\left(\|u_i - u_k\|; \|u_j - u_l\|\right)$$
(2.23)

onde  $u_p$  representa o vetor deslocamento do ponto p, com p = i, j,  $k \in l$  a designar quatro *subsets* adjacentes. Posteriormente define-se a máscara M(x,y) através de um *threshold*  $\alpha$ , de acordo com a seguinte expressão:

$$\begin{cases} M(x, y) = 1, se A(x, y) \ge \alpha \overline{A} \\ M(x, y) = 0, se A(x, y) < \alpha \overline{A} \\ M(x, y) = -1, se A(x, y) = sem \ dados \end{cases}$$
(2.24)

sendo  $\overline{A}$  o valor médio de A(x,y) e  $\alpha$  um número inteiro que representa o *threshold* utilizado na segmentação das imagens. Essa máscara de mapeamento (2.24) classifica assim a região de interesse (ou de medida) da seguinte forma:

- M(x,y) = 1: representa uma região onde o material apresenta dano;
- M(x,y) = 0: representa uma região onde o material não apresenta dano;
- *M*(*x*,*y*) =-1: representa uma região onde existe descontinuidade do material, normalmente provocada por propagação de fenda. Consequentemente as imagens na zona de descontinuidade não apresentam informação.

O comprimento de fenda é então estimado como a extensão máxima da região de dano. No entanto o elemento crítico deste algoritmo é a escolha do parâmetro  $\alpha$ , pois foi demonstrado que alterações neste valor influenciam significativamente a estimativa do comprimento de fenda (Catalotti et al, 2010). Para que a selecção deste valor tenha um sentido físico, utilizou-se a localização conhecida da extremidade da fenda inicial. Asim, para um estágio (ou imagem) anterior à propagação de fenda, correspondente ao limite do troço linear inicial (ou elástico) da curva P- $\delta$ , o parâmetro  $\alpha$  foi seleccionado como o menor valor inteiro que satisfaz a seguinte relação:

$$\|a(\alpha) - a_0\| < f_s \tag{2.25}$$

onde  $f_s$  é a resolução espacial associada às medições da CDI. Este critério de selecção do valor de  $\alpha$ , satisfaz a condição de que o comprimento de fenda  $a_{\text{DIC}}$ , antes da propagação, corresponde ao comprimento de fenda  $a_0$  criado inicialmente no provete.

#### 2.6.3 Identificação da lei coesiva

Na fractura em modo I, a taxa de libertação de energia ( $G_{I}$ ) e o deslocamento de abertura da extremidade da fenda (*CTOD*), encontram-se relacionados pela seguinte expressão (Fernberg e Berglund, 2001):

$$G_{I}(CTOD) = \int_{0}^{CTOD} \sigma_{I}(u) du \qquad (2.26)$$

A lei coesiva em modo I pode então se obtida por derivação da função  $G_I(CTOD)$ :

$$\sigma_I(CTOD) = \frac{dG_I}{dCTOD} \tag{2.27}$$

Como a função  $G_I(CTOD)$ , obtida experimentalmente, é uma função discreta e afectada pelo ruído inerente aos dados experimentais, a derivação anterior deve ser precedida de uma suavização dos pontos experimentais (*CTOD*,  $G_I$ ). De facto, a derivação numérica directa da relação  $G_I(CTOD)$  amplifica o ruído experimental, originando erros e dispersões elevadas na identificação da lei coesiva.

#### **TRABALHO EXPERIMENTAL**

#### 3.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos os detalhes do trabalho experimental que foi realizado com o objectivo de caracterizar o comportamento à fractura em modo I da madeira de *Pinus pinaster*, à escala dos anéis de crescimento (escala meso). Em primeiro lugar, descrevemos os provetes DCB (*Double Cantilever Beam*) que foram usados para identificar a curva de resistência (ou curva-*R*) e a lei coesiva para o sistema de propagação RL. Nessa descrição, além da forma e das dimensões dos provetes, está incluído o método de introdução da fenda inicial e o acondicionamento prévio a que os provetes foram sujeitos, por forma a ficarem saturados com diferentes concentrações de água (abaixo do ponto de saturação de fibra). Em seguida, é caracterizada a meso estrutura de todos os provetes ensaiados e a distribuição das suas densidades médias. Por último, descrevemos os detalhes dos ensaios DCB, especialmente no que respeita à medição do *CTOD* (*crack tip opening displacement*) e do comprimento de fenda através da correlação digital de imagem.

#### **3.2 Material e provetes**

Os provetes foram fabricados a partir de lenho adulto de uma única tábua central (contendo a medula) de madeira da espécie *Pinus pinaster*. Os provetes foram cortados dimensões nominais indicadas na Figura 3.1 e de tal forma que o plano de propagação fosse o plano RL, sendo L (direcção longitudinal das fibras) a direcção de propagação da fenda e R (direcção radial dos anéis de crescimento) a direcção normal ao plano da fenda.



Figura 3.1 – Geometria e dimensões nominais dos provetes (em milímetros).

A fenda inicial foi introduzida em duas etapas. Na primeira etapa foi maquinado um entalhe com 1 mm de espessura, numa serra de recortes. Na segunda etapa este entalhe foi prolongado 0.25 mm, com uma lâmina. Para isso, a lâmina foi fixada num suporte fabricado para o efeito e montada no atuador duma máquina de ensaios mecânicos Instron 5848 MicroTester (Figura 3.2). O atuador foi posicionado de modo a encostar a lâmina na frente do entalhe, tendo em seguida avançado 0.25 mm, à velocidade de 100mm/min. O fabrico dos provetes envolveu ainda uma operação de furação, para introduzir um furo de 2 mm de diâmetro em cada braço do provete DCB (Figura 3.1). Foi através deste furos que os provetes foram montados nas amarras usadas nos ensaios DCB, conforme será descrito mais adiante, na secção 3.4.



Figura 3.2 – Método de introdução da fenda inicial.

Foram preparados 65 provetes, divididos de forma aleatória em grupos de 5. Um grupo de 5 provetes foi acondicionado num recipiente hermético contendo sílica-gel e introduzido numa estufa a 35°C. Os restantes grupos de 5 provetes foram acondicionados em diferentes recipientes, cada um deles contendo uma solução saturada de um dos sais que constam na Tabela 3.1. Seis destes recipientes foram armazenados numa estufa a 35°C e os outros seis recipientes foram armazenados noutra estufa, a 45°C. A massa de cada provete foi controlada regularmente, até atingir um valor constante entre três pesagens sucessivas. Os valores médios da concentração de água no equilíbrio, em cada amostra de cinco provetes, que resultaram do processo de acondicionamento que acabamos de descrever, estão na Tabela 3.1. Estes resultados são semelhantes aos obtidos por Pinto (2011). Importa referir que a fenda inicial, assim como os furos nos braços dos provetes, foram introduzidos no final do processo de saturação dos provetes e pouco antes da realização dos ensaios de fractura.

Temperatura (°C)	$M_{ m e}$ (%)	$M_{\rm e}$ (%) Sal	
	0	Sílica gel	
35	2.029	LiCl	
	6.544	$MgCl_2$	
	7.449	NaBr	
	10.120	KI	
	11.303	NaCl	
	13.243	KCl	
	1.839	LiCl	
	5.458	MgCl <sub>2</sub>	
45	6.444	NaBr	
45	10.033	KI	
	10.253	NaCl	
	11.472	KCl	

Tabela 3.1 – Teor de água presentes nos provetes à temperatura de 35°C e 45°C.

#### 3.3 Caracterização da meso estrutura dos provetes

As dimensões dos provetes DCB (Figura 3.1) foram escolhidas com um duplo propósito: (1) para que a saturação dos provetes seja atingida num tempo comportável (cerca de um mês); (2) para que a escala de observação do processo de fractura fosse a escala dos anéis de crescimento (escala meso). As reduzidas dimensões dos provetes fazem com que seja essencial caracterizar a meso estrutura de cada provete: número de anéis de crescimento, largura total do lenho inicial e largura total do lenho final. Na verdade, embora os provetes tenham sido extraídos de uma região muito limitada de uma árvore, a caracterização da meso estrutura é necessária para despistar as possíveis causas da dispersão dos resultados experimentais dos ensaios de fractura. Com a mesma finalidade, foi também determinada a densidade média de cada provete.

