Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

# Otimização do comportamento quase-estático de ligações com transferência de momentos de cavilhas em estruturas de madeira

Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica

Luís Miguel Magalhães Queiroz Morais de Carvalho Orientador - Professor Nuno Miguel Magalhães Dourado Coorientador - Mestre Fábio André Magalhães Pereira



Vila Real, 2013

Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

# Otimização do comportamento quase-estático de ligações com transferência de momentos de cavilhas em estruturas de madeira

Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica

Luís Miguel Magalhães Queiroz Morais de Carvalho Orientador - Professor Nuno Miguel Magalhães Dourado Coorientador - Mestre Fábio André Magalhães Pereira



Vila Real, 2013

### Agradecimentos

Desejo deixar aqui expressos os meus sentidos agradecimentos a todos os que de alguma forma influenciaram na realização deste trabalho, sem os quais, a sua conclusão de algum modo não poderia ser possível.

A toda a minha família por todo o suporte que me foi dado desde sempre e a todos os níveis, a eles o meu grande obrigado.

Ao meu orientador, o Professor Nuno Dourado, o qual me acompanhou e orientou incansavelmente e com todo o profissionalismo ao longo de todo este trabalho.

Ao Doutorando Fábio Pereira, meu coorientador, por todo o seu apoio prático desde o início do trabalho até à finalização do mesmo.

Ao Professor Cristóvão Santos, ao qual agradeço por toda a sua disponibilidade e apoio técnico durante a realização prática deste trabalho.

Ao Sr. Armindo Teixeira, o qual sempre esteve disponível para me ajudar, quando necessário maquinar material para a realização dos provetes.

A todos os meus amigos que de certo modo sempre me apoiaram e estiveram ao meu lado sempre que necessitei.

## Conteúdo

Nomenclatura	
Acrónimos	9
Resumo	
Abstract	
Introdução	
Capítulo I – Revisão bibliográfica	
1.1 - A Madeira como material estrutural	
1.2 - Modos puros de propagação da fenda	
1.3 - Ligações estruturais	
1.4 – Cálculo de ligações segundo o modelo Eurocódigo 5	
1.5 – Modelação do comportamento mecânico de ligações	
Capítulo II – Modelo de dano Coesivo	
2.1 - Modelo de dano	
2.2 – Modelo de plasticidade	
2.3 - Modelo de plasticidade implementado	27
Capítulo III – Descrição do procedimento experimental	
3.1 – A madeira de Pinho marítimo	
3.2 - Geometria e preparação dos provetes	
3.3 - Procedimento experimental	
Capítulo IV - Resultados experimentais	
Capítulo V – Estudo numérico	
Conclusões	
Referências bibliográficas	

## Nomenclatura

3	Deformação
G <sub>I</sub>	Taxa de libertação de energia em modo I
G <sub>II</sub>	Taxa de libertação de energia em modo II
В	Largura do provete
CoV	Coeficiente de variação
E	Módulo de elasticidade
F, P	Força aplicada
G	Taxa de libertação de energia
$G_{LR}$	Módulo de corte longitudinal-radial
$G_{ m LT}$	Módulo de corte longitudinal-tangencial
$G_{ m RT}$	Módulo de corte radial-tangencial
h	Altura do provete
Н	Teor de humidade
Κ	Rigidez
L	Comprimento total entre apoios (vão)
L	Direção longitudinal
$m_1$	Massa da amostra de madeira antes da secagem
$m_2$	Massa da amostra de madeira depois da secagem
R	Direção radial
Т	Direção tangencial
v	Coeficiente de Poisson
δ	Deslocamento
σ	Tensão normal

## Acrónimos

EC 5	Eurocódigo 5
EFI	Elementos Finitos de Interface
EN	European Standard
EPFM	Mecânica da Fratura Elasto-plástica
LC	Leis Coesivas
LEFM	Mecânica da Fratura Linear Elástica
LVDT	Linear Variable Differential Transformer
MF	Mecânica da Fratura
TRM	Teoria da Resistência dos Materiais
ZPF	Zona de Processo da Fratura

### Resumo

As regiões mais críticas em estruturas de madeira são os seus pontos de ligação, sendo que a resistência e durabilidade da estrutura dependem em larga medida do desempenho mecânico manifestado por estas ligações. De uma maneira geral, estas asseguram a transmissão de esforços entre elementos estruturais contínuos, sendo essencial que mantenham as condições de resistência e de rigidez que foram especificadas na fase de projeto.

Com este estudo pretende-se avaliar o comportamento mecânico à flexão de uma viga de madeira de pinho composta em altura, obtida por empilhamento de dois segmentos daquele material, com as mesmas dimensões, ligados entre si por meio de cavilhas de madeira. O desempenho desta solução foi comparado com o decorrente de uma ligação clássica, que emprega um adesivo estrutura a toda a extensão da área de contacto entre as peças de madeira. A intensão de se proceder à substituição do adesivo estrutural, por cavilhas discretamente posicionadas ao longo do comprimento da viga, teve por objetivo propor uma solução alternativa, que dispense a utilização massiva de adesivo, com um desempenho mecânico similar. A par desta comparação, o presente estudo pretende ainda perceber a influência da inclinação das cavilhas responsáveis pela ligação, no comportamento mecânico das vigas, analisando quatro inclinações diferentes.

Ao longo deste estudo, os ensaios mecânicos foram também recriados por simulações numéricas, recorrendo a modelos de elementos finitos tridimensionais. Procurou-se modelar as ligações e as regiões de dano, recorrendo a modelos de dano coesivo, com elementos finitos de interface e um modelo de plasticidade, de modo a obter um acordo numérico-experimental satisfatório.

A inclinação das cavilhas demonstrou ter um efeito significativo no desempenho da solução de ligação proposta neste estudo. A abordagem baseada no modelo de dano coesivo aliada à introdução de plasticidade mostrou ser satisfatória, uma vez que recorrendo aos parâmetros de fratura da madeira, permitiu descrever de forma fidedigna a iniciação e a propagação do dano nas séries testadas. Parte dos modelos testados revelaram capacidade de prever tanto a rigidez inicial como a carga máxima obtida nos ensaios mecânicos.

### Abstract

The most critical regions in wooden structures are their connection points, the strength and durability of the structure depends largely on the mechanical performance shown by these connections. In general, ensure transmission of efforts between continuous structural elements it is essential to maintain the conditions of resistance and stiffness that were specified in the design phase.

This study aims to assess the mechanical bending behaviour of a beam of pine wood, obtained by stacking two segments of that material with the same dimensions, linked together by wooden pegs. The performance of this solution was compared with the result of a classical connection that employs a structural adhesive in the entire length of the contact area between the wood pieces. The intention of proceeding with the replacement of structural adhesive, by wood pegs discreetly positioned along the length of the beam, aimed to propose an alternative solution, which waives the massive use of adhesive, with similar mechanical performance. Alongside this comparison, this study also aims to understand the influence of the slope of the pegs in the mechanical behaviour of beams, analysing four different inclinations.

Throughout this study, the mechanical tests were also recreated by numerical simulations, using three-dimensional models by the finite element method. We tried to model the connections and the regions of damage, using cohesive damage models with finite interface elements in order to obtain a satisfactory numerical-experimental agreement.

The slope of the pins shown to have a significant effect on the performance of the bonding solution proposed in this study. The damage-based cohesive model approach combined with the introduction of plasticity showed to be satisfactory, since by using the parameters of wood fracture, allowed to describe reliably the initiation and propagation of damage in the tested series. Part of the tested models showed ability to predict the initial stiffness and the maximum load obtained in the mechanical tests.

### Introdução

Dada a grande abundância da madeira como material, e sendo esta de fácil transformação e produção, esta é por isso muito utilizada como material de construção e de estruturas. Isto leva a uma maior necessidade de desenvolvimento e compreensão do seu comportamento enquanto estrutura, de modo a prever a sua fiabilidade e redução de risco de fratura e colapso.

Os principais pontos críticos em estruturas com madeira são os seus pontos de ligação, sendo que a sua resistência e durabilidade dependem em muito destas ligações. Considera-se que cerca de 80% das roturas neste tipo de estrutura tem origem na sua ligação [1].

De entre os diferentes tipos de ligações neste tipo de estruturas, é de salientar as ligações com ligadores do tipo cavilha, sendo estas as mais utilizadas.

Atualmente, no âmbito da Mecânica dos Sólidos, o estudo das ligações com ligadores do tipo cavilha é feito tendo por base o Modelo Europeu de Cedência [2], no entanto este modelo sofre de algumas limitações [3]. De modo a colmatar parte destas limitações, existem modelos de projeto que propõem orientações empíricas, como é o caso do Eurocódigo5.

Dada a existência de limitações por parte do Modelo Europeu de Cedência, tem-se vindo a revelar uma necessidade de criação de modelos alternativos, tendo como um dos objetivos a modelação dos modos frágeis de rotura. Estes novos modelos têm por base ferramentas numéricas, elementos finitos, carecendo ainda de validação de modo a serem realmente credíveis e assim a sua aceitação como modelos alternativos em código de projeto.

O presente trabalho pretende abordar a compreensão e modelação das ligações de estruturas de madeira com ligadores do tipo cavilhas, recorrendo ao *software* comercial de modelação de elementos finitos ABAQUS<sup>®</sup>.

## Capítulo I – Revisão bibliográfica

#### 1.1 - A Madeira como material estrutural

A madeira provém do tecido formado pelas plantas lenhosas. É caracterizado por ser um material resistente e relativamente leve, sendo muitas vezes utilizado em estruturas e construções civis, como é o caso do Pavilhão Atlântico, Parque Expo98, Portugal (Figura 1.1). A madeira é um polímero natural com estrutura heterogénea, e descrito por ser higroscópico, poroso e anisotrópico, constituído por fibras alinhadas essencialmente na direção axial do tronco, direção longitudinal, denominado de fio da madeira. As células da madeira são constituídas, principalmente, por celulose, hemicelulose e lenhina, tratando-se assim de um material orgânico, sólido e de composição complexa.



Figura 1.1 - Pormenores do travejamento do Pavilhão Atlântico [4].

A madeira resulta de uma sobreposição de camadas sucessivas anuais, de lenho inicial e lenho final. Através de um corte transversal de um tronco, é possível identificar essas camadas, sendo designadas de anéis de crescimento, pois as características das células de cada camada são diferenciáveis. Cada par de camadas forma um anel de crescimento, sendo que uma camada representa o período de formação primavera/verão, em que o tom é mais claro e as células com paredes mais finas e de maior dimensão, a outra camada, de tons mais escuros representa o período outono/inverno, dotada esta de células mais pequenas e compactas, originadas pelo lento crescimento.

Numa perspetiva geral, a madeira é caracterizada como sendo um material que se organiza em duas partes distintas, as fibras, constituídas por celulose cristalina e a matriz, formada por uma mistura não cristalina, com a designação de hemicelulose e lenhina [5]. As características do comportamento mecânico da madeira, relativamente à resistência à compressão e à flexão, são atribuídas pelas ligações que existem entre as fibras e a matriz [6].

