

Compreensão dos testes de hipóteses por alunos do curso de Engenharia Informática

Gonçalves Gabriela¹, José António Fernandes² y Maria Manuel Nascimento³

¹gmc@isep.ipp.pt, Instituto Superior de Engenharia do Porto

²jfernandes@ie.uminho.pt, Universidade do Minho

³mmsn@utad.pt, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, LabDCT-UTAD/CIDTFF

Resumo

Neste trabalho avalia-se a compreensão em testes de hipóteses de alunos do curso de Engenharia Informática do Instituto Politécnico do Porto. Para tal, uma amostra de 223 alunos responderam a um questionário sobre o tema, do qual analisamos neste texto duas questões que versam o estabelecimento/formulação de hipóteses e a identificação do teste de hipóteses. Os resultados mostram que os alunos, em geral, têm muitas dificuldades nas questões colocadas neste tema de testes de hipóteses, principalmente na interpretação das questões e em expressarem o seu raciocínio estatístico através da justificação escrita das respostas.

Palavras-chave: Aprendizagem da Estatística, Inferência, Testes de Hipóteses, Ensino Superior.

1. Introdução

Nas últimas décadas, o ensino da estatística foi integrado, cada vez mais, nas escolas e nas universidades, não só pelo seu caráter instrumental mas também pela importância que o desenvolvimento do raciocínio estatístico tem na sociedade caracterizada pela proliferação de informação e a necessidade de tomar decisões.

As tecnologias têm hoje uma utilização mais intensa nos campos da Engenharia e a Estatística, incluindo o seu raciocínio e metodologias, assume-se cada vez mais como uma ferramenta de suporte no trabalho e na investigação científica em engenharia. As revistas e publicações nesta área estão repletas de informação estatística, justificando a inclusão desta área no currículo de um engenheiro. Segundo Olivo (2008), um engenheiro, na sua vida profissional, irá deparar-se com a análise de dados e a realização de inferências estatísticas a partir de conjuntos de dados.

Em Portugal, a inferência estatística, embora seja abordada no programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (Ministério da Educação, 2001), com base em intervalos de confiança, é um tema abordado quase exclusivamente nas unidades curriculares de estatística dos cursos do ensino superior.

Relativamente ao ensino da inferência estatística, mais concretamente aos testes de hipóteses, a nível internacional existem muitos trabalhos nesta área, mas em Portugal é uma área pouco trabalhada em termos de investigação. Trata-se de um tema que envolve muitos conceitos abstratos e relações entre eles, tais como distribuições amostrais, nível de significância, valor de prova, entre outros. No nosso país, na literatura científica aparecem poucos estudos nesta área, apesar de constituir um tópico relevante para a compreensão de boa parte da literatura científica e técnica em várias áreas do conhecimento, como a engenharia, as ciências, a matemática e as ciências sociais.

Apesar da sua relevância, ao nível do ensino é um tema em que os alunos apresentam muitas dificuldades na compreensão dos conceitos envolvidos (Rodríguez, 2006; Sebastiani, 2010; Vallecillos, 1996; Vallecillos, Batanero & Godino, 1992; Vera, Díaz & Batanero, 2011). Essas dificuldades e a quase inexistência de estudos em Portugal justificam a realização de mais investigação nesta temática.

Assim, neste trabalho temos como objetivo avaliar a compreensão dos testes de hipóteses num grupo de alunos do curso de Engenharia Informática, depois de terem passado pelo ensino do tema na unidade curricular de Matemática Computacional (MATCP). Mais concretamente, a partir das respostas dos alunos a duas questões, avaliamos a sua compreensão nos dois seguintes aspetos: estabelecimento/formulação de hipóteses e identificação do teste de hipóteses.

2. Antecedentes

De acordo com Batanero (2001), os testes de hipóteses, apesar de possuírem um campo específico de aplicação, são a área da inferência estatística onde a aprendizagem gera mais incompreensões e confusões, tanto por estudantes, como por investigadores.

A este propósito, também Sotos, Vanhoof, Noortgate e Onghena (2007) referem que as ideias de inferência são especialmente sensíveis a interpretações erradas e os estudantes adotam-nas com frequência pelo facto de a inferência requerer a compreensão e a conexão de muitos conceitos abstratos, tais como o de distribuições amostrais, nível de significância, valor de prova, entre outros. Além disso, os autores salientam o facto de a estatística inferencial ser um tópico decisivo para o desenvolvimento das pesquisas em todas as áreas das ciências.