Para cada provete foi obtida uma imagem da região central da face RL, com uma câmara CCD (*Charged Coupled Device*) Baumer Optronic FWX20. Na Figura 3.3 podem ser apreciadas duas dessas imagens, que ilustram as duas meso estruturas extremas de todos os provetes ensaiados, com 7 e 3 anéis de crescimento. A partir dessas imagens contamos o número de anéis de crescimento e determinamos a largura dos lenhos inicial e final, recorrendo ao *software* Autocad<sup>®</sup>. Para isso foi necessário definir um factor de escala, para converter os comprimentos medidos no Autocad<sup>®</sup> nas dimensões reais dos provetes. Este factor de escala obtido medindo a largura de cada provete (Figura 3.4), com uma craveira digital com 0.01 mm de resolução:



(a)



Figura 3.3 – Meso estrutura dos provetes: (a) provete com 7 anéis de crescimento; (b) provete com 3 anéis de crescimento.



Figura 3.4 – Medição da largura dos anéis e dos lenhos.

$$W_{Lenho\,\text{Real}} = \frac{W_{Lenho\,CAD} \times W_{Total\,\text{Real}}}{W_{Total\,CAD}}$$
(3.1)

Para além da determinação de parâmetros característicos da meso estrutura, foi também determinada, pelo método gravimétrico, a massa volúmica aparente de cada provete (isto é, com o provete saturado).

Os resultados obtidos estão reunidos na Tabela 3.2. Usando a concentração de água no equilíbrio ( $M_e$ ) como variável independente, nas Figuras 3.5 e 3.6 apresentamos os gráficos de distribuição das percentagens das larguras totais dos lenhos e do número de anéis. Como podemos constatar, apesar do número de anéis variar de provete para provete, as percentagens do lenho inicial e do lenho final são semelhantes. Na Figura 3.6 encontra-se o gráfico da variação da massa volúmica aparente com a concentração de água no equilíbrio. A massa volúmica aparente aumenta com a concentração de água, revelando que a densidade básica (sem água) é praticamente a mesma entre as 13 amostras de provetes (descriminadas nas Tabela 3.1 e 3.2), e à volta de 517 Kg/m<sup>3</sup> (Figura 3.7).

Teor de água M <sub>e</sub> (%)	Massa volúmica	Número	W (mm)	W (mm)
	$(Kg/m^3)$	médio	$W_i$ (IIIII)	$W_{\rm f}$ (IIIII)
	( <i>CV</i> %)	de anéis	(UV%)	(CV%)
0	537.292	6	6.818	3.358
	(3.32%)		(3.52%)	(8.51%)
1.839	517.216	Λ	7.831	2.218
	(6.43%)	4	(10.15%)	(31.24%)
2.029	500.612	4	8.027	2.009
	(8.87%)		(5.32%)	(17.08%)
5.458	531.706	2	7.379	2.694
	(2.24%)	3	(5.80%)	(16.38%)
6.444	505.988	3	8.014	2.047
	(6.55%)		(10.43%)	(38.30%)
6.544	528.625	4	7.554	2.536
	(6.70%)		(10.48%)	(30.29%)
7.449	545.665	5	7.597	2.560
	(4.36%)		(7.64%)	(22.03%)
10.033	541.972	4	7.921	2.303
	(10.33%)		(9.83%)	(36.41%)
10.120	549.087	4	7.235	2.899
	(3.77%)		(11.14%)	(30.06%)
10.253	534.172	Λ	8.020	2.144
	(2.58%)	4	(4.85%)	(14.87%)
11.303	543.953	5	8.077	2.229
	(3.71%)		(4.52%)	(16.05%)
11.472	521.886	3	7.975	2.304
	(4.52%)	5	(10.75%)	(38.15%)
13.243	544.435	4	8.088	2.257
	(6.12%)	+	(8.95%)	(35.95%)
Média	530.970	4	7.734	2.428
<i>CV</i> %	2.92 %		5.09 %	15.65 %

Tabela 3.2 – Massa volúmica aparente e parâmetros da meso estrutura dos provetes.



Figura 3.5 – Distribuição da percentagem das de lenho final  $(w_f)$  e inicial  $(w_i)$ , por concentração de água.



Figura 3.6 – Distribuição do número de anéis, por concentração de água.



Figura 3.7 – Distribuição da massa volúmica aparente por teor de água.

#### 3.4 Ensaios DCB

Os ensaios DCB foram realizados numa máquina de ensaios mecânicos Instron<sup>®</sup> 5848 MicroTester, à velocidade do actuador de 0.5 mm/min. A força aplicada foi medida com uma célula de carga de 2 kN. Tendo em vista a utilização da técnica da correlação digital de imagem para medir os campos de deslocamentos, aplicou-se uma carga inicial de 5 N a todos os provetes, para eliminar os deslocamentos de corpo rígido. Na Figura 3.8 pode ser apreciado o aspecto geral do aparato experimental. Os provetes foram montados nas amarras através de pinos de aço, com 2 mm de diâmetro (Figura 3.8b), inseridos nos furos que foram abertos nos braços dos provetes (Figura 3.1) imediatamente antes da realização de cada ensaio.

Durante os ensaios foram medidos o *CTOD* (*crack tip openinig displacement*) e o comprimento de fenda, recorrendo à técnica de correlação digital de imagem. Para isso, foi necessário criar na região de interesse um padrão de *speckle* com as características adequadas para alcançar a resolução e a precisão necessárias na medição das referidas grandezas. A região de interesse foi então, em primeiro lugar, lixada sucessivamente com uma lixa de grão 320 e com uma lixa de grão 1000. Depois desta operação, a região de interesse foi pintada com uma camada de tinta branca (branco mate) e lixada com uma lixa de grão 1000, sendo o processo repetido até se obter uma camada branca

uniforme. Finalmente, sobre essa camada foi projectado um *spray* de tinta preta, com um aerógrafo (IWATA Custom Micron CM-B). O aspecto típico do padrão de *speckle* assim obtido pode ser apreciado na Figura 3.9, juntamente com o respectivo histograma de distribuição dos tons de cinzento.



(a)



(b)

Figura 3.8 – Aspecto geral dos ensaios DCB (a) e detalhe das amarras (b).



Figura 3.9 – Padrão de speckle e respectivo histograma.

O *set-up* experimental associado à correlação digital de imagem é constituído por uma câmara de 8 bits CCD Baumer Optronic FWX20, acoplada a uma lente telecêntrica TC 23 06. Este tipo de lente tem uma ampliação constante até uma dada profundidade de campo, permitindo a filtragem de eventuais deslocamentos parasitas fora do plano nominal de ensaio. O *set-up* experimental inclui ainda duas fontes LED de luz branca Raylux 25, inclinadas, em sentidos opostos, cerca de 45° em relação ao eixo óptico. As imagens foram adquiridas e processadas usando o *software* ARAMIS DIC-2D.

Na Figura 3.8b pode ser observado o aspecto característico da fenda durante a propagação. Em termos globais, a propagação da fenda inicial ocorre em puro modo I e sempre no interior do lenho inicial. Nalguns provetes, em resultado da orientação local dos lenhos não coincidir com a orientação do plano inicial da fenda, a propagação decorreu em condições de modo misto; estes provetes não foram considerados no tratamento dos resultados experimentais.



Figura 3.10 – Propagação em modo misto.

#### Análise Por Elementos Finitos do Ensaio DCB

#### 4.1 Introdução

Este capítulo é dedicado à apresentação e discussão do trabalho de simulação por elementos finitos do ensaio DCB (*Double Cantilever Beam*), para a caracterização do comportamento à fractura em modo I da madeira de *Pinus pinaster*. O objectivo central deste trabalho foi validar um método directo (isto é, baseado apenas em resultados experimentais) para a identificação da lei coesiva em modo I, à escala dos anéis de crescimento. Em primeiro lugar, são apresentados os dois modelos de elementos finitos representativos dos casos extremos de meso estrutura observados nos provetes utilizados no trabalho experimental. Os resultados gerados com esses modelos, mais concretamente, a curva força-deslocamento, o *CTOD* (*crack tip opening displacement*) e o comprimento de fenda, serviram de base à identificação da lei coesiva. O método de identificação da lei coesiva que procuramos validar assenta na obtenção da curva de resistência pelo método CBBM (*compliance based beam method*) e na derivação da relação entre a taxa de libertação de energia e o *CTOD*.