Quando comparada com materiais compósitos artificiais, é de salientar a semelhança que reside no fato de esta ser constituída por fibras longitudinais ligadas pela lenhina, conferindo-lhe assim uma resistência à compressão e esforços axiais considerável [6].

A madeira apresenta um comportamento elástico, quando submetida, à temperatura ambiente, a esforços pequenos e de pequena duração, antes de desenvolver dano permanente [7], no entanto a madeira apresenta características de um material com comportamento não linear quando temos em conta a variável do tempo.

Analisando a madeira a uma escala meso e macro, é possível identificar três direções principais de simetria do material, conforme representado na Figura 1.2, onde se identificam as direções longitudinal (L), direção esta da disposição das fibras, radial (R) pertencente à direção dos anéis de crescimento e direção tangencial aos anéis (T) [8].



Figura 1.2 – Direções de simetria da madeira [9].

Tendo em conta a estrutura do material, a propagação de fendas pode ocorrer em seis diferentes sistemas de propagação das fendas (Figura 1.3), em que a primeira letra se refere à direção normal ao plano da fenda, sendo que a segunda letra diz respeito à direção de propagação.



Figura 1.3 – Sistemas de propagação de fendas [10].

Por motivos de simplificação de cálculo estrutural, considera-se que a madeira assume um comportamento transversalmente isotrópico, ou seja, as propriedades mecânicas da madeira não variam de forma muito importante entre as direções R e T. No entanto, de um modo bem diferente, verifica-se um comportamento ortotrópico quando comparadas com a direção Longitudinal (L), sendo que de todos os modos de propagação da fenda, o mais habitual em estruturas de madeira é o modo RL.

### 1.2 - Modos puros de propagação da fenda

Existem três modos puros de propagação de uma fenda na Mecânica da Fratura, mediante a natureza da solicitação aplicada (Figura 1.4).



Figura 1.4 – Modos puros de propagação da fenda [11].

Modo I, modo de abertura caracterizado pelas tensões normais de tração, modo este, capaz de separar as superfícies de fratura simetricamente segundo os planos  $X_1X_2$  e  $X_1X_3$ .

Modo II, modo de corte no plano, derivado de tensões de corte que se traduzem no deslocamento das superfícies de fratura no plano da fenda, a separação das superfícies dá-se de forma simétrica em relação ao plano  $X_1X_2$  e de forma antissimétrica em relação ao plano  $X_1X_3$ .

Modo III, modo de corte fora do plano, induzidas por tensões de corte, dá-se um movimento relativo de deslizamento das superfícies de fratura de forma antissimétrica em relação aos planos  $X_1X_2$  e  $X_1X_3$ .

Estes modos puros de propagação encontram-se esquematizados na Figura 1.4. É de salientar que os modos de propagação podem ocorrer isoladamente ou de forma combinada entre eles, denominada de fratura em modo misto.

#### 1.3 - Ligações estruturais

Dada a variada geometria estrutural e por vezes complexa, necessária para a criação de estruturas em madeira, assim como a limitação em termos de tamanho das peças disponíveis, não só pelo tamanho das árvores de onde é extraída assim como pela sua dificuldade de transporte, é por isso necessário proceder à ligação de diferentes peças na construção de estruturas.

Tem-se verificado, ao longo do tempo, o desenvolvimento de diversas técnicas de ligação, sendo que as mesmas continuam a ter limitações em termos de previsão do seu comportamento, havendo várias variáveis que influenciam o mesmo, como a duração do tempo a que são sujeitas a esforços, assim como a influência da humidade e temperatura. Associando estas limitações, ao fato de não existir um verdadeiro rigor na aferição da resistência das ligações, torna-se necessário recorrer a um projeto das ligações conservador, podendo aumentar assim o custo da estrutura assim como uma possível debilitação das mesmas [12]. Para além deste facto é de salientar que, as ligações são pontos críticos nas estruturas de madeira, uma vez que são regiões de concentração de esforços e de tensões estruturais, revelando-se por isso em zonas de maior fragilidade estrutural com maior probabilidade de iniciação de fendas. As ligações assumem desta forma elevada importância na estabilidade e segurança das estruturas.

De entre os vários tipos de ligações em estruturas de madeira, é de salientar as ligações por colagem, por entalhe e por justa posição [13].

As ligações por colagem, recorrem a compostos químicos para o efeito, sendo que requerem cuidados antes da sua aplicação, como controle da humidade presente na madeira, as superfícies de contacto devem ser bem selecionadas e tratadas, de modo a

reduzir ao máximo as irregularidades e defeitos. No que diz respeito ao processo de colagem, em si, neste é necessário controlar parâmetros como, a quantidade de cola, a temperatura, pressão e tempo de colagem [12]. Esta tecnologia é muito utilizada em conjunto com outros elementos de ligação mecânica, funcionando assim como um reforço da ligação.

As ligações por entalhes (Figura 1.5) são caracterizadas por dotarem de uma boa transmissão de esforços de compressão e corte, mas por sua vez, não admitem a inversão de solicitações. Outra desvantagem associada a este tipo de ligações está relacionada com o facto de existir uma redução na secção da peça, o que leva a que haja uma concentração de concentrações na zona de entalhe, sendo por isso necessário recorrer à utilização de elementos sobredimensionados [12].



Figura 1.5 - Exemplo de ligações por entalhe [14].

Ligações por justaposição (Figura 1.6), de dois elementos de madeira, necessitam recorrer a um terceiro elemento, como cavilhas, pregos, parafusos e chapas, o qual assegura a ligação, pois este é que dá estabilidade à estrutura e é responsável pela transmissão de esforços.



Figura 1.6 - Exemplo de ligações por justaposição [15].

Este tipo de ligação, tem-se revelado como sendo uma das principais e mais utilizadas, salientando a ligação por cavilha, isto deve-se à sua fácil produção e aplicação. Ligações por cavilhas diferem das ligações com parafusos/porcas, pois neste segundo caso a ligação é feita através de furos previamente feitos, entrando de um modo mais folgado e assim a força de aperto entre os elementos, fica a cargo da compressão transversal nas faces exteriores. Na ligação por cavilhas, esta é feita sobre pressão e de forma justa, forçando assim o aperto entre os elementos, a ligação é transmitida por atrito, ao longo das cavilhas, oferecendo ainda uma vantagem a nível estético, por não serem tao salientes [12].

### 1.4 - Cálculo de ligações segundo o modelo Eurocódigo 5

Recorrendo ao Eurocódigo 5 (EC 5) [13], é possível estimar a resistência de ligações entre elementos estruturais de madeira, através de procedimentos por este propostos. Para a determinação da resistência das ligações, é necessário conhecer antecipadamente a resistência ao esmagamento localizado da madeira em questão, determinada usando ensaios segundo a norma EN 383 [16], assim como, relativamente aos ligadores, é indispensável saber a sua resistência à flexão.

O Modelo Europeu de Cedência, também chamado Modelo de Johansen, serve de base às equações propostas pelo EC 5 [17]. Segundo este modelo, nas ligações de madeira, assume-se um comportamento elástico-plástico perfeito para os elementos de madeira e para o elemento de ligação, assim como, a resistência ao esmagamento localizado é considerado uma propriedade do material, quando na realidade se trata de uma combinação variável consoante as geometrias e os materiais. Este modelo, considerado bastante conservativo, tem limitações ao nível de apenas prever roturas dúcteis.

#### 1.5 – Modelação do comportamento mecânico de ligações

Com vista a estudar e melhor descrever o comportamento mecânico das ligações tipo cavilhas, cada vez mais se tem visto um crescente aparecimento de propostas de ferramentas numéricas e analíticas em alternativa ao Modelo Europeu de Cedência. É de referir, que no entanto estes modelos são insuficientes na reprodução de modos de rotura frágil. Na modelação do comportamento não linear de ligações tipo cavilhas, tem-se vindo a aplicar o Método dos Elementos Finitos, ainda que com algumas limitações, a utilização de modelos de elementos finitos no estudo do comportamento das ligações tem-se revelado uma mais-valia, sendo que se têm revelado vantajosos em termos de custos de análise, uma vez que permitem estudos paramétricos.

Para além da análise de dano em estruturas, estes modelos podem ainda ser utilizados para desenvolver processos de dimensionamento.

Sendo, na sua essência, o problema das ligações um problema tridimensional, este não tem sido muito estudado, a este nível, recorrendo a modelação tridimensional por elementos finitos. É de salientar a capacidade dos modelos finitos 3D determinarem o campo de tensões de uma maneira realista. Patton-Malory *et al.* [18], foram dos primeiros a recorrer à modelação tridimensional por elementos finitos, para caracterizar o comportamento de ligações, no caso uma ligação com uma única cavilha, no qual utilizaram um modelo elástico, não linear, ortotrópico para a madeira e um comportamento elasto-plástico para a cavilha, para a descrição da transmissão de esforços entre a cavilha e o furo na madeira, foram utilizados elementos finitos de contacto.

Existem mais estudos pioneiros similares, na caracterização de ligações com uma única cavilha, como é o caso de Ju e Rowlands [19] e Santos *et al.* [20], no entanto, consideraram um comportamento elástico dos materiais, ainda que respeitando a natureza ortotrópica da madeira.

Também para a modelação de ligações com uma única cavilha, foi proposto por Moses e Prion [21 - 23], um modelo de elementos finitos tridimensional, no qual o comportamento da madeira foi considerado elasto-plástico, com o modelo de plasticidade de Hill, modelo este que se encontra disponível no *Software* comercial ANSYS<sup>®</sup>.

Para a modelação 3D de ligações com múltiplas cavilhas, Xu *et al.* [24,25], propuseram modelos com carregamentos de tração paralela ao fio da madeira e carregamentos de tração perpendicular ao fio da madeira. Estes modelos têm por base o modelo de plasticidade de Hill, assumindo simetria no que diz respeito ao comportamento de tração e de compressão. Para este modelo, a madeira foi considerada um material ortotrópico, mas transversalmente isotrópico, isto é, iguais propriedades na direção radial e tangencial. Para colmatar o facto de o modelo de Hill não prever comportamentos distintos à tração e compressão, Xu *et al.* [24,25], recorreram ao critério de rotura de

Hoffman, para assim modelar o progresso do dano na madeira, reduzindo os módulos de elasticidade longitudinal e transversal.

Com base na aplicação em simultâneo de modelos de plasticidade e elementos finitos de interface segundo uma lei de dano coesivo, foi proposto por Resch e Kaliske [26,27], um modelo para ligações de múltiplas cavilhas. A utilização dos modelos de plasticidade serve para descrever o comportamento dúctil da ligação, já os elementos finitos de interface com modelo de dano coesivo, têm por finalidade simular a fissuração frágil. Deste modo o modelo descreve o comportamento dúctil e o comportamento frágil da ligação. Mais tarde um novo modelo de plasticidade, também proposto, Resch e Kaliske [26,27], tinha por base uma superfície de cedência, fundamentado no critério de Tsai-Wu. Aplicando este modelo, Resch e Kaliske [26,27], obtiveram uma boa relação com os resultados experimentais em ligações madeira-madeira com duplo corte e cavilha única.

### Capítulo II – Modelo de dano Coesivo

#### 2.1 - Modelo de dano

Tendo por objetivo a simulação do comportamento mecânico observado nos ensaios de flexão, recorreu-se a um modelo de dano coesivo programado numa rotina que funciona no *software* ABAQUS<sup>®</sup>, que permite relacionar as tensões ( $\sigma$ ) com os deslocamentos relativos ( $\delta$ ) em modo misto (I+II), através de elementos finitos de interface posicionados ao longo do caminho da fenda. Antes de ocorrer a iniciação do dano, este relacionamento estabelece,

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}\boldsymbol{\delta} \tag{2.1}$$

sendo **E** a matriz (diagonal) de rigidez, que contém na os parâmetros de rigidez  $(e_i = I, II)$ . Para evitar a interpenetração entre elementos finitos de interface, e evitar instabilidades numéricas, estes parâmetros de rigidez têm que ser definidos, sendo que se constatou que um bom compromisso corresponde à escolha de um valor compreendido entre  $10^6$  e  $10^7$  N/mm<sup>3</sup>. Em modo puro (i = I ou i = II), de acordo com a Figura 2.1, considera-se que o dano tem início uma vez aplicado um deslocamento superior ou igual a  $\delta_{o,i}$ , que é definido a partir do rácio entre a tensão máxima ( $\sigma_{u,i}$ ), ou resistência local, e o fator de penalidade definido anteriormente. A partir desse ponto, como se observa na Figura 2.1, o dano desenvolve-se progressivamente, em proporção com o deslocamento relativo ( $\delta$ ) aplicado. Este comportamento numérico, visa reproduzir o que se observa nos ensaios mecânicos de materiais que se definem como quase frágeis. A equação constitutiva correspondente traduz-se da forma

$$\boldsymbol{\sigma} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{D}\right) \mathbf{E} \boldsymbol{\delta} \tag{2.2}$$

sendo **I** a matriz de identidade e **D** uma matriz diagonal, que contém os parâmetros de dano nas posições correspondentes ao modo i (i = I, II),

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_s & 0 & 0 \\ 0 & d_t & 0 \\ 0 & 0 & d_n \end{bmatrix}$$
(2.3)

sendo que  $d_s$  e  $d_t$  referem-se a parâmetros da rigidez tangencial, enquanto a rigidez interfacial ao corte é representada pela componente  $d_n$  definida pelo utilizador. A matriz diagonal de rigidez é dada por,

$$\left\{\mathbf{E}\right\} = \left\{\begin{array}{c} e_{I} \\ e_{II} \\ e_{III} \end{array}\right\}$$
(2.4)

onde  $e_i$ , com i = I, II e III, é dado por,

$$e_{i} = \frac{\delta_{u,i} (\delta_{i} - \delta_{o,i})}{\delta_{i} (\delta_{u,i} - \delta_{o,i})}$$
(2.5)

Tal como se observa na Figura 2.1, em condições de solicitação de modo puro (i.e., i = I ou i = II), a iniciação do dano tem lugar uma vez alcançado um deslocamento relativo  $\delta$  igual ou superior a  $\delta_{o,i}$ . Este valor do deslocamento relativo obtém-se em função da resistência local do material (i.e.,  $\sigma_{u,i}$ ) e o fator de penalidade utilizado  $(10^6 - 10^7 \text{ N/mm}^3)$ . A lei coesiva ilustrada na Figura 2.1 permite constatar que as tensões instaladas no elemento finito (de interface) sofrem uma redução gradual, proporcional ao deslocamento relativo  $\delta$ . O deslocamento relativo crítico  $\delta_{u,i}$  define o valor máximo que é possível aplicar antes de ter início a propagação da fenda. Este valor é determinado com base nos parâmetros anteriores (fator de penalidade e resistência local), e na taxa crítica de libertação de energia de fratura (i.e.,  $G_{ic}$ ), que corresponde à área do diagrama para modo puro (*i*) de propagação. Embora se tenha optado por fazer esta descrição em termos de modo puro de carregamento, a mesma deve ser encarada, no contexto das simulações que se pretende levar a cabo neste trabalho, em termos de quantidades equivalentes (i.e., projeções) em modo misto. Assim, sob solicitação de modo misto I+II, considera-se que o dano tem início uma vez satisfeito o critério quadrático de tensões,

$$\left(\frac{\sigma_{\mathrm{I}}}{\sigma_{\mathrm{u,I}}}\right)^{2} + \left(\frac{\sigma_{\mathrm{II}}}{\sigma_{\mathrm{u,II}}}\right)^{2} = 1 \quad \text{se} \quad \sigma_{\mathrm{I}} > 0$$

$$\sigma_{\mathrm{II}} = \sigma_{\mathrm{u,II}} \qquad \text{se} \quad \sigma_{\mathrm{I}} \le 0$$
(2.6)

sendo  $\sigma_{I}$  (*i* = I, II) a tensão instalada para cada modo de carregamento. Deve notar-se que na equação anterior as tensões compressivas não são responsáveis pela indução de dano.



Figura 2.1 - Modelo de dano bilinear de modo misto (I+II) [28].

Uma forma alternativa de definir a iniciação do dano consiste em combinar as Equações (2.1) e (2.4) para  $\sigma_I > 0$ , que se traduz na seguinte expressão

$$\left(\frac{\delta_{\rm om,I}}{\delta_{\rm o,I}}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{\rm om,II}}{\delta_{\rm o,II}}\right)^2 = 1$$
(2.7)

sendo que  $\delta_{\text{om},i}$  representa a componente do deslocamento relativo de modo misto projetada no espaço de modo puro *i* (*i* = I ou II). A propagação do dano ocorre uma vez satisfeita a seguinte relação (i.e., critério linear:  $\alpha = \gamma = 1$ ),

$$\left(\frac{G_{\rm I}}{G_{\rm Ic}}\right)^{\alpha} + \left(\frac{G_{\rm II}}{G_{\rm IIc}}\right)^{\gamma} = 1$$
(2.8)

sendo que  $G_i$  e  $G_{Ic}$  representam, respetivamente, a taxa de libertação de energia de fratura em modo puro (i = I ou II) e o valor crítico daquela grandeza, representando a assimptota horizontal da curva de Resistência que se obtém a partir de ensaios de fratura realizados em puro modo de propagação (i = I ou II).

Em modo misto (p.e., modo I+II), tal como se representa na Figura 2.1, a lei constitutiva também relaciona tensões com deslocamentos relativos.

Considerando o caso em que  $\sigma_{I \ge 0}$ , é possível definir um deslocamento equivalente (Eq. 2.9) e uma razão de modo misto (Eq. 2.10), como,

$$\delta_{\rm m} = \sqrt{\delta_{\rm I}^2 + \delta_{\rm II}^2 + \delta_{\rm III}^2} \tag{2.9}$$

$$\beta_i = \frac{\delta_i}{\delta_1} \tag{2.10}$$

Pode-se rescrever a equação (2.7) conforme a seguinte equação (2.11),

$$\left(\frac{\delta_{\text{om}I}}{\delta_{\text{o,I}}}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{\text{om}II}}{\delta_{\text{o,II}}}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{\text{om}III}}{\delta_{\text{o,III}}}\right)^2 = 1$$
(2.11)

em que os deslocamentos relativos que originam o aparecimento de dano, são representados por  $\delta_{om,II}$  e  $\delta_{om,II}$ . Substituindo, na equação (2.9) as equações (2.10 e 2.11), obtém-se a equação (2.12).

$$\delta_{o,m} = \delta_{o,I} \times \delta_{o,II} \times \delta_{o,III} \times \sqrt{\frac{1 + \beta_{II}^2 + \beta_{III}^2}{\left(\delta_{o,II} \ \delta_{o,III}\right)^2 + \left(\beta_{II} \delta_{o,II} \ \delta_{o,III}\right)^2 + \left(\beta_{II} \delta_{o,III} \ \delta_{o,III}\right)^2}} \tag{2.12}$$

Esta equação representa, no início do processo de amaciamento, o deslocamento relativo resultante em modo misto. A partir das equações (2.9) e (2.12), obtém-se os deslocamentos correspondentes para cada um dos modos  $\delta_{\text{om},i}$ .

Recorrendo-se a um critério energético, que tem por base as taxas críticas de libertação de energia, é possível estabelecer as condições de propagação, considera-se então, que o processo de rotura está completo quando

$$\frac{G_{\rm I}}{G_{\rm lc}} + \frac{G_{\rm II}}{G_{\rm Ilc}} + \frac{G_{\rm III}}{G_{\rm IIlc}} = 1$$
(2.13)

Conforme a Figura 2.2, a área do triangulo, de cada um dos modos, dá-nos a energia libertada na rotura completa para cada um dos modos, temos portanto que

$$G_i = \frac{1}{2} \times \sigma_{\text{um},i} \times \delta_{\text{um},i}$$
 com  $i = I, II e III$  (2.14)

Reescrevendo as energias em função dos deslocamentos relativos, para as equações, temos a equação (2.15), que representa o deslocamento resultante em modo misto, em que, através da equação (2.16) se podem obter os valores de  $\delta_{\text{um},i}$ .

$$\delta_{\rm um} = \frac{2(1+\beta_{\rm II}^2+\beta_{\rm III}^2)}{d\delta_{\rm o,m}} \left[ \frac{1}{G_{\rm Ic}} + \frac{\beta_{\rm II}^2}{G_{\rm Ic}} + \frac{\beta_{\rm III}^2}{G_{\rm IIc}} \right]^{-1}$$
(2.15)

$$\delta_{\mathrm{um},i} = \frac{\beta_i \delta_{\mathrm{um}}}{\sqrt{1 + \beta_{\mathrm{II}}^2 + \beta_{\mathrm{III}}^2}}$$
(2.16)

#### 2.2 – Modelo de plasticidade

O primeiro modelo proposto para lidar com a plasticidade em materiais anisotrópicos, foi desenvolvido por Hill em 1948. Na formulação da superfície de cedência o modelo de Hill generalizado contempla a possibilidade do comportamento à tração ser distinto do comportamento à compressão, nas várias direções de simetria material. A superfície de cedência é definida através da equação seguinte:

$$3F = \{\sigma\}^{T} [M] \{\sigma\} - \{\sigma\}^{T} \{L\} - K = 0$$
(2.17)

Nesta equação, [M] é uma matriz que descreve a variação das tensões de cedência com a orientação,  $\{L\}$  tem em conta as diferenças entre tensões de cedência à tração e à compressão e K é um parâmetro do material. Assumindo que o material apresenta 3 planos ortogonais de simetria, o comportamento plástico pode ser caracterizado pelas relações tensão-deformação nas 3 direções principais, assim como pelas correspondentes relações tensões de corte-deformações de corte. A matriz [M] tem a seguinte estrutura:

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{21} & M_{31} & 0 & 0 & 0 \\ M_{12} & M_{22} & M_{32} & 0 & 0 & 0 \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{66} \end{bmatrix}$$
(2.18)

Aplicando o critério de cedência, descrito na Equação1, a todas as possibilidades de carregamentos uniaxiais nas direções principais, resultam as seguintes expressões para os termos da diagonal da matriz [M]:

$$M_{jj} = \frac{K}{\sigma_{+j}\sigma_{-j}}, \quad j = 1, 2, ..., 6$$
 (2.19)

onde,  $\sigma_{+j} \in \sigma_{-j}$  são as tensões de cedência à tração e compressão (1=L, 2=R, 3=T) e as tensões de cedência ao corte (4=LR, 5=RT, 6=LT). As tensões de cedência à compressão são tratadas com quantidades positivas; também se considera, em relação às tensões de cedência ao corte, que  $\sigma_{+j} = \sigma_{-j}$ . Assumindo que  $M_{11} = 1$ , resulta que  $K = \sigma_{+L} \sigma_{-L}$ .