#### 4.2 Modelos de elementos finitos

A simulação por elementos finitos do ensaio DCB foi efectuada com o código ABAQUS<sup>®</sup> 6.10. Os modelos foram construídos com dois tipos de elementos: (a) elementos planos quadriláteros de 8 nós (elementos CPS8), disponíveis na biblioteca de elementos do ABAQUS<sup>®</sup>; (b) elementos finitos de interface de 6 nós, que incorporam uma lei de dano coesivo (ver capítulo 2), implementados através de uma USER 43

*SUBROUTINE* programada em *FORTRAN*<sup>®</sup> (de Moura et al, 1997). Estes últimos elementos destinam-se à simulação da propagação da fenda, tendo sido dispostos ao longo do caminho da fenda. Todos os modelos são compostos por 36386 nós e 12001 elementos finitos, 101 dos quais são elementos de interface de 6 nós e 11900 são elementos CPS8, de 8 nós. Na figura 4.1 pode ser apreciado o aspecto geral da malha de elementos finitos de todos os modelos que foram elaborados, incluindo as condições de fronteira.

Os modelos de elementos finitos foram construídos de forma a reproduzirem o mais fielmente possível as condições em vigor nos ensaios DCB realizados experimentalmente. Geometricamente, os modelos apresentam as dimensões nominais apresentadas na Figura 3.1. No que respeita à meso estrutura, usamos como referência os casos extremos das estruturas dos cinco provetes secos (isto é, os provetes acondicionados em sílica gel): um provete com 5 anéis de crescimento e outro com sete anéis. Na Tabela 4.1 encontram-se as dimensões dos anéis e dos lenhos (inicial e final) dos dois modelos de elementos finitos que procuram reproduzir a heterogeneidade material dos referidos casos extremos da meso estrutura dos provetes secos; na Figura 4.2 estão representadas as correspondentes estruturas materiais. Chamamos a atenção para o facto de no modelo com sete anéis de crescimento a percentagem de lenho final ser ligeiramente superior à do correspondente provete real, para ficar com a altura nominal de 10 mm (Figura 3.1).



Figura 4.1 – Condições de fronteira e malha de elementos finitos, com diferentes refinamentos: braços do provete (região A), corpo do provetes (B) e extremidade da fenda (C).
correspondencia para número de ciementos, para os moderos de 5 e 7 añeis.				
Modelo	Unidades	Lenho inicial	Lenho final	Anel
5 Anéis	mm	1.4	0.6	2
	Elementos	14	6	20
7 Anéis	mm	0.9	0.5	1.4
	Elementos	9	5	14

Tabela 4.1 – Altura dos lenhos e do anel de crescimento (em milímetros, mm) e correspondência para número de elementos, para os modelos de 5 e 7 anéis.







Figura 4.2 – Esquema da estrutura dos provetes usados nos modelos de elementos finitos: (a) provete com 5 anéis de crescimento; (b) provete com 7 anéis de crescimento.

Para a atribuição das propriedades elásticas aos lenhos inicial e final partimos das propriedades da madeira *Pinus pinaster* indicadas por Silva et al (2006), para uma

massa volúmica  $\rho_{ref} = 0.589 \ g/cm^3$ , e que se encontram na Tabela 4.2. Assumimos que estas propriedades são as propriedades médias dos anéis de crescimento. Pereira et al (2010) reportaram um valor médio  $\rho_{inicial,ref} = 0.466 \ g/cm^3$  para a massa volúmica do lenho inicial e um valor médio  $\rho_{final,ref} = 0.976 \ g/cm^3$  para o lenho final, a que corresponde uma razão  $r = \rho_{final,ref} / \rho_{inicial,ref} = 2.145$ . Neste trabalho mediu-se uma massa volúmica média de  $\rho = 0.537 \ g/cm^3$  (Tabela 3.3), para os provetes secos. Desta forma podemos aplicar a regra das misturas tendo em conta a razão r, obtendo:

$$\begin{cases} \rho = (\rho_{inicial} \times p_{inicial}) + (\rho_{final} \times p_{final}) \\ \frac{\rho_{final}}{\rho_{inicial}} = 2.145 \end{cases}$$
(4.1)

onde  $\rho_{\text{inicial}}$  e  $\rho_{\text{final}}$  são as massas volúmicas do lenho inicial e final, respectivamente, e  $p_{\text{inicial}}$  e  $p_{\text{final}}$  são as percentagens de lenho inicial e lenho final. As propriedades elásticas do lenho inicial e do lenho final foram então estimadas do seguinte modo, assumindo uma relação linear entre essas propriedades e a massa volúmica:

$$propriedade \ lenho = \frac{\rho_{lenho} \times propriedade \ referência}{\rho_{ref}}$$
(4.2)

Os resultados obtidos estão agrupados na Tabela 4.2.

finitos. Propriedades Anel de crescimento<sup>1</sup> Lenho inicial Lenho final  $E_{\rm L}$  (GPa) 15.3 11.912 25.551  $E_{\rm R}$  (GPa) 1.91 1.264 2.711  $G_{LR}$  (GPa) 1.12 0.741 1.589 0.47 0.311 0.667  $V_{LR}$  $\rho$  (g/cm<sup>3</sup>) 0.589 0.389 0.836

Tabela 4.2 - Propriedades elásticas e massas volúmicas empregues nos modelos de elementos

<sup>1</sup> Silva et al. (2005); Xavier et al. (2004)

Por fim, relativamente à lei coesiva associada aos elementos finitos de interface, recorremos ao trabalho de Dourado et al (2011), tendo adoptado a lei coesiva bilinear cujos parâmetros se encontram na tabela 4.3, e cujo gráfico está representado na Figura 4.3. Importa referir que após uma primeira simulação onde se se utilizou o valor da taxa crítica de libertação de energia indicado por Dourado et al (20112),  $G_{Ic}$ =0.26 N/mm, este valor foi por nós ajustado para um valor de  $G_{Ic}$ = 0.17 N/mm, de modo que as curvas força-deslocamento obtidas numericamente fossem semelhantes às curvas experimentais, conforme veremos mais adiante.

Tabela 4.3 – Propriedades coesivas empregues nos modelos de elementos finitos (Dourado et al. 2011)

	ui, 20	,11)		
$G_{\rm Ic}({ m N/mm})$	$G_{\rm IIc}$ (N/mm)	$\sigma_{\rm I}({\rm MPa})$	$\sigma_{\rm II}$ (MPa)	
0.26 (0.17)	0.91	5.34	9.27	



Figura 4.3 – Lei de dano introduzida nos modelos de elementos finitos.

#### 4.3 Apresentação e discussão de resultados

Na Figura 4.4 pode ser apreciada a deformada e o campo de deslocamentos na direcção yy (R) do modelo de elementos finitos com cinco anéis de crescimento. A deformada do modelo com sete anéis de crescimento é idêntica à que consta na figura 4.4. As curvas força-deslocamento (ou curvas P- $\delta$ ) obtidas com esses dois modelos numéricos encontram-se na Figura 4.6, juntamente com as curvas experimentais relativas aos provetes secos. As curvas P- $\delta$  constituem uma das informações experimentais de base em que assenta a identificação da lei coesiva em modo I. Constatamos que os dois modelos de elementos finitos do ensaio DCB, descritos na secção anterior) conduzem praticamente à mesma curva P- $\delta$ . Isto sugere que o método de identificação da lei coesiva não será influenciado pela variabilidade da meso estrutura, embora a confirmação desta hipótese careça de uma análise adicional.



Figura 4.4 – Deformada e campo de deslocamentos segundo yy (R), para o modelo com 5 anéis de crescimento.

A comparação entre as curvas P- $\delta$  numéricas e as curvas experimentais (Figura 4.5) revela que, em termos globais, os modelos de elementos finitos do ensaio DCB que foram descritos na secção 4.2 reproduzem com realismo os resultados experimentais. Este facto é fundamental para uma validação fiável do método de identificação da lei coesiva que é o objecto central do presente trabalho.