A matriz  $\{L\}$ , que tem em conta as diferenças de comportamento à tração e compressão, tem a seguinte estrutura:

$$\{L\} = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & L_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$
(2.20)

Com base nas condições de carregamento uniaxial obtemos:

$$L_j = M_{jj}(\sigma_{+j} - \sigma_{-j}), \qquad j = 1, 2, 3$$
 (2.21)

Assumindo a incompressibilidade do material durante a deformação plástica, resultam as seguintes relações:

$$\begin{cases} M_{11} + M_{12} + M_{13} = 0\\ M_{12} + M_{22} + M_{23} = 0\\ M_{13} + M_{23} + M_{33} = 0 \end{cases}$$
(2.22)

e

$$L_1 + L_2 + L_3 = 0 \tag{2.23}$$

Assim, os termos fora da diagonal principal da matriz [M] podem ser determinados através das relações seguintes:

$$\begin{cases}
M_{12} = -\frac{1}{2}(M_{11} + M_{22} - M_{33}) \\
M_{13} = -\frac{1}{2}(M_{11} - M_{22} + M_{33}) \\
M_{23} = -\frac{1}{2}(-M_{11} + M_{22} + M_{33})
\end{cases}$$
(2.24)

A Eq. 2.6 dá origem à seguinte equação de consistência, que deve ser verificada para garantir incompressibilidade plástica:

$$\frac{\sigma_{+L} - \sigma_{-L}}{\sigma_{+L}} + \frac{\sigma_{+R} - \sigma_{-R}}{\sigma_{+R}} + \frac{\sigma_{+T} - \sigma_{-T}}{\sigma_{+T}} = 0$$
(2.25)

As tensões de cedência devem também definir uma superfície de cedência fechada, o que obriga à verificação da seguinte condição adicional:

$$M_{11}^{2} + M_{22}^{2} + M_{33}^{2} - 2(M_{11}M_{22} + M_{22}M_{33} + M_{11}M_{33}) < 0$$
(2.26)

A superfície de cedência descrita pela Equação 2.1 corresponde a um cilindro circular distorcido, cujo eixo se encontra inicialmente deslocado no espaço das tensões, e

que sofre expansão devido ao endurecimento isotrópico. O escoamento plástico segue uma lei de plasticidade associada:

$$d\varepsilon^p = d\lambda \,\frac{\partial f}{\partial \sigma} \tag{2.27}$$

onde  $\lambda$  é o multiplicador plástico e *F* a superfície de cedência.

Finalmente, assume-se que a resposta uniaxial do material segue uma lei bilinear em cada direção, com diferentes tensões de cedência à tração e compressão (Figura 2.2) [14].



Figura 2.2 - Curva de tensão-extensão do modelo de plasticidade anisotrópica [29].

#### 2.3 - Modelo de plasticidade implementado

O modelo de plasticidade implementado foi o modelo de Hill simples. Ao contrário da formulação geral descrita na secção anterior, este modelo não distingue o comportamento à compressão do comportamento à tração. Como é sabido este critério de cedência é uma extensão do critério de Von Mises, e pode assumir a seguinte forma:

$$f(\sigma) = \sqrt{F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2}$$
(2.28)

em que F, G, H, L, M e N são constantes do material, determinadas por

$$F = \frac{(\sigma^0)^2}{2} + \left(\frac{1}{\sigma_{22}^2} + \frac{1}{\sigma_{33}^2} - \frac{1}{\sigma_{11}^2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_{22}^2} + \frac{1}{R_{33}^2} - \frac{1}{R_{11}^2}\right)$$
(2.29)

$$G = \frac{(\sigma^0)^2}{2} + \left(\frac{1}{\sigma_{33}^2} + \frac{1}{\sigma_{11}^2} - \frac{1}{\sigma_{22}^2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_{33}^2} + \frac{1}{R_{11}^2} - \frac{1}{R_{22}^2}\right)$$
(2.30)

$$H = \frac{(\sigma^{0})^{2}}{2} + (\frac{1}{\sigma_{11}^{2}} + \frac{1}{\sigma_{22}^{2}} - \frac{1}{\sigma_{33}^{2}}) = \frac{1}{2}(\frac{1}{R_{11}^{2}} + \frac{1}{R_{22}^{2}} - \frac{1}{R_{33}^{2}})$$
(2.31)

$$L = \frac{3}{2} \left(\frac{\tau^0}{\overline{\sigma}_{23}}\right)^2 = \frac{3}{2R_{23}^2}$$
(2.32)

$$M = \frac{3}{2} \left(\frac{\tau^0}{\sigma_{13}}\right)^2 = \frac{3}{2R_{13}^2}$$
(2.33)

$$N = \frac{3}{2} \left(\frac{\tau^0}{\overline{\sigma}_{12}}\right)^2 = \frac{3}{2R_{12}^2}$$
(2.34)

Nas últimas expressões,  $\overline{\sigma}_{ij}$  representa o valor da tensão de cedência que é medida quando  $\sigma_{ij}$  é a única componente de tensão aplicada;  $\sigma^0$  representa a tensão de cedência de referência;  $\tau^0$  é a tensão de corte de referência, determinada pela equação

$$\tau^0 = \frac{\sigma^0}{\sqrt{3}} \tag{2.35}$$

 $R_{11}$ ,  $R_{22}$ ,  $R_{33}$ ,  $R_{12}$ ,  $R_{13}$  e  $R_{23}$  representam os coeficientes de anisotropia,

$$R_{11} = \frac{\overline{\sigma}_{11}}{\sigma^0}$$
  $R_{12} = \frac{\overline{\sigma}_{12}}{\tau^0}$  (2.36)

$$R_{22} = \frac{\overline{\sigma}_{22}}{\sigma^0}$$
  $R_{13} = \frac{\overline{\sigma}_{13}}{\tau^0}$  (2.37)

$$R_{33} = \frac{\overline{\sigma}_{33}}{\sigma^0} \qquad \qquad R_{23} = \frac{\overline{\sigma}_{23}}{\tau^0} \qquad (2.38)$$

Devido à forma da função de cedência, todos estes rácios devem ser positivos. Se as constantes F,  $G \in H$  são positivas a função de cedência encontra-se bem definida. No entanto, se uma ou mais dessas contantes assumem valores negativos, a função de cedência pode ser indefinida para alguns estados de tensão.

A lei de plasticidade aqui é definida pela seguinte equação:

$$d\varepsilon^{p} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{d\lambda}{f} \mathbf{b}$$
(2.39)

onde  $\lambda$  é o multiplicador plástico e b é uma matriz coluna associada à anisotropia do material,

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -G(\sigma_{33} - \sigma_{11}) + H(\sigma_{11} - \sigma_{22}) \\ F(\sigma_{22} - \sigma_{33}) - H(\sigma_{11} - \sigma_{22}) \\ -F(\sigma_{22} - \sigma_{33}) + G(\sigma_{33} - \sigma_{11}) \\ 2N\sigma_{12} \\ 2M\sigma_{31} \\ 2L\sigma_{23} \end{bmatrix}$$
(2.40)

### Capítulo III – Descrição do procedimento experimental

Neste Capítulo faz-se uma descrição do material utilizado na preparação dos provetes (pinho marítimo), revelando algumas das suas caraterísticas principais, e detalhes relacionados com a preparação dos provetes. Serão também abordados os procedimentos adotados na preparação dos ensaios mecânicos, tendo em vista a sua execução.

#### 3.1 – A madeira de Pinho marítimo

O material utilizado nos ensaios mecânicos foi a madeira de pinho marítimo, também conhecida como pinho bravo, e designada pelo nome científico de *Pinus pinaster* Ait. Trata-se de uma espécie da família das coníferas, com origem no sudoeste europeu, sendo comum por toda a Península Ibérica, França e Itália.

Atendendo às dimensões dos provetes utilizados neste estudo, o material utilizado no fabrico dos provetes foi maquinado a partir de tábuas extraídas de árvores de grande porte, que na maior parte dos casos podem alcançar os 30 metros de altura. A madeira desta espécie (Figura 3.1) apresenta um cerne abundante (i.e., região central próxima da medula), com uma cor avermelhada, apresentando um borne esbranquiçado, com uma medula circular e volumosa. As camadas de crescimento são de fácil distinção, sendo que a região formada na primavera é particularmente espessa, de contorno regular e definido, apresentando, de uma forma geral, um fio direito. O veio radial e tangencial é definido pelas camadas (anéis) de crescimento, sendo considerado nesta espécie como veio listado [30].



Figura 3.1 - Secção de um tronco de Pinus pinaster Ait. e imagem microscópica do plano RL [31].

A massa específica desta madeira, por norma, varia entre os 450 e os 650 kg/m<sup>3</sup> [29]. Este tipo de madeira tem sido objeto de vários estudos no que respeita à caracterização do seu comportamento mecânico, desempenhando a Universidade de Trásos-Montes e Alto Douro (UTAD) um papel relevante no contexto internacional nesta área. Na Tabela 3.1 apresentam-se as propriedades elásticas da madeira de Pinho Marítimo que resultaram de estudos anteriormente feitos na UTAD.

Tabela 3.1 - Propriedades elásticas da madeira de Pinus Pinaster Ait.

E <sub>L</sub> (GPa)	E <sub>R</sub> (GPa)	E <sub>T</sub> (GPa)	$\nu_{LR}$	$\nu_{LT}$	$\nu_{RT}$	G <sub>LR</sub> (GPa)	G <sub>LT</sub> (GPa)	G <sub>RT</sub> (GPa)
12,76 <sup>3</sup>	1,91 <sup>1</sup>	1,01 <sup>1</sup>	0,47 <sup>1</sup>	0,05 <sup>1</sup>	0,59 <sup>1</sup>	1,45 <sup>2</sup>	1,20 <sup>2</sup>	0,25 <sup>2</sup>

<sup>1</sup> [Pereira, 2005].

<sup>2</sup> [Oliveira, 2004].

<sup>3</sup> Determinado experimentalmente nesta Dissertação.

O teor de humidade presente na madeira revela-se um fator com grande influência nas propriedades mecânicas da mesma, sendo que por norma um aumento do teor de humidade reduz a resistência mecânica da madeira. No seu estado seco, a madeira de *Pinus pinaster* Ait. tem um teor de humidade no intervalo compreendido entre os 11 e os 13%.

De acordo com os procedimentos normalizados presentes na norma ISO 3130, o teor de humidade na madeira pode ser avaliado pela seguinte forma [38],

$$H = \frac{m_1 - m_2}{m_2} \times 100 \tag{3.1}$$

sendo  $m_1$  a massa da amostra da madeira antes da secagem e  $m_2$  a massa da mesma amostra após secagem. Regra geral, esta secagem é feita a uma temperatura de 103°C, e repetida até que haja estabilização da massa da amostra [32].

#### 3.2 - Geometria e preparação dos provetes

A produção de provetes destinados à caracterização estrutural requer a definição de um volume representativo do material a caracterizar, com a configuração que melhor se adequa à avaliação do desempenho mecânico que se pretende levar a cabo. Quando se pretende fazer uma caraterização envolvendo um detalhe estrutural, a mesma pode efetuar-se num modelo à escala real, ou então a uma escala laboratorial. Neste trabalho

conceberam-se provetes, à escala laboratorial, visando a caraterização de um detalhe estrutural envolvendo uma técnica de ligação de segmentos de madeira, destinada à produção de vigas compostas em altura. O procedimento habitualmente adotado, no que se refere à ligação desses segmentos de madeira, recorre à deposição de adesivo estrutural entre camadas de madeira (Figura 3.2 (a)). O fabrico de vigas de madeira a partir da colagem de segmentos (tábuas) isentos de defeitos (nós, desalinhamento do fio, e existência de bolsas de resina) constitui uma solução de grande utilidade do ponto de vista estrutural, dado que possibilita a produção de perfis de madeira estabilizados, com comprimentos muito generosos, apresentando uma reduzida dispersão nas suas propriedades elásticas e de fratura. Nesta técnica, no entanto, consomem-se grandes quantidades de cola, o que pode ser apontado como uma desvantagem não negligenciável. Para obviar a este problema, pode recorrer-se a soluções que visem a fixação dos segmentos de madeira recorrendo a cavilhas de madeira de faia (espécie Fagus sylvatica), com diferentes inclinações ( $\theta = 30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ ), dispostas ao longo de uma viga, da forma que se ilustra na Figura 3.2 (b). A opção pela madeira de faia teve que ver com a facilidade de encontrar peças de madeira torneada, com dimensões adequadas à produção da ligação pretendida.



Figura 3.2 – Ilustração da montagem experimental exibindo os processos de ligação dos provetes de madeira: (a) colagem e (b) introdução de cavilhas de madeira. A largura da secção transversal é igual a 75 mm.

No que respeita à solução encontrada, a ideia não consistiu na eliminação por completo do adesivo estrutural, mas sim em reduzir de forma muito significativa a sua quantidade, face à solução tradicional. Com efeito, apesar das cavilhas serem introduzidas em furos previamente realizados nos segmentos, e de estas entrarem com aperto (interferência) nos segmentos da viga, a ligação destas foi estabilizada com o recurso a um adesivo. A opção por cavilhas de madeira, tal como sucede com a solução que emprega apenas cola, possibilita a realização de operações de maquinagem adicionais (desengrossamento dos perfis), tendo em vista a definição de uma configuração de viga pretendida.

O trabalho de preparação de provetes foi dividido em duas partes. A primeira parte consistiu no fabrico de peças destinadas à caraterização mecânica de ligações empregando cavilhas, assim como de ligações tradicionais que recorrem a junta colada simples (provetes com dimensões:  $500 \times 75 \times 40$  mm). A intenção de se fabricar provetes em junta colada simples é a de permitir a obtenção de uma solução de referência no que respeita à resistência à flexão e à rigidez inicial do conjunto. A segunda parte destinou-se à medição do módulo de elasticidade aparente da madeira de pinho (provetes com dimensões:  $500 \times 20 \times 20 \times 20$  mm). Esta avaliação teve por objetivo a obtenção do módulo de elasticidade na direção do fio da madeira, com o propósito de poder ser usado nos modelos numéricos dos primeiros provetes. Na preparação dos provetes procurou-se evitar defeitos da madeira, como nós, bolsas de resina e fio desalinhado.

Como se referiu anteriormente, resolveu-se produzir uma série de provetes que pudesse funcionar como solução de referência, no que se refere ao processo de ligação de segmentos. Essa solução correspondeu à ligação das peças de madeira com o recurso a adesivo estrutural da marca Sikadur<sup>®</sup>, com a referência 30 A (em duas partes: cola e endurecedor), em doses recomendas. Assim, aplicou-se uma película de adesivo, de espessura reduzida e uniforme, a todo a extensão da superfície de contacto entre os segmentos.

Nas séries em que a ligação se processou com o recurso a cavilhas, as mesmas foram inseridas em furos passantes, previamente realizados nos segmentos, com diâmetros de 15,5mm, com as inclinações ( $\theta$ ) de 30°, 45°, 60° e 90° conforme se ilustra na Figura 3.2. Antes de se inserirem as cavilhas nos 4 furos (ver Figura 3.2), aplicou-se uma película de adesivo Sikadur<sup>®</sup> 30 muito fina, com o objetivo de providenciar a estabilização do conjunto. A Figuras 3.3 apresenta o aspeto de uma viga ligada com cavilhas de madeira inclinadas a 30°, empregando adesivo estrutural Sikadur<sup>®</sup> 30.



Figura 3.3 – Provete com cavilhas de madeira com inclinação a 30°.

	1	ε,
Série	Tipo de ligação	Número de provetes
1	Colada	5
2	Cavilhas a 30°	5
3	Cavilhas a 45°	5
4	Cavilhas a 60°	5
5	Cavilhas a 90°	5

Tabela 3.2 – Séries de provetes e as suas diferentes ligações.

### 3.3 - Procedimento experimental

Para realizar os ensaios mecânicos recorreu-se a uma máquina eletromecânica da marca INSTRON<sup>®</sup>, modelo 1125, equipada com uma célula de carga de 100 kN. A aquisição de dados (força e deslocamento) foi assegurada por uma unidade da marca Spider 8, modelo 600, ajustada a uma frequência de aquisição de 50Hz. De um, e de outro lado do provete, foram colados ao provete dois troços de cantoneira em alumínio, na vizinhança do atuador, com o objetivo de medir o deslocamento induzido pela força, mediante montagem de dois LVDTs (modelo AML/EU +/– 10mm – 10 – SHA) da forma que se apresenta na Figura 3.4. Os LVDTs foram fixados à base da máquina através de um acessório de ligação. Este procedimento permitiu anular a parcela do deslocamento associado à indentação do atuador na madeira. Para anular a reação na direção do eixo axial dos provetes, utilizaram-se dois acessórios equipados com patins deslizantes.



Figura 3.4 – Setup experimental para os ensaios das vigas.

Tal como consta das Figuras 3.2 (a) e 3.2 (b), a distância entre apoios neste ensaio foi de 380 mm.

Na Figura 3.5 apresenta-se o *setup* experimental referente ao ensaio de flexão, destinado à determinação do módulo de elasticidade aparente da madeira de *Pinus pinaster* Ait, com distância entre apoios igual a 400 mm.



Figura 3.5 – Setup experimental para os ensaios de flexão.

Nos dois ensaios (Figuras 3.4 e 3.5) a velocidade de aplicação da carga foi de 5 mm/min.

### **Capítulo IV - Resultados experimentais**

Neste Capítulo apresentar-se-ão os resultados obtidos nos ensaios mecânicos, usando as configurações de provetes apresentadas no Capítulo III.

As Figuras 4.1 a 4.5 ilustram as curvas força-deslocamento (curvas P- $\delta$ ) obtidas para cada uma das séries apresentadas na Tabela 3.2. Pode concluir-se que a dispersão evidenciada pelas curvas P- $\delta$  é muito reduzida, o que comprova a consistência dos resultados obtidos. Apesar de se atribuir à madeira uma grande dispersão no que se refere às propriedades elásticas e de fratura, e por esse motivo ser habitual observar-se uma grande dispersão das curvas P- $\delta$ , os resultados apresentados nas Figuras 4.1 a 4.5, demonstram o cuidado posto na seleção do material utilizado na preparação destes provetes. Outro especto que se observa para a maior parte destas curvas, tem que ver com a definição de uma zona não linear algo pronunciada, antes de se alcançar a carga máxima. Este fenómeno está normalmente associado ao desenvolvimento de uma zona de processo de fratura (ZPF) de dimensões não negligenciáveis que se desenvolve numa determinada região da estrutura, à medida que o processo de carregamento prossegue. Por outro lado, observa-se que ocorreu uma rotura frágil nos provetes, que se caracteriza pela queda brusca da carga na fase final do processo de carregamento.



Figura 4.1 – Curvas P- $\delta$  da série colada (a curva a negrito identifica a média).



Figura 4.2 – Curvas P- $\delta$  da série  $\theta$  = 30° (a curva a negrito identifica a média).



Figura 4.3 – Curvas P- $\delta$  da série  $\theta$  = 45° (a curva a negrito identifica a média).



Figura 4.4 – Curvas P- $\delta$  da série  $\theta$  = 60° (a curva a negrito identifica a média).



Figura 4.5 – Curvas P- $\delta$  da série  $\theta$  = 90° (a curva a negrito identifica a média).

Na Figura 4.6 apresentam-se as curvas  $P-\delta$  médias referentes às 5 séries ensaiadas (Tabela 3.2). Os coeficientes das funções polinomiais que permitiram definir cada uma das curvas  $P-\delta$  exibidas na Figura 4.6 resultaram da média calculada sobre os coeficientes das funções quadráticas ajustadas a cada curva  $P-\delta$  (de grau 2) (Tabela A.1 do Anexo) de cada série ensaiada (Tabela 3.2). A Figura 4.6 também permite concluir, que em média, o deslocamento máximo é maior nas vigas ligadas com cavilhas, relativamente às estruturas coladas. Se se excluir a série 30° (que se referirá a seguir), em média, o deslocamento máximo (flecha) das séries ligadas com cavilhas é cerca de 47% superior à série colada. Um aspeto suscitado pelo estudo comparativo entre a curva  $P-\delta$  média, obtida a partir das séries 45°, 60° e 90°, e a curva  $P-\delta$  da série colada, tem que ver com a energia dissipada durante o processo de carregamento até à rotura completa. Esta avaliação revelou que as séries ligadas com cavilhas permitem dissipar, em média, cerca de 4% mais energia do que a série colada.