Além da curva P- $\delta$ , a simulação por elementos finitos do ensaio DCB serviu também para obter o *CTOD* (*crack tip opening displacement*) e o comprimento de fenda. Em termos numéricos, o *CTOD* é o deslocamento relativo dos dois pontos que antes da propagação coincidiam com a extremidade da fenda inicial (Figura 4.6a). Por seu turno, o comprimento de fenda (*a*) é a distância entre a linha de acção da força *P* e o primeiro nó fechado dos elementos de interface (Figura 4.6b). O *CTOD* é uma grandeza essencial para a identificação directa da lei coesiva. Quanto ao comprimento de fenda, embora não seja um ingrediente do método de identificação da lei coesiva que pretendemos validar, servirá para analisar o significado físico do comprimento de fenda equivalente do CBBM.



Figura 4.5 – Curvas P- $\delta$  numéricas e experimentais (provetes secos).



Figura 4.6 – Esquema da medição do CTOD (a) e variação do comprimento de fenda  $\Delta a$  (b).

Na Figura 4.7 podemos observar a evolução do comprimento de fenda (a), fornecido pela simulação numérica, e do comprimento de fenda equivalente  $(a_{eq})$ , obtido através do método CBBM, com o deslocamento  $(\delta)$  imposto ao provete. A diferença  $(a_{eq}-\Delta) - a_0$   $(a_0 \,\epsilon \, o \, comprimento de fenda inicial) \epsilon nula até ao fim do troço linear da$ curva*c* $aumentando a partir daí, mesmo ainda quando <math>a-a_0=0$ . De facto, numa fase inicial do ensaio DCB, o aumento de  $(a_{eq} - \Delta) - a_0$  deve-se ao desenvolvimento da zona de processo de fractura (ZPF) na extremidade da fenda inicial. Esta fase termina próximo da força máxima aplicada ao provete, quando a ZPF atinge uma dimensão constante característica e a fenda se propaga de forma auto-semelhante. Com a progressão do ensaio,  $(a_{eq} - \Delta) - a_0$  tende para o valor de  $a-a_0$ , pois a contribuição relativa da ZPF para a flexibilidade do provete vai diminuindo à medida que o comprimento de fenda vai aumentando. Os resultados que acabamos de descrever indicam que o conceito de fenda equivalente não serve apenas para contornar a dificuldade de medição experimental do comprimento de fenda durante a propagação, mas constitui sobretudo um conceito fundamental para contabilizar correctamente a energia despendida durante todo o processo de fractura e, portanto, para identificar correctamente a lei coesiva. Esta afirmação sobre a natureza de  $a_{eq}$  será reforçada no seguimento da análise dos resultados da simulação por elementos finitos do ensaio DCB.



Figura 4.7 – Evolução do comprimento de fenda e do comprimento de fenda equivalente: (a) modelo com 5 anéis de crescimento; (b) modelo com 7 anéis de crescimento.

Conforme foi já referido, o *CTOD* é uma grandeza essencial para a identificação da lei coesiva. Na Figura 4.8 está representada a variação do *CTOD* com o deslocamento ( $\delta$ ) aplicado ao provete. Os resultados obtidos por simulação numérica, quer pelo modelo com cinco anéis de crescimento quer pelo modelo com sete anéis, estão genericamente em bom acordo com os resultados experimentais determinados nos provetes secos. Além disso, os dois modelos numéricos conduzem praticamente ao mesmo resultado, reforçando a hipótese, que já foi mencionada atrás, da meso estrutura não afectar significativamente a identificação da lei coesiva.

A partir das curvas *P*-  $\delta$  fornecidas pela simulação por elementos finitos (Figura 4.5), determinamos as curvas de resistência para os dois modelos numéricos do ensaio DCB (modelos com cinco e com sete anéis de crescimento), aplicando o método CBBM. Estas curvas de resistência estão representadas na Figura 4.9, em conjunto com as curvas de resistência experimentais obtidas, pelo mesmo método, para a amostra de provetes secos. As duas curvas de resistência numéricas são praticamente coincidentes uma com a outra, e descrevem bem os resultados experimentais, em termos qualitativos.



Figura 4.8 – Curvas *CTOD versus* deslocamento aplicado: comparação entre resultados numéricos e experimentais (provetes secos).



Figura 4.9 – Curvas de resistência  $G_{\rm I}$  em função de  $a_{\rm eq}$  -  $\Delta$ .

Combinando as curvas de resistência  $G_{\rm I}$  vs  $a_{\rm eq}$  -  $\Delta$  (Figura 4.9) com as curvas *CTOD-* $\delta$  (Figura 4.8) obtêm-se imediatamente as curvas de resistência em função do *CTOD* ( $G_{\rm I}$  - *CTOD*) que estão representadas na Figura 4.10. Mais uma vez, as curvas numéricas para referentes aos modelos com cinco e com sete anéis são praticamente idênticas, e exibem uma boa concordância com os resultados experimentais (amostra de provetes secos).



Figura 4.10 – Curvas  $G_{I}$  – *CTOD*.

A lei coesiva em modo I pode ser obtida por derivação da curva  $G_{\rm I} - CTOD$ (Figura 4.10). É sabido que a derivação numérica directa dos resultados experimentais amplifica os erros de medida. Assim, é conveniente efectuar um alisamento prévio dos dados experimentais e só depois derivar os dados alisados. No caso dos resultados numéricos tal operação é desnecessária. Porém, para validar todo o procedimento de identificação da lei coesiva com base nos resultados experimentais, as curvas numéricas  $G_{\rm I} - CTOD$  foram ajustadas por *splines* cúbicos, usando o *software* MATLAB<sup>®</sup>. Os resultados do ajuste podem ser apreciados na Figura 4.11.



Figura 4.11 - Curvas *G*<sub>I</sub>-*CTOD* numéricas e ajuste por *spline* cúbico: (a) modelo de 5 anéis; (b) modelo de 7 anéis.

A derivada em ordem ao *CTOD* das relações  $G_I - CTOD$  ajustadas por *spline* cubico (Figura 4.11) fornece imediatamente as leis coesiva em modo I que se encontram representadas na Figura 4.12. Nesta Figura encontra-se também a lei coesiva que foi introduzida nos modelos numéricos (Tabela 4.3 e Figura 4.3). A lei coesiva recuperada é bastante próxima da lei coesiva usada nos modelos numéricos. As diferenças entre as duas leis (recuperada e introduzida) devem-se ao facto da lei coesiva introduzida nos modelos de elementos finitos ser uma lei descontínua e o método de identificação empregue para recuperar a lei coesiva que foi recuperada para o modelo com cinco anéis é ligeiramente diferente da lei que foi recuperada para o modelo com sete anéis. Não é claro se essa diferença se deve à meso estrutura ou se é o resultado das aproximações associadas ao método de identificação. Seja como for, os resultados obtidos atestam a validade do método de identificação da lei coesiva em modo I, que foi examinado neste trabalho de simulação por elementos finitos.



Figura 4.12 – Comparação entre as leis coesivas introduzida nos modelos numéricos e as leis coesivas recuperadas: (a) modelo de 5 anéis; (b) modelo de 7 anéis. *(continua)* 



Figura 4.12 – Comparação entre as leis coesivas introduzida nos modelos numéricos e as leis coesivas recuperadas: (a) modelo de 5 anéis; (b) modelo de 7 anéis. (*continuação*)

#### 4.4 Conclusões

Foi efectuado um estudo, por elementos finitos, sobre a validade de uma metodologia para a identificação directa (isto é, baseada unicamente em resultados experimentais) da lei coesiva em modo I da madeira de *Pinus pinaster*, à escala dos anéis de crescimento, através do ensaio DCB (*double cantilever beam*). A referida metodologia requer a determinação experimental da curva *P-* $\delta$  e do *CTOD* (*crack tip openinig displacement*). Uma das componentes é a curva de resistência (*G*<sub>1</sub> *versus a*<sub>eq</sub> - $\Delta$ ) obtida pelo método CBBM (*compliance based beam method*); a outra componente é a curva *G*<sub>1</sub> *versus CTOD*, cuja derivação conduz à lei coesiva. Foram elaborados dois modelos de elementos finitos do ensaio DCB, simulando duas meso estruturas distintas. Os resultados obtidos demonstram a validade da metodologia de identificação directa da lei, mostrando simultaneamente que essa lei não é influenciada pela heterogeneidade do provete à escala dos anéis de crescimento.

## **CAPÍTULO 5**

# Caraterização experimental do comportamento à fratura em modo I

#### 5.1 Introdução

Neste capítulo iremos apresentar e discutir os resultados do trabalho experimental que foi realizado com o objectivo de identificar as leis coesivas em modo I da madeira de Pinus pinaster, à escala dos anéis de crescimento, a partir do ensaio DCB (double cantilever beam). Começaremos por comparar as curvas força-deslocamento (ou curvas  $P-\delta$ ) para diversas concentrações de água (abaixo do ponto de saturação de fibra), quer em termos da força máxima quer em temos da rigidez inicial (ou elástica). Depois disso, abordaremos a determinação das curvas de resistência através do método CBBM (compliance based beam method) e analisaremos o efeito da concentração de água no valor de iniciação e no valor crítico da taxa de libertação de energia em modo I ( $G_{I}$ ). Continuaremos com a comparação entre as curvas de resistência obtidas com o método CBBM e as curvas de resistência obtidas por aplicação directa da equação de Irwin-Kies; neste caso, além das curvas P- $\delta$ , usaremos o comprimento de fenda medido por correlação digital de imagem. Com essa comparação procuraremos examinar o significado físico do conceito de fenda equivalente, que está na base do método CBBM. Finalmente, apresentaremos as leis coesivas em modo I, que foram obtidas por derivação da relação entre  $G_{I}$  e o CTOD (crack tip opening displacement), e analisaremos a influência da concentração de água nos valores máximos da tensão coesiva e do CTOD.

#### 5.2 Curvas força-deslocamento

O aspecto característico de todas as curvas  $P-\delta$  que foram obtidas experimentalmente é o aspecto das curvas obtidas para amostra de provetes secos, que já foram apresentadas na Figura 4.5 e que por comodidade de leitura reproduzimos novamente na Figura 5.1. Na Tabela 5.1 encontram-se os valores médios da força máxima ( $P_{max}$ ) e da rigidez inicial (R) de cada uma das amostras de provetes que constam na Tabela 3.3. Os coeficientes de variação de  $P_{max}$  e de R em cada amostra são maiores que os respectivos coeficientes de variação quando são considerados os resultados de todos os provetes. É interessante notar que a dispersão dos valores de  $P_{max}$ , quer em cada amostra quer globalmente, é bastante reduzida para um material tão variável e heterogéneo como a madeira. Além disso, é também interessante notar que em cada amostra ensaiada a dispersão de  $P_{max}$  é menor que a dispersão da rigidez.



Figura 5.1 – Curvas força-deslocamento da amostra de provetes secos.

	0 1	
$M_{ m e}$ (%)	$P_{\text{máx}}$ (N) (CV %)	<i>R</i> (N/mm) ( <i>CV</i> %)
0	18.325 (8.06)	17.385 (8.69)
1.839	19.137 (15.92)	15.555 (10.14)
2.029	16.422 (11.18)	11.784 (18.80)
5.458	18.575 (8.87)	15.555 (26.05)
6.444	16.888 (3.07)	12.607 (12.85)
6.544	19.074 (13.94)	13.068 (23.82)
7.449	20.668 (16.38)	15.033 (20.31)
10.033	16.385 (6.71)	11.631 (23.72)
10.12	20.456 (18.52)	12.824 (16.35)
10.253	17.508 (3.47)	12.786 (11.30)
11.303	18.059 (9.95)	13.595 (23.45)
11.472	17.477 (13.24)	11.260 (19.95)
13.243	18.558 (10.34)	13.696 (32.05)
Média	18.272	13.636
<i>CV</i> (%)	7.45	13.90

Tabela 5.1 – Valores médios da força máxima e da rigidez elástica para cada concentração de água no equilíbrio.

Na Figura 5.2 representamos  $P_{\text{max}}$  em função da concentração de água no equilíbrio ( $M_e$ ), enquanto na figura 5.3 representamos a variação de R com  $M_e$ . Conforme se pode ver na Figura 5.2, não existe qualquer correlação entre  $P_{\text{max}}$  e a concentração de água. Mas entre a rigidez e a concentração de água existe uma correlação negativa que é estatisticamente significativa ( $R^2$ =0,320). É certo que a força máxima e a rigidez inicial não são características do material, sendo dependentes também das dimensões dos provetes. Contudo, e atendendo à reduzida variabilidade dimensional dos provetes, os resultados da Figura 5.3 indiciam que o módulo de elasticidade longitudinal médio dos provetes diminui com o aumento da concentração de água. Já a aparente independência de  $P_{\text{max}}$  relativamente à concentração de água é mais difícil de interpretar em termos de propriedades do material.



Figura 5.2 – Variação da força máxima com o teor de água.



Figura 5.3 – Evolução da rigidez com o teor de água.

#### 5.3 Curvas de resistência: método CBBM

Por comodidade, voltamos a apresentar na Figura 5.4 as curvas de resistência de todos os provetes da amostra seca, que tínhamos já apresentado na secção 4.3 (Figura 4.9), e que foram determinadas aplicando o método CBBM. Estas curvas ilustram a forma típica das curvas de resistência de todos os provetes ensaiados. Dessas curvas tiramos os seguintes valores da taxa de libertação de energia: o valor de iniciação ( $G_{\rm Li}$ ), o valor correspondente à força máxima ( $G_{I,Pmax}$ ) e o valor máximo ( $G_{I,max}$ ). O valor de iniciação corresponde ao fim do troço linear da curva  $P-\delta$  (Figura 5.1), que foi usado para a determinação da rigidez elástica que consta na Tabela 5.1. Os valores de G<sub>LPmax</sub> e de G<sub>I,max</sub> são duas alternativas para a taxa crítica de libertação de energia, para fazer face à dificuldade em determinar inequivocamente o valor assimptótico (ou estacionário) da taxa de libertação de energia. Na Tabela 5.2 reunimos os valores médios de GI,i, GI,Pmax e  $G_{\text{Lmax}}$ , de cada uma das amostras referenciadas na Tabela 3.1. É interessante notar que o valor de  $G_{\rm I}$  para a força máxima ( $G_{\rm LPmax}$ ) é sistematicamente menor que o valor máximo de  $G_{I}$  ( $G_{I,max}$ ). Estes dois valores de  $G_{I}$  podem servir, porventura, de limite inferior e de limite superior da taxa crítica de libertação de energia. Mas um aspecto que ressai nos resultados apresentados na Tabela 5.2 é a elevada dispersão de G<sub>I,i</sub>, G<sub>I,Pmax</sub> e  $G_{I,max}$  em cada amostra.



Figura 5.4 – Curvas de resistência das amostras de provetes secos.

<i>Me</i> (%)	$ \frac{G_{\text{L,i}} \text{ (N/mm)}}{(CV \%)} $	G <sub>I,Pmáx</sub> (N/mm) (CV %)	$G_{I,\max}$ (N/mm) (CV %)
0	0.125 (17.47)	0.198 (20.67)	0.218 (14.33)
1.839	0.194 (29.99)	0.241 (26.59)	0.264 (27.94)
2.029	0.192 (47.19)	0.252 (33.37)	0.270 (33.17)
5.458	0.181 (26.89)	0.268 (37.02)	0.297 (28.53)
6.444	0.187 (19.65)	0.242 (21.29)	0.289 (20.46)
6.544	0.190 (30.35)	0.330 (33.63)	0.351 (28.15)
7.449	0.170 (22.20)	0.333 (59.42)	0.337 (58.26)
10.033	0.144 (20.62)	0.262 (24.92)	0.289 (26.38)
10.12	0.261 (62.64)	0.359 (44.41)	0.393 (41.31)
10.253	0.197 (7.70)	0.232 (11.06)	0.307 (10.29)
11.303	0.132 (12.38)	0.259 (24.72)	0.282 (20.68)
11.472	0.188 (12.01)	0.313 (23.19)	0.395 (30.36)
13.243	0.154 (24.24)	0.297 (40.06)	0.335 (29.93)
Média	0.178	0.276	0.310
CV %	19.66	17.00	16.48

Tabela 5.2 – Taxa de libertação de energia de iniciação ( $G_{I,i}$ ), taxa de libertação de energia associada à força máxima ( $G_{I,Pmax}$ ) e taxa máxima de libertação de energia ( $G_{I,max}$ ).