Figura 4.6 – Curvas P- $\delta$  médias das séries ensaiadas (Tabela 3.2).

Para além dos valores associados à rigidez inicial ( $K_0$ ) e à carga máxima ( $P_u$ ), a Figura 4.6 permite concluir que há diferenças também no que respeita ao deslocamento máximo registado (i.e., flecha máxima) entre cada uma das séries, que resultaram de cada solução de ligação utilizada. Tendo por objetivo a comparação destas grandezas, elaboraram-se os gráficos de barras representados nas Figuras 4.7 e 4.8, referentes à média desses parâmetros, bem como as Figuras 4.9 e 4.10, com as respetivas leis. Para estes casos, optou-se por escolher um polinómio de 3º grau (consultar também a Tabela A.2 do Anexo), por se ter constatado que traduzia de forma mais rigorosa a evolução notada. As Figuras 4.9 e 4.10 permitem aferir da boa correlação com os resultados experimentais, dado que as curvas de tendência se encontram centradas relativamente àqueles resultados. É possível constatar que a introdução de cavilhas se refletiu, em média, na redução da rigidez inicial  $K_0$  em cerca de 52%, relativamente à série em que os segmentos foram ligados com recurso a um adesivo estrutural (Sikadur<sup>®</sup> 30). Num dos casos (a série 60°) esta redução foi mais notória, cifrando-se em cerca de 56%. Por outro lado, estes resultados permitem concluir que a rigidez máxima é alcançada para uma inclinação das cavilhas de 45°, traduzindo-se numa rigidez 47% inferior à alcançada pela série colada. Relativamente à carga máxima (i.e., a resistência à flexão), a introdução de cavilhas teve como consequência uma redução média em cerca de 29%, relativamente ao valor de referência (i.e., a série colada). Também se conclui, que de entre as séries ligadas com cavilhas, a resistência à flexão é menor nas estruturas em que as cavilhas estão menos inclinadas (i.e., a 30°). Contudo, deve notar-se que este comportamento já era previsível, atendendo a que se previa que a solução acarretasse a fragilização da estrutura no dorso inferior da viga, devido à aproximação das linhas de eixo das cavilhas interiores, na vizinhança da secção de carregamento (i.e., a secção média), onde as tensões normais de tração são máximas.



Figura 4.7 – Rigidez inicial para a totalidade das séries ensaiadas (Tabela 3.2).



Figura 4.8 - Carga máxima das séries ensaiadas (Tabela 3.2).



Figura 4.9 – Lei que define a rigidez inicial em função da inclinação das cavilhas (consultar Anexo).



Figura 4.10 – Lei que define a carga máxima em função da inclinação das cavilhas (consultar Anexo).

Com a Figura 4.11 pretende-se ilustrar a rotura típica que ocorreu na série colada. Esta localizou-se sob o acessório de aplicação da carga, onde o momento fletor é máximo. O desvio notado em relação ao plano de carregamento, encontra justificação na existência de campos de defeitos na madeira (e.g., existência de bolsas de resina), onde ocorre a iniciação do dano (Figura 4.12). Com efeito, apesar do cuidado posto na preparação de provetes, que se traduziu no fabrico de peças com um alinhamento muito satisfatório no que respeita ao fio da madeira, bem como a ausência de nós visíveis à superfície, a presença de defeitos localizados, de pequena dimensão, é praticamente inevitável.



Figura 4.11 – Propagação de uma fenda num provete da série colada.



Figura 4.12 - Pormenor ilustrando o dano obtido para uma série ligada por cavilhas.

Uma observação relevante prende-se com a formação de fendas transversais, localizadas a meio-vão, a partir do dorso inferior de cada um dos segmentos que constituem o provete, para as séries em que a ligação foi assegurada por cavilhas (Figura 4.13). Com efeito, atendendo ao facto de que nestas séries, os segmentos que constituem a secção da viga se encontrarem ligados de forma discreta, e em pontos não coincidentes com a secção central da viga (x = s/2), na secção onde atua a carga, o momento fletor é absorvido por duas vigas de altura h = 20 mm. Por esse motivo, não é correto designar esta estrutura como uma viga composta em altura, mas sim o resultado de duas vigas que atuam em série, com a consequente formação de dois eixos neutros ao longo do carregamento, localizados a meia altura de cada uma das vigas. Isto traduz-se na distribuição das tensões normais em cada segmento do conjunto, na medida em que teremos dois domínios sob compressão (metade superior de cada segmento), e dois domínios sob tração (metade inferior de cada segmento). Consequentemente, é possível observar-se o desenvolvimento de duas fendas ao longo da altura da viga, e não de uma só.



Figura 4.13 – Propagação de duas fendas na secção onde atua o carregamento num provete constituído por dois segmentos ligados por cavilhas a 90°.

Com o objetivo de se avaliara o módulo de elasticidade aparente da madeira, recorreu-se à expressão usada no método do vão variável,

$$E_{\rm L}^{\rm a} = \frac{K_0 L^3}{4B h^3} \tag{4.1}$$

sendo  $K_0$  a rigidez inicial, *L* o vão, e *B* e *h* a largura e a altura da secção transversal da viga, respetivamente. No referido ensaio, maquinaram-se vigas de secção  $20 \times 20$  (mm) e comprimento igual a 500 mm. A distância entre apoios (*L*) foi fixada em 400 mm, tal como propôs Xavier J. et al. (2007) [33] para provetes de madeira de igual secção. A Tabela 4.1 apresenta os resultados obtidos nestes ensaios no que se refere à rigidez e módulo de elasticidade aparente. O valor médio de  $E_{\rm L}^{\rm a}$  obtido nestes ensaios é da mesma

ordem do registado por de Moura MFSF (2009) [34], i.e., 12,50 GPa. Pode constatar-se que a dispersão destes resultados no que se refere ao módulo  $E_{\rm L}^{\rm a}$  é de 5,4%, o que, uma vez mais, comprova o cuidado tido na seleção do material para preparação dos provetes. Este facto, como se compreende, está na origem da reduzida dispersão acima referida, no que toca à rigidez inicial e à resistência à flexão, nas estruturas ensaiadas. O interesse de avaliar experimentalmente esta propriedade elástica (i.e.,  $E_{\rm L}^{\rm a}$ ) tem que ver com necessidade de realizar simulações numéricas dos ensaios de flexão em contexto estrutural, como se verá no Capítulo V.

Provete	Rigidez inicial $K_0$	Módulo de Elasticidade
	(N/mm)	aparente $E_{L}^{a}$ (GPa)
1	129,87	12,987
2	129,45	12,945
3	136,34	13,634
4	118,21	11,821
5	131,29	13,129
6	120,65	12,065
		Média: 12,763
		CoV: 5,4%

Tabela 4.1 Rigidez inicial e módulo de elasticidade aparente da madeira.

## Capítulo V - Estudo numérico

Neste Capítulo descrever-se-ão os detalhes principais das simulações numéricas realizadas nos provetes apresentados no Capítulo III. Como se poderá observar, nas simulações posicionaram-se elementos coesivos nas regiões onde se observou a propagação de fendas no decorrer dos ensaios mecânicos.

Nas Figuras 5.1(a) a 5.1(e) apresentam-se as malhas de elementos finitos das vigas ensaiadas experimentalmente (Tabela 3.2), constituídas por elementos tridimensionais de oito nós, ilustrando as condições de fronteira impostas. Nestes modelos usaram-se as propriedades elásticas da madeira de pinho que se apresentam na Tabela 3.1, segundo as orientações de simetria material ilustradas nas Figuras 3.2 (a) e (b).





Figura 5.1 Malhas de elementos finitos ilustrando as condições de fronteira para as séries (a) colada; e com cavilhas : (b) a 30°, (c) a 45°, (d) a 60° e (e) a 90°.

Nessas malhas introduziram-se elementos coesivos, igualmente de oito nós, nas posições onde experimentalmente se identificou o desenvolvimento de fendas durante processo de carregamento (Figuras 5.2. (a) a 5.2 (e)). Estas regiões corresponderam à secção transversal localizada a meio-vão das vigas, junto do acessório de carregamento, sendo que se atribuíram valores para os parâmetros coesivos da madeira de *Pinus pinaster* Ait (Tabela 5.1), de modo a reproduzir satisfatoriamente as curvas força-deslocamento experimentais. Este procedimento justificou-se pelo facto de não se dispor de informação experimental quanto aos parâmetros de dano da madeira de *Pinus pinaster* no sistema de propagação TR.



(a)



(b)



(c)



(d)



Figura 5.2 Malha de elementos finitos ilustrando a posição dos elementos coesivos para as séries (a) colada; e com cavilhas : (b) a 30°, (c) a 45°, (d) a 60° e (e) a 90°.

Tabela 5.1. Parâmetros coesivos utilizados nas simulações numéricas para modelar o comportamento à fratura da madeira de *Pinus pinaster* Ait, obtidos por ajuste numérico e do adesivo estrutural Sikadur<sup>®</sup> 30 [35].

Material	$G_{ m lc}$ (N/mm)	$G_{ m IIc}$ (N/mm)	$\sigma_{\mathrm{u,I}}$ (MPa)	$\sigma_{\rm u,II}$ (MPa)
Pinus pinaster Ait.	1.5	4.68	70	70
Sikadur <sup>®</sup> 30	0.35	1.10	30	18

A Tabela 5.2 resume o número total de elementos sólidos, o número de nós e o número de elementos coesivos utilizados em cada modelo numérico. A escolha do número de elementos coesivos teve que ver com extensão do dano observado nos ensaios mecânicos. O critério utilizado na definição deste número, permitiu que dois ou mais elementos coesivos pudessem estar em processo de dano simultaneamente. Este cuidado permitiu simular com rigor a propagação do dano no material que compõe as estruturas analisadas. Na simulação das séries que utilizaram cavilhas, recorreu-se à definição de superfícies de contacto do tipo rígido, tendo-se considerado um coeficiente de atrito de 0,3, no sentido de impedir a interpenetração dos modelos das tábuas. Adicionalmente, posicionaram-se elementos coesivos nas regiões de interface das cavilhas com os elementos da viga (tábuas), com parâmetros de fratura característicos do adesivo utilizado nos ensaios mecânicos (Tabela 5.1). No sentido de ajustar a rigidez inicial, para cada um dos casos o fator de penalidade foi alterado. No que se refere à série em que se usou adesivo estrutural para ligar as duas tábuas (série colada), optou-se por dispor elementos coesivos ao longo da superfície de contacto entre os dois segmentos, fazendo uso dos mesmos parâmetros de fratura que se indicaram na Tabela 5.1.