Na Figura 5.5 podemos observar a dependência de  $G_{I,i}$ ,  $G_{I,Pmax}$  e  $G_{I,max}$ relativamente à concentração de água no equilíbrio ( $M_e$ ). Entre  $G_{I,i}$  e  $M_e$  não existe qualquer correlação, indiciando que os mecanismos de iniciação do dano não são influenciados pela concentração de água, pelo menos dentro da gama de valores de  $M_e$ que foi analisada neste trabalho. Mas  $G_{I,Pmax}$  e  $G_{I,max}$  estão positivamente correlacionados com  $M_e$ , revelando que o aumento da concentração de água torna a madeira mais resistente à fractura em modo I.



Figura 5.5 – Evolução da taxa de libertação de energia máxima, de iniciação e respetiva à força máxima, com o teor de água.

## 5.4 Curvas de resistência: equação de Irwin-Kies

Embora não sendo o objectivo central deste trabalho, procuramos examinar o significado físico do conceito de comprimento de fenda equivalente  $(a_{eq})$ , inerente ao método CBBM. Para o efeito, comparamos  $a_{eq}$  com o comprimento de fenda medido através da correlação digital de imagem  $(a_{DIC})$ . Comparamos também as curvas de resistência obtidas pelo método CBBM com as curvas de resistência obtidas por aplicação directa da equação de Irwin-Kies, onde, para além da curva P- $\delta$  usamos o comprimento de fenda a.

Na Figura 5.6 apresentamos dois casos distintos, mas representativos de todos os provetes ensaiados, de comparação entre o comprimento de fenda equivalente  $(a_{eq} - \Delta)$  e o comprimento de fenda medido por correlação digital de imagem  $(a_{DIC})$ . No caso da Figura 5.6a o valor de  $a_{eq}$  -  $\Delta$  é ligeiramente maior que o valor de  $a_{DIC}$ , na região que começa no início do troço não linear da curva *P*- $\delta$  e que termina próximo da força

máxima. Este facto está de acordo com a seguinte relação estabelecida no método CBBM:  $a_{eq}=a_{DIC}+A_{ZPF}$ , sendo  $A_{ZPF}$  a diferença entre  $a_{eq}$  -  $\Delta$  e  $a_{DIC}$  devida à presença de uma zona de processo de fractura na extremidade da fenda. No caso da Figura 5.6b o valor de  $a_{eq}$  -  $\Delta$  é inferior ao valor do comprimento de fenda determinado através da correlação digital de imagem, o que é de todo destituído de sentido físico. Este caso anómalo deve-se à presença de uma importante componente de modo II no deslocamento de abertura da fenda (Figura 5.7b). No caso anterior, que está de acordo com o estipulado pelo método CBBM (Figura 5.6a), não se registou a existência de uma componente significativa de modo II no deslocamento de abertura da fenda, conforme está documentado na Figura 5.7a. Vem a propósito dizer que as Figuras 5.6a e 5.7a correspondem à situação ilustrada na Figura 3.8b, na qual é evidente que a propagação ocorreu essencialmente em modo I; já as Figuras 5.6b e 5.7b correspondem à situação ilustrada na Figura 3.10, onde claramente a propagação decorreu em condições de modo misto.



Figura 5.6 – Evolução do comprimento de fenda com o deslocamento aplicado: (a) caso concordante com o CBBM; (b) caso discordante com o CBBM. (*continua*)



Figura 5.6 – Evolução do comprimento de fenda com o deslocamento aplicado: (a) caso concordante com o CBBM; (b) caso discordante com o CBBM. (*continuação*)



Figura 5.7 – Variação do *CTOD* com o deslocamento aplicado: (a) propagação da fenda em modo I; (b) propagação da fenda em modo misto. (*continua*)



Figura 5.7 – Variação do *CTOD* com o deslocamento aplicado: (a) propagação da fenda em modo I; (b) propagação da fenda em modo misto. (*continuação*)

A determinação da taxa de libertação de energia através da equação de Irwin-Kies obriga ao cálculo da derivada da flexibilidade em ordem ao comprimento de fenda (dC/da). Para esse efeito, ajustamos aos pontos experimentais (C, a), pelo método dos mínimos quadrados, a seguinte função:

$$C = m + na^3 \tag{5.1}$$

onde m e n são os parâmetros do ajuste. A taxa de libertação de energia é então dada pela seguinte equação:

$$G_I = \frac{3nP^2a^2}{2B} \tag{5.1}$$

Na Figura 5.8 apresentamos as relações *C-a* para os dois casos típicos dos resultados experimentais considerados nas Figuras 5.6 e 5.7, juntamente com as respectivas 66

relações C- $a_e$ . As correspondentes curvas de resistência encontram-se na Figura 5.9. Os resultados apresentados nestas Figuras confirmam que o método CBBM (que se baseia apenas na curva P- $\delta$ ) e a equação de Irwin-Kies (que requer a medição adicional do comprimento de fenda), conduzem a curvas de resistência semelhantes quando a propagação da fenda ocorre em modo I.





(b)

Figura 5.8 – Curvas de calibração da flexibilidade: (a) propagação da fenda em modo I; (b) propagação da fenda em modo misto.



(b)

Figura 5.9 – Curvas de resistência: (a) propagação da fenda em modo I; (b) propagação da fenda em modo misto.

### 5.5 Leis Coesivas

O principal objectivo do presente trabalho é a determinação das leis coesivas que regulam o comportamento à fractura da madeira de *Pinus pinaster* em modo I, incluindo a análise do efeito da concentração de água (abaixo do ponto de saturação de fibras) nessas leis. O método para a determinação das leis coesivas foi já validado por

elementos finitos, no Capítulo 4. Em seguida vamos apresentar e discutir os resultados da aplicação desse método aos dados dos ensaios experimentais.

Na Figura 5.10 encontra-se um exemplo de ajuste por *splines* cúbicos da relação  $G_{I}$ -*CTOD*. Recordemos que a taxa de libertação de energia foi obtida usando o método CBBM, e que o *CTOD* foi determinado usando a técnica de correlação digital de imagem. Derivando os dados ajustados, em ordem a *CTOD*, obtemos imediatamente a lei coesiva  $\sigma_{I} = f(CTOD)$ , que se encontra na Figura 5.11.



Figura 5.10 – Exemplo de ajuste por *splines* cúbicos da relação experimental entre  $G_{I}$  e *CTOD*.



Figura 5.11 – Exemplo de lei coesiva em modo I.

As leis coesivas que foram obtidas têm um comportamento oscilatório na vizinhança do valor máximo de *CTOD*. Este comportamento não tem qualquer significado físico, sendo antes um artefacto do método empregue para a suavização dos pontos experimentais ( $G_{I}$ , *CTOD*). Porém, o comportamento oscilatório da lei coesiva dificulta a identificação inequívoca do valor máximo do *CTOD* (*CTOD*<sub>max</sub>). Para contornar essa dificuldade, definimos convencionalmente *CTOD*<sub>max</sub> como sendo a abcissa do primeiro ponto da lei coesiva para o qual é nula a tensão coesiva, isto é,  $\sigma_{I}(CTOD_{max})=0$ ; esse ponto está identificado por um círculo nas Figuras 5.10 e 5.11. Como validação deste critério, importa referir que a área da limitada pela lei coesiva e o eixo das abcissas entre *CTOD*=0 e *CTOD*=*CTOD*<sub>max</sub> coincide praticamente com os valores de  $G_{I,Pmax}$  indicados na Tabela 5.2. Ao contrário do *CTOD*<sub>max</sub>, não há qualquer ambiguidade na identificação da tensão de rotura coesiva ( $\sigma_u$ ), isto é, do valor máximo de  $\sigma_{I}$ . Na Tabela 5.3 estão reunidos os valores médios de *CTOD*<sub>max</sub> e de  $\sigma_u$ , determinados em todas as amostras de provetes DCB que foram ensaiadas.

<i>M</i> <sub>e</sub> (%)	$CTOD_{máx} (mm) (CV\%)$	$\sigma_{\rm u}$ (MPa) (CV %)
0	0.254 (20.94)	5.032 (68.74)
1.839	0.606 (9.88)	4.354 (42.30)
2.029	0.375 (21.27)	3.078 (9.92)
5.458	0.530 (32.42)	4.915 (54.29)
6.444	0.646 (15.16)	3.077 (23.29)
6.544	0.359 (38.80)	4.520 (41.39)
7.449	0.361 (30.81)	4.599 (26.15)
10.033	0.466 (48.81)	5.849 (31.02)
10.12	0.286 (60.57)	4.250 (18.69)
10.253	0.823 (56.95)	2.743 (41.19)
11.303	0.308 (39.90)	5.875 (39.99)
11.472	0.529 (58.75)	5.203 (20.52)
13.243	0.439 (38.85)	3.291 (46.49)
Média	0.460	4.368
<i>CV</i> (%)	35.56	23.94

Tabela 5.3 – Efeito da concentração de água nos valores de  $CTOD_{max}$  e de  $\sigma_u$ .

Os resultados apresentados na Tabela 5.3 exibem uma grande variabilidade em cada amostra. Tal facto não é de estranhar, uma vez que essas grandezas dependem da microestrutura da madeira na vizinhança da fenda inicial e que essa microestrutura pode variar significativamente de provete para provete. Apesar disso, nas Figuras 5.12 e 5.13 procuramos ver em que medida os valores médios de  $CTOD_{max}$  e de  $\sigma_u$  variam com a concentração de água no equilíbrio. A Figura 5.12 revela a existência de uma correlação estatisticamente significativa ( $R^2$ =0,547) e positiva entre CTOD<sub>max</sub> e M<sub>e</sub>. Por sua vez, a Figura 5.13 sugere que não existe qualquer correlação entre a tensão de rotura coesiva  $(\sigma_u)$  e a concentração de água no equilíbrio  $(M_e)$ . Combinando as conclusões que acabamos de extrair dos resultados apresentados nas Figuras 5.12 e 5.13, com os resultados apresentados na Figura 5.5, podemos esquematizar o efeito global da concentração de água sobre as leis coesivas tal com está indicado na figura 5.14. Para concluir, não podemos deixar de notar que a aparente independência da força máxima (Figura 5.2) e do valor de iniciação da taxa de libertação de energia (Figura 5.5) relativamente à concentração de água é consistente com a independência da tensão de rotura coesiva relativamente à mesma grandeza, conforme indicia a Figura 5.13



Figura 5.12 – Variação de CTOD<sub>max</sub> com a concentração de água.



Figura 5.13 – Variação de  $\sigma_u$  com a concentração de água.



Figura 5.14 – Representação esquemática do efeito da concentração de água sobre a lei coesiva em modo I da madeira de *Pinus pinaster*.

#### 5.6 Conclusões

Foram determinadas experimentalmente as leis coesivas em modo I da madeira de *Pinus pinaster*, à escala dos anéis de crescimento, usando o ensaio DCB (*double cantilever beam*) e a técnica da correlação digital de imagem. As curvas *P*- $\delta$  serviram para determinar as curvas de resistência, através do método CBBM (*compliance based beam method*). Combinando as curvas de resistência com o *CTOD* (*crack tip opening displacement*), obtido por correlação digital de imagem, obtivemos a relação entre a taxa de libertação de energia (*G*<sub>I</sub>) e o *CTOD*, cuja derivação conduz à lei coesiva em modo I.

Em todos os provetes ensaiados a propagação da fenda inicial decorreu no lenho inicial, pelo que as leis coesivas que foram identificadas caracterizam o comportamento à fractura deste tecido. Um aspecto essencial para a correta identificação das leis coesivas à escala dos anéis de crescimento tem a ver com a preparação dos provetes, a qual deverá garantir que a orientação da meso estrutura do material coincida com a orientação da fenda inicial. Só desta forma será possível promover a propagação da fenda inicial em condições próximas ou coincidentes com o modo I puro.

Os resultados obtidos sugerem que, dentro da resolução experimental alcançada, o comprimento de fenda equivalente determinado pelo método CBBM é praticamente coincidente com o comprimento de fenda medido por correlação digital de imagem, quando a propagação decorre em modo I. Este resultado experimental justifica a utilização do método CBBM para a determinação da curva de resistência em modo I.

Foi examinada a influência da concentração de água, entre 0% e 13%, na lei coesiva em modo I do lenho inicial da madeira de *Pinus pinaster*. Os resultados obtidos mostram que a taxa crítica de libertação de energia e o valor máximo do deslocamento de abertura da extremidade da fenda aumentam com a concentração de água. Mas a tensão de rotura coesiva em modo I é independente da concentração de água, pelo menos na gama de concentrações observada neste trabalho.

## **Conclusões gerais**

Foi efectuado um estudo numérico e experimental do comportamento à fratura da madeira de *Pinus pinaster* à escala dos anéis de crescimento (ou escala meso). O objectivo central deste trabalho foi estudar um método directo (isto é, baseado exclusivamente em informação experimental) para a identificação da lei coesiva em modo I, através do ensaio DCB (*double cantilever beam*). O trabalho incidiu no sistema de propagação RL, sendo R (direcção anatómica radial) a direcção normal ao plano da fenda e L (direcção anatómica longitudinal) a direcção de propagação da fenda. Para além deste objectivo principal, foi caracterizado o efeito da concentração de água na lei coesiva em modo I da madeira de *Pinus pinaster*, para concentrações inferiores ao ponto de saturação de fibra.

Recorrendo à simulação por elementos finitos do ensaio DCB, incorporando um modelo de dano coesivo previamente desenvolvido, foi validada uma metodologia para a identificação directa da lei coesiva em modo I da madeira de *Pinus pinaster*, à escala dos anéis de crescimento. A referida metodologia requer a determinação experimental da curva *P*- $\delta$  e do *CTOD* (*crack tip openinig displacement*). A curva *P*- $\delta$  é a única informação experimental requerida para a determinação da curva de resistência em modo I através do método CBBM (*compliance based beam method*). Por sua vez, a curva de resistência, combinada com a evolução do *CTOD* durante o ensaio, é a informação de base necessária para a identificação da lei coesiva. De facto, a lei coesiva obtém-se por derivação da relação *G*<sub>1</sub>-*CTOD*. Foram elaborados dois modelos de elementos finitos do ensaio DCB, simulando duas meso estruturas distintas. Os resultados obtidos demonstraram que a lei coesiva não é influenciada pela heterogeneidade do provete à escala dos anéis de crescimento. Foram determinadas experimentalmente as leis coesivas em modo I da madeira de *Pinus pinaster*, à escala dos anéis de crescimento, usando a metodologia previamente validade por simulação numérica. A técnica de correlação digital de imagem foi empregue para medir a evolução do CTOD ao longo dos ensaios. Em todos os provetes ensaiados a propagação da fenda inicial decorreu no lenho inicial, pelo que as leis coesivas que foram identificadas caracterizam o comportamento à fractura deste tecido. Um aspecto essencial para a correta identificação das leis coesivas à escala dos anéis de crescimento tem a ver com a preparação dos provetes, a qual deverá garantir que a orientação da meso estrutura do material coincida com a orientação da fenda inicial. Só desta forma será possível promover a propagação da fenda inicial em condições próximas ou coincidentes com o modo I puro.

Os resultados experimentais obtidos sugerem que, dentro da resolução experimental alcançada, o comprimento de fenda equivalente determinado pelo método CBBM é praticamente coincidente com o comprimento de fenda medido por correlação digital de imagem, quando a propagação decorre em modo I. Este resultado experimental justifica a utilização do método CBBM para a determinação da curva de resistência em modo I.

Foi examinada a influência da concentração de água, entre 0% e 13%, na lei coesiva em modo I do lenho inicial da madeira de *Pinus pinaster*. Os resultados obtidos mostram que a taxa crítica de libertação de energia e o valor máximo do deslocamento de abertura da extremidade da fenda aumentam com a concentração de água. Mas a tensão de rotura coesiva em modo I é independente da concentração de água, pelo menos na gama de concentrações observada neste trabalho.