			Número de elementos coesivos	
Série	Número total de nós	Número de elementos sólidos	Na interface com as cavilhas	Na região fraturada
Colado	16288	13590	1500	90
30°	26270	18016	1024	96
45°	42872	33344	2048	192
60°	28063	19080	1024	96
90°	31038	21088	1024	96

Tabela 5.2. Dados referentes aos modelos de elementos finitos desenvolvidos

Nas Figuras 5.3 (a) a 5.3 (d) ilustram-se detalhes referentes ao segmento (tábua) inferior das séries que empregaram cavilhas, realçando a posição das mesmas. Como se referiu atrás, nestes modelos usaram-se algoritmos de contacto para impedir a interpenetração dos dois elementos principais da viga (tábuas), recorrendo à definição de

superfícies (de contacto) entre estes, como se ilustra, a título de exemplo, na Figura 5.4, para a série 45°.





(d)

Figura 5.3. Malhas de elementos finitos ilustrando os detalhes referentes ao segmento (tábua) inferior das séries que empregaram cavilhas a (a) 30°, (b) 45°, (c) 60° e (d) 90°.



Figura 5.4 - Malha de elementos finitos ilustrando a posição da superfície de contacto entre as duas tábuas para a série 45°.

A Figura 5.5 apresenta as curvas força-deslocamento obtidas nas simulações numéricas envolvendo a série que emprega cavilhas a 90°, com recurso ao modelo de dano de modo misto (I+II) apresentado no Capítulo II. Nesta figura distinguemse as respostas obtidas utilizando exclusivamente elementos coesivos, e mediante combinação de modelos coesivos com um modelo de plasticidade, considerando deslocamentos nodais na região de contacto do atuador com o provete, e um corpo rígido, com o propósito de simular o atuador usado nos ensaios mecânicos. O procedimento adotado no que respeita à escolha da combinação de propriedades elásticas da madeira de *Pinus pinaster* Ait. (Tabela 3.1), consistiu em reproduzir com rigor a resposta elástica dos provetes de uma série em particular (i.e., a série com as cavilhas a 90°). No respeitante à identificação da combinação dos parâmetros coesivos utilizados nas regiões onde se observou a propagação de dano na madeira (i.e., a meio vão dos provetes), o procedimento adotado também foi mediante ajuste numérico-experimental. A justificação resultou do facto de se desconhecerem os parâmetros de dano no sistema de propagação TR da madeira, que decorre do facto de não se conseguir fazer propagar uma fenda em ensaios de fratura envolvendo aquele sistema [36]. Com efeito, o único parâmetro do modelo de fratura que é possível avaliar por via experimental é a resistência à tração (i.e.,  $\sigma_{u,i}$ ), dado que este pode ser estimado de forma muito aproximada sem que haja necessidade de garantir a propagação de uma fenda no sistema LR (i.e., podem conceber-se provetes destinados a ensaios de tração alinhados com a direção T da madeira). Por conseguinte, uma vez conseguido o acordo numérico-experimental para a série que empregou cavilhas a 90°, a estratégia consistiu em usar as combinações de parâmetros assim identificadas nas simulações numéricas das restantes séries.



Figura 5.5 – Cuvas numéricas P- $\delta$  correspondentes à série  $\theta$  = 90° (a) sem plasticidade e deslocamentos nodais, (b) com plasticidade e deslocamento nodais e (c) com plasticidade e deslocamentos impostos por um corpo rígido.

Posteriormente à identificação das propriedades elásticas e dos parâmetros de fratura anteriormente referidos (i.e., leis de dano da madeira e do adesivo) realizaram-se simulações por elementos finitos considerando um modelo de plasticidade baseado no critério de Hill. Na Tabela 5.3 apresenta-se a tensão de cedência de referência, bem como os coeficientes de anisotropia utilizados nas simulações. A tensão de cedência apresentada foi obtida mediante ajuste numérico-experimental das curvas força-deslocamento, também para a série que utilizou cavilhas a 90°.

$\sigma_{ m ref}$ (MPa)	$R_{11}$	<i>R</i> <sub>22</sub>	<i>R</i> <sub>33</sub>	$R_{12}$	$R_{13}$	<i>R</i> <sub>23</sub>
80*	1,00 1	0,12 1	0,12 1	0,26 1	0,26 1	0,07 1
<sup>1</sup> F. P	ereira (2013	).				

Tabela 5.3 - Coeficientes de anisotropia utilizados na definição do critério de cedência de Hill.

\*Obtido a partir de ajuste numérico-experimental.

Adicionalmente, resolveu-se estudar o efeito do contacto atuador-provete nas curvas força-deslocamento, tendo-se optado por modelar o mesmo como um corpo cilíndrico com as propriedades elásticas do aço (E = 210 GPa , v=0,29), tal como se ilustra na Figura 5.6. Este estudo justificou-se pelo facto de se ter posto em causa a influência do carregamento nodal inicialmente imposto na extensão do dano na região central do provete, com eventual reflexo na curva força-deslocamento. Com efeito, visto que com este procedimento a solicitação é potenciadora da geração de tensões de corte espúrias na secção crítica do provete, que não reflete de forma realista o que ocorre nos ensaios mecânicos, justificou-se a modelação de um corpo cilíndrico com a geometria do atuador usado nos ensaios mecânicos.



Figura 5.6 - Malha de elementos finitos ilustrando a posição do atuador, para a série 90°.

A Figura 5.5 permite concluir que o efeito das condições de fronteira no carregamento da estrutura se faz sentir em particular na vizinhança da carga máxima. Tal como se referiu atrás, a imposição de deslocamentos nodais numa estrutura como esta, tem como consequência a geração de tensões de corte espúrias na secção crítica, que favorecem o desenvolvimento do dano local para regimes de carregamento de maior intensidade. Nesse sentido, nas Figuras 5.7 (a-b) e 5.8 (a-b) ilustra-se, respetivamente, a distribuição das tensões normais e de corte, obtidas para a série com as cavilhas a 90°, no

incremento de deslocamento correspondente à carga máxima. O modelo numérico permitiu quantificar o comportamento exibido em cada um dos procedimentos adotados, no que se refere à forma como se impõem os deslocamentos, que se traduziu na diferença de flexibilidades observada na Figura 5.5, na vizinhança da carga máxima. Contudo, deve ter-se presente que na análise em que se empregou um corpo cilíndrico, não se considerou o efeito do atrito que ocorre entre as superfícies do atuador e da madeira. Deve referir-se, que a consideração deste fenómeno na modelação do corpo cilíndrico, teria tido como consequência inevitável a redução da flexibilidade na vizinhança da carga máxima, o que se traduziria numa melhoria do acordo entre as curvas força-deslocamento obtidas para cada simulação nessa região. Por este motivo, concluiu-se que é satisfatório realizar-se a modelação dos ensaios de flexão da totalidade das séries ensaiadas impondo deslocamentos nodais.



Figura 5.7 – Distribuição de tensões normais ao longo da direção x na região central do provete obtidas na simulação da série 90°, no incremento correspondente à carga máxima, considerando (a) deslocamentos nodais e (b) deslocamentos impostos por um corpo rígido.



(b)

Figura 5.8 – Distribuição de tensões de corte na região central do provete obtidas na simulação da série 90º, no incremento correspondente à carga máxima, considerando (a) deslocamentos nodais e (b) deslocamentos impostos por um corpo rígido.

A Figura 5.5 permite concluir que a simulação do ensaio de flexão com elementos coesivos, sem a utilização de um modelo de plasticidade, se traduziu num acordo não satisfatório (ver curva (a)). Por outro lado, a modelação com o recurso combinado de modelos coesivos e de plasticidade (curvas (b)), permitiu reproduzir de uma forma muito satisfatória, o comportamento evidenciado nos ensaios mecânicos. Por este motivo, decidiu-se reproduzir estas condições nas restantes séries ensaiadas. As Figuras 5.9 (a-d) ilustram o acordo numérico-experimental das séries colada e com as cavilhas inclinadas a 30°, 45° e 60°, obtido mediante aplicação dos procedimentos detalhados para a série 90° (i.e., propriedades elásticas, parâmetros de fratura e parâmetros do modelo de plasticidade). Pode constatar-se que o acordo obtido na série colada e com as cavilhas inclinadas a 60° (i.e., Figuras 5.9 (a) e (d), respetivamente) é satisfatório, visto que o

modelo reproduz com razoável aproximação a flexibilidade inicial, bem como o comportamento não linear até à carga máxima - inclusive reproduz o patamar da carga, em sequência do ponto onde a carga é máxima. Relativamente à série com as cavilhas a 30°, constatou-se, em média, que o modelo subestima a flexibilidade inicial. No entanto, este exibe um comportamento não linear, resultante do desenvolvimento do dano na região central do provete, bem como da lei de plasticidade introduzida. No que respeita à série em que se utilizaram cavilhas inclinadas a 45° (Figura 5.9 (c)), constatou-se um desacordo completo com os resultados experimentais, que se traduziu num desvio da flexibilidade inicial, e no facto de este não reproduzir o comportamento não linear. Inclusive, registaram-se dificuldades intransponíveis no que respeita à convergência do modelo numérico.



(a)



(b)



(d)

Figura 5.9 – Cuvas numéricas P- $\delta$  da séries (a) colada (b)  $\theta$  = 30°, (c)  $\theta$  = 45°(d)  $\theta$  = 60°.

As Figuras 5.7 e 5.8 ilustram a configuração da deformada e a distribuição das tensões normais junto da secção central do provete que utilizou cavilhas a 90°, no incremento de deslocamento correspondente à carga máxima. Estas figuras também permitem observar a propagação do dano que ocorreu como resultado do deslocamento imposto a meio vão da viga, traduzindo de forma muito realista o que se pôde observar nos ensaios mecânicos (ver Figuras 4.11 e 4.12).

A Figura 5.10 ilustra a distribuição das tensões normais na direção *x*, junto da região de contacto do atuador com o provete, obtidas na simulação da série colada, para o incremento correspondente à carga máxima. A conclusão óbvia é a de que a tensão normal é máxima na secção central do provete, onde o momento fletor é máximo.



**↓**×

Figura 5.10 – Distribuição de tensões normais ao longo da direção *x* na região central do provete obtidas na simulação da série colada, no incremento correspondente à carga máxima.

A distribuição das tensões de corte exibida na Figura 5.11 para a série com os segmentos colados, ocorreu no incremento correspondente à carga máxima. Para este incremento a carga não se relaciona com o deslocamento de acordo com a teoria de vigas, visto que as tensões deixam de variar linearmente com o deslocamento aplicado. Este facto está bem patente na distribuição das tensões de corte exibido na Figura 5.11, que deixa de ter um valor máximo a meia altura da viga. Deve ter-se presente que no incremento correspondente à carga máxima já houve lugar ao desenvolvimento da zona de dano (coesivo), que exerce uma grande influência no perfil de tensões instalado ao longo do comprimento de ligamento. Numericamente, também se constatou que a propagação da fenda ocorreu no incremento de carga imediatamente a seguir à obtenção da carga máxima.



Figura 5.11 - Distribuição das tensões de corte na região central do provete obtidas na simulação da série colada, no incremento correspondente à carga máxima.

A Figura 5.12 apresenta um pormenor da distribuição de tensões normais na direção x na região dos furos da tábua inferior (de um dos lados), obtidas na simulação da série com as cavilhas orientadas a 90°, para o incremento de carga correspondente à carga máxima. Uma constatação que decorreu das simulações realizadas, é que não se verificou propagação de dano na interface entre o adesivo estrutural e as cavilhas, tendo este ficado circunscrito à região central do provete, em alinhamento com o plano de carregamento.



Figura 5.12 – Pormenor da distribuição de tensões normais ao longo da direção x na região dos furos do elemento inferior, obtidas na simulação da série 90°.

### Conclusões

Nesta Dissertação realizou-se um estudo de caracterização numéricoexperimental de uma viga composta em altura, formada por peças de madeira com as mesmas dimensões, ligadas por cavilhas de madeira e adesivo estrutural, com diferentes inclinações. O referido estudo visou identificar a inclinação mais favorável dos eixos das cavilhas, de modo a maximizar a resistência à flexão do conjunto, tendo por referência a solução clássica que emprega adesivo estrutural para ligar as peças de madeira. Este estudo envolveu o ensaio de vigas com quatro furos, tendo-se estudado o desempenho estrutural do conjunto, para quatro inclinações distintas (i.e., 30, 45, 60 e 90°).

Os ensaios mecânicos revelaram uma consistência muito grande no que se refere à rigidez inicial e à resistência à flexão para cada uma das soluções de ligação adotadas. Esta observação permitiu retirar conclusões no que se refere à tendência evidenciada por cada uma das séries testadas. Assim, tendo presente que se utilizou o adesivo estrutural da marca Sikadur<sup>®</sup>, de referência 30, concluiu-se que a utilização de cavilhas é responsável, em média, por uma redução de rigidez inicial da viga, da ordem dos 52%, assim como uma menor resistência à flexão (cerca de 29%). Esta avaliação revelou ainda que as séries ligadas com cavilhas permitem dissipar, em média, cerca de 4% mais energia do que a série colada, podendo, por este motivo, revelar-se uma solução interessante em contexto estrutural. Estas conclusões têm como referência o adesivo usado, podendo traduzir-se numa solução mais vantajosa, uma vez utilizado um adesivo mais dúctil.

De entre as soluções que empregam cavilhas determinou-se uma tendência que ficou expressa em duas leis obtidas experimentalmente, que permitem definir o andamento da rigidez inicial e da resistência à flexão, com a inclinação das cavilhas. As tendências evidenciadas permitiram concluir que a rigidez inicial máxima ocorreu para a solução que empregou cavilhas a 30° e a 60°, e que a resistência à flexão máxima ocorreu para a solução que utilizou cavilhas a 45°.

As simulações numéricas realizadas neste estudo, que utilizaram modelos coesivos e um modelo de plasticidade, em geral, permitiram reproduzir os resultados experimentais de forma satisfatória.

#### Referências bibliográficas

[1] Itany, R.Y., Faherty, K.F., 1984, "Structural Wood Research, State-of-the- -Art and Research Needs", *American Society of Civil Engineers -ASCE*, New York.

[2] Branco, Carlos A.G. de Moura, "Mecânica dos Materiais" 4ª edição.

[3] Santos, C. L., Jesus, A. M. P., Morais, J. J. L., Lousada, J. L. P. C., 2008, "A Comparison Between the EN 383 and ASTM D5764 Test Methods for Dowel-Bearing Strength Assessment of Wood: Experimental and Numerical Investigations", Strain, Vol. 46, Pgs. 159-174

[4] http://www.parqueexpo.pt/conteudo.aspx?lang=pt&id\_object=1023&name=Atlantic o-%E2%80%93-Pavilhao-Multiusos-de-Lisboa,-S.A (Julho 2013)

[5] Bodig J. and Jayne BA (1982). Mechanics of Wood and Wood Composites. Van Nostrand Reinhold. NY

[6] Atkins AG and Mai YW (1985). Elastic and Plastic Fracture. Ellis Horwood, UK ISBN 0-85312-562-7

[7] Smith I, Landis E and Gong M (2003). Fracture and Fatigue in Wood. John Wiley &Sons;ISBN 0-471-48708-2

[8] 8. T.V.P. Caldeira (2012). Caracterização experimental e numérica do comportamento frágil de ligações com cavilhas em estruturas de madeira. Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica, pela Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD).

[9] http://home.utad.pt/~jmcx/nlmbwood/Projecto.htm (Julho 2013)

[10] Dourado, N. M. M., 2008, "R-Curve behaviour and size effect of a quasibrittle material: Wood", Doutoramento em Ciências de Engenharia, área de Engenharia Mecânica, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD) e Universidade de Bordéus I (UB1).

[11] Kanninen MF e Popelar CH (1985). Advanced Fracture Mechanics. Oxford Engineering Science Series (Eds.). ISBN: 0-19-503532-1

[12] Mendes, P., 1994, "Ligações em Estruturas de Madeira Tecnologia e Dimensionamento de Acordo com o Eurocódigo 5", Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

[13] CEN-TC250, 2004, "EN 1995-1-1 Design of Timber Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings", Brussels.

[14] http://construironline.dashofer.pt/?s=modulos&v=capitulo&c=1819 (Agosto 2013)

[15] http://www.atelhanova.com.br/estruturas-madeira.php (Agosto 2013)

[16] European Committee for Standardization, EN 383, 1993, "Timber structures. Test methods. Determination of Embedding Strength and Foundation Values for Dowel-Type Fasteners", European Standard, Brussels

[17] Johansen, K.W., 1949, "Theory of Timber Connections - International Association for Bridge and Structural Engineering", IABSE Journal, Vol. 9, Pgs. 249-262.

[18] Patton-Mallory, M., Cramer, S.M., Smith, F.W., Pellicane, P.J., 1997, "Nonlinear Material Models for Analysis of Bolted Wood Connections", Journal of Structural Engineering, Vol. 123, Pgs. 1063 - 1070

[19] Ju, S. H., Rowlands, R. E., 2001, "A three-dimensional frictional stress analysis of double-shear bolted wood joints", Wood and Fiber Science, Vol. 33, Pgs.550 - 563.

[20] Santos, C. L., Jesus, A. M. P., Morais, J. J. L., Lousada, J. L. P. C., 2008, "A Comparison Between the EN 383 and ASTM D5764 Test Methods for Dowel-Bearing Strength Assessment of Wood: Experimental and Numerical Investigations", Strain, Vol. 46, Pgs. 159-174.

[21] Moses, D.M., Prion, H.G.L., 2003, "A Three-Dimensional Model for Bolted Connections in Wood," Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 30, Pgs. 555-567.

[22] Moses, D.M., Prion, H.G.L., 2004, "Stress and Failure Analysis of Wood Composites: A New Model," Composites Part B: Engineering, Vol. 35, Pgs. 251-261.

[23] Moses, D.M., Prion, H.G.L., 2002, "Anisotropic Plasticity and the Notched Wood Shear Block," Forest Products Journal, Vol. 52, Pgs. 43-54

[24] Xu, B. H., Bouchaïr, A., Taazount, M., Veja, E.J., 2009, "Numerical and Experimental Analyses of Multiple-Dowel Steel-to-Timber Joints in Tension Perpendicular to Grain", Engineering Structures, Vol. 31, Pgs. 2357-2367.

[25] Xu, B.H., Bouchaïr, A., Taazount, M., Racher, P., 2009, "Numerical 3D Finite Element Modelling and Experimental Tests for Dowel-Type Timber Joints", Construction and Building Materials, Vol. 23, Pgs. 3043-3052.

[26] Rescha, E., Kaliskea, M., 2011, "Numerical Analysis and Design of double- -Shear Dowel-Type Connections of Wood", Engineering Structures, in Press.

[27] Rescha, E., Kaliskea, M., 2010, "Numerical Analysis and Design of Double--Shear Dowel-Type Connections of Wood", Computers and Structures, Vol. 88, Pgs. 165-177.

[28] de Moura M. F. S. F., Silva, M. A. L., Morais, A. B., Morais, J. J. L., 2006, "Equivalent Crack Based Mode II Fracture Characterization of Wood", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 73, Pgs. 978-993.

[29] Moses, D., Prion, H., "Anisotropic Plasticity and Failure Prediction in Wood Composites", University Of British Columbia, Vancouver, British Columbia, Canada.

[30] Pinto José, 2008, "Estudo de Técnicas de Reforço de Vigas de Madeira com Laminados de Carbono", Projecto de fim de curso, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real

[31] http://www.ebah.com.br/content/ABAAABTdwAA/caracterizacao-fisica-desengro sso-pinho (Setembro 2013)

[32] Lousada, J., Noronha, M., Lopes, D., 2008, "Relações entre Peso, Volume e Densidade para a Madeira de Pinheiro Bravo (Pinus pinaster Ait.) Cultivado em Portugal", Silva Lusitana, Vol. 16, Pgs.183-196

[33] J. Xavier, N. Garrido, J. Morais, J. Pinto (2007) Estudo numérico e experimental do método do vão variável para a identificação das propriedades elásticas da madeira. Revista da Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões (APAET). Mecânica Experimental 14:59-65

[34] de Moura MFSF, Silva MAL, Morais JJL, de Morais AB, Lousada JJL (2009) Data reduction scheme for measuring GIIc of wood in end-notched flexure (ENF) tests. Holzforschung 63:99–106.

[35] N. Dourado, F.A.M. Pereira, M.F.S.F. de Moura, J.J.L. Morais. Repairing wood beams under bending using carbon–epoxy composites. Engineering Structures 34 (2012) 342–350. [36] C.M.A. Costa (2012). Estudo do efeito de escala na taxa crítica de libertação de energia da madeira: Geometria cDCB. Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica, pela Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD)

### Anexo

Série	<i>C</i> 1	<i>C</i> 2	С3
Colado	-190.58943819577600	3297.86717426255000	454.26957752979400
30°	-50.89195157239830	1350.26033730655000	441.91338830696100
45°	-66.31229961676580	1829.64453028305000	-44.20818564084400
60°	-46.16867137965900	1464.90003826487000	56.47233571888910
90°	-44.01389871214370	1308.32461119007000	408.61145600999000

Tabela A.1 - Coeficientes das funções quadráticas de 2º grau obtidos no processo de ajuste polinomial realizado em cada curva P- $\delta$  média, referente à Figura 4.6

Tabela A.2 - Coeficientes das funções cúbicas das leis que definem a carga máxima e a rigidez inicial em função da inclinação das cavilhas, segundo a equação  $l_2 = c_1\theta^3 + c_2\theta^2 + c_3\theta + c_4$ , referente às Figuras 4.9 e 4.10.

	<i>C</i> <sub>1</sub>	<i>C</i> <sub>2</sub>	<i>C</i> 3	<i>C</i> 4
Carga máxima	0.11733827160494	-23.84733333333220	1505.008888888760	17988.39999999640
Rigidez	0.01679978478583	- 2.64333717250598	120.8038661007160	47.375505806880