## **Referências Bibliográficas**

Barreto AMJP (2008). Análise numérica do comportamento à fractura da madeira de Pinus pinaster Ait. sob solicitações de modo misto I + II, FEUP.

Costes J-P, Ko PL, Ji T, Decès-Petit C, Altintas Y (2004). Orthogonal cutting mechanics of maple: modeling a solid wood-cutting process. Wood Science, Vol. 50: 28–34.

da Silva MAL (2006). Estudo das propriedades de fractura em modo II e em modo III de madeira de Pinus pinaster ait. Tese de mestrado em Engenharia Mecânica, FEUP.

DAPFVRS - Divisão de Apoio à Produção Florestal e Valorização de Recursos Silvestres, 2013. Observatório para as fileiras florestais, Informação estatística sobre o setor florestal e sobre as fileiras florestais 2000 a 2012. Relatório R DGPF/003/2013.

de Jesus AMP, José MTP, Morais JJL (2012). Analysis of solid wood beams strengthened with CFRP laminates of distinct lengths. Construction and Building Materials, Vol. 35: 817-828.

de Moura MFSF, Goncalves JPM, Marques AT, de Castro PMST (1997). Modeling compression failure after low velocity impact on laminated composites using interface elements. Journal Composites Materials, Vol. 15: 1462–1479.

de Moura MFSF, Silva MAL, de Morais AB, Morais JJL (2006). Equivalent crack based mode II fracture characterization of wood. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 73: 978-993.

de Moura MFSF, Morais JJL, Dourado N (2008). A new data reduction scheme for mode I wood fracture characterization using the double cantilever beam test. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 75: 3852-3865. de Moura MFSF, Silva MA, Morais JL, de Morais AB, Lousada J, (2009). Data reduction scheme for measuring GIIc of wood in end-notched flexure (ENF) tests. *Holzforschung*, Vol. 63(1): 99-106.

de Moura MFSF, Oliveira JMQ, Morais JJL, Xavier J (2010). Mixed-mode I/II wood fracture characterization using the mixed-mode bending test. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 77: 144-152.

de Moura MFS, Dourado N, Morais JL (2010). Crack equivalent based method applied to wood fracture characterization using the single edge notched - three point bending test. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 77: 510 – 520.

(a) de Moura MFS, Dourado N, Morais JJL (2011). A numerical study on the SEN-TPB test applied to mode I wood fracture characterization. International Journal of Solids and Structures, Vol. 48: 234-242.

(b) de Moura MFS, Oliveira JMQ, Morais JJL, Dourado N (2011). Mixed-Mode (I+II) fracture characterization of wood bonded joints. Construction and Building Materials, 1956–1962.

de Moura MFSF, Gonçalves JPM, Magalhães AG (2012). A straightforward method to obtain the cohesive laws of bonded joints under mode I loading. International Journal of Adhesion & Adhesives, Vol 39: 54-59.

Dourado N, Moura MF, Morel S, Valentin G, Morais JL (2008). Comparison of fracture properties of two wood species through cohesive crack simulations. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, Vol. 39(2): 415 - 427.

Dourado N, de Moura MFS, Morais JL, Silva MAL (2010). Estimate of resistance-curve in wood through double cantilever beam test. Holzforschung, Vol. 64: 119-126.
Dourado N, de Moura MFSF, Morais J (2011). A numerical study on the SEN-TPB test applied to mode I wood fracture characterization. International Journal of Solids and Structures, Vol. 48: 234-242.

Dourado N, Pereira FAM, de Moura MFSF, Morais JJL (2012). Repairing wood beams under bending using carbon-epoxy composites. Engineering Structures, Vol. 34: 342-350.

Elices M, Guinea GV, Gómez J, Planas J (2002). The cohesive zone model: advantages, limitations and challenges. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 69(2): 137-163.

Forest Based Sector, Technology Platform, 2012. Horizons – Vision 2030 for the European Forest-based Sector.

Garrido, NMB (2004). Identificação do comportamento ao corte da madeira, através do ensaio de tracção fora dos eixos de simetria material. Tese de mestrado em Engenharia Mecânica, UTAD.

Gonçalves JMP, de Moura MFSF, Magalhães AG, de Castro PMST (2003). Application of interface finite elements to three – dimensional progressive failure analysis of adhesive joints. Fatigue Fracture engineering Materials Structures, Vol. 26: 479-486.

Gustavsson L, Sathre R (2006). Variability in energy and carbon dioxide balances of wood and concrete building materials. Building and Environment, Vol. 41: 940-951.

ICNF, 2013. IFN6 – Áreas dos usos do solo e das espécies florestais de Portugal continental. Resultados preliminares. [pdf], 34 pp, Instituto da Conservação da Natureza e das Florestas. Lisboa.

Le-Ngoc L, McCallion H, (2000). A cellular finite element model for the cutting of softwood across the grain. International Journal of Mechanical Sciences Vol. 42: 2283-2301.

Oliveira JMQ (2004). Aplicação do ensaio de Arcan na determinação do comportamento ao corte da madeira de Pinus pinaster ait. Tese de mestrado em Engenharia Mecânica, UTAD.

Oliveira JMQ, de Moura MFSF, Silva MAL, Morais JJL (2007). Numerical analysis of the MMB test for mixed-mode I/II wood fracture. Composites Science and Technology, Vol.67(9): 1764-1771.

Oliveira JMQ, de Moura MFSF, Morais JJL (2009). Application of the end loaded split and single-leg bending tests to the mixed-mode fracture characterization of wood. Holzforschung, Vol. 63: 597-602.

Pan B, Qian K, Xie H, Asundi A. (2009). Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review. IOP Publishing,2009, doi: 10.1088/0957-0233/20/6/062001.

Pereira JLE (2005). Comportamento mecânico da madeira em tracção nas direcções de simetria material. Tese de mestrado em Engenharia Mecânica, UTAD

Pereira J, Xavier J, Morais J, Lousada J, Pierron F. (2010). On the evaluation of elastic properties of pinus pinaster at the growth ring scale. 8° Congresso Nacional de Mecânica Experimental, Guimarães, 21-23 de Abril.

Santos CL, de Jesus AMP, Morais JJL, Lousada JLPC (2009). Quasi-static mechanical behaviour of a double-shear single dowel wood connection. Construction & Building Materials, Vol. 23: 171-182.

Santos C, de Jesus AMP, Morais JJL, Lousada JLPC (2010). A comparison between the EN 383 and ASTM D5764 test methods for dowel-bearing strength assessment of wood: experimental and numerical investigations. Strain, Vol. 46: 159-174.

Shen B, Paulino GH (2011). Direct extraction of cohesive fracture properties from digital image correlation: a hybrid inverse technique. Experimental Mechanics, doi: 10.1007/s11340-010-9342-6

Silva M.A.L, de Moura MFSF, Morais JJL (2006). Numerical analysis of the ENF test for mode II wood fracture. Composites, Part A, Vol. 37: 1334-1344.

Smith I, E. Landis E, Gong M (2003). Fracture and Fatigue in Wood, England: John Wiley & Sons Ltd.

Stehn L (2002). Environmental labelling of timber-framed dwellings and their building components. Building Research & Information, Vol. 30 (4): 248-254.

Xavier JMC (2003). Caracterização do comportamento ao corte da madeira usando o ensaio de Iosipescu. Tese de mestrado em Engenharia Mecânica, UTAD.

Xavier JC, Garrido NM, Oliveira M, Morais JL, Camanho PP, Pierron F (2004). A comparison between the Iosipescu and off-axis test methods for the characterization of pinus pinaster ait. Composites, Part A Vol. 35: 827-840.

Xavier J, Morais J, Dourado N, de Moura MFSF (2011). Measurement of mode I and mode II fracture properties of wood-bonded joints. Journal of Adhesion Science and Technology, Vol. 25: 2881-2895.

Xavier J, Jesus A, Morais J, Pinto J (2012). On the determination of the modulus of elasticity of wood by compression test parallel to the grain. Mecânica Experimental, Vol. 20: 59-66.