Vallecillos e Batanero (1997) realizaram um estudo sobre as dificuldades de compreensão de estudantes universitários em alguns conceitos-chave dos testes de hipóteses, tais como: nível de significância; hipótese nula e alternativa; parâmetro estatístico e a interpretação (lógica) de um teste de hipóteses. Para tal, entrevistaram 7 estudantes universitários do 2º ano do curso de Medicina, tendo-lhes sido pedida também a resolução de dois problemas de teste de hipóteses. O estudo evidenciou que os alunos, embora tenham conhecimento de que a hipótese nula deve ser formulada com o objetivo de ser rejeitada, dificilmente conseguem enunciá-la de modo correto e todos eles cometeram erros que evidenciam a não compreensão no que se refere à relação entre a distribuição de probabilidade, as regiões de aceitação e de rejeição e o nível de significância.

Rodríguez (2006) desenvolveu um estudo que envolveu 96 alunos (29 alunos do curso de Biologia, 22 do curso de Microbiologia e 45 do curso de Agronomia), em que a investigadora aplicou um questionário de duas partes aos alunos: a primeira para identificar o conhecimento concetual dos alunos, com onze itens do tipo verdadeiro-falso; e a segunda com três problemas de aplicação. A maior dificuldade verificada foi relativa ao nível de significância, que os alunos consideraram como sendo a probabilidade da hipótese nula ser verdadeira, dado que foi rejeitada. Para a maior parte deles, não havia diferença entre $P(A|B)$ e $P(B|A)$, ou seja, não distinguiram a probabilidade condicionada da sua transposta.

Batanero, Vera e Díaz (2012) no estudo que realizaram com 224 alunos do curso de Psicologia para avaliar as dificuldades dos alunos na compreensão dos testes de hipóteses, concluíram que os seus resultados são melhores do que os dos estudos anteriores, embora subsistam erros relacionados com a discriminação entre os tipos de erro, relação entre regiões, nível de significância, valor de prova e potência do teste.

3. Metodologia

Neste texto avalia-se a compreensão de alunos do ensino superior politécnico na resolução de duas questões relativas a testes de hipóteses, nas quais uma primeira parte consistia num item de escolha múltipla e numa segunda parte era pedida uma justificação para a opção escolhida antes. Para tal, estudaram-se as opções seleccionadas e as justificações que os alunos deram para a escolha da sua opção, de forma a avaliarmos a sua compreensão nos dois seguintes aspetos: estabelecimento/formulação das hipóteses e identificação do teste de hipóteses.

As duas questões aqui analisadas fazem parte de um questionário, constituído por um total de 10 questões de escolha múltipla e de dois problemas de testes de hipóteses, aplicado aos alunos do 1.º ano que frequentavam a unidade curricular (UC) de Matemática Computacional (MATCP), no ano letivo 2012-13, do curso de Engenharia Informática do Instituto Superior de Engenharia do Porto. Dos 263 alunos que frequentavam a UC, responderam ao questionário 223, sendo 22 do sexo feminino, 201 do sexo masculino e 45 estavam a repetir a UC. Estes alunos distribuíam-se por várias turmas nas aulas teórico-práticas da UC. Nessas aulas os respetivos docentes (3 docentes, incluindo o investigador enquanto também professor) aplicaram o questionário na última aula do segundo semestre (junho de 2013). Este questionário foi respondido por escrito e sem consulta imediatamente depois de os alunos terem estudado o tema de testes de hipóteses na UC e os alunos dispuseram de 90 minutos para responder, o que se revelou um tempo suficiente.

Depois de recolhidos os dados, foi feita uma análise detalhada das respostas às questões de escolha múltipla, sintetizando-se em tabelas as frequências de respostas corretas e erradas. Relativamente às justificações apresentadas, para justificar a resposta escolhida no item de escolha múltipla, foi efetuada uma análise qualitativa mediante o processo de comparação de respostas semelhantes entre si de forma a obter-se a uma categorização.

4. Respostas e justificações dos alunos

Nesta secção analisam-se as respostas e justificações apresentadas pelos alunos nas duas questões aqui analisadas.

4.1. Respostas e justificações na questão 1

Questão 1. Qual das seguintes hipóteses não é uma hipótese nula?

a. $\mu_x = 10$.

b. $\sigma = 3$.

c. $\bar{x} = 35$.

d. $\mu_1 = \mu_2$.

Justifique a sua resposta.

A questão 1 foi retirada de Vallecillos (1996) e avalia o estabelecimento/formulação de hipóteses estatísticas. Mais especificamente, nesta questão pretendeu-se averiguar se o aluno confunde estimativa com parâmetro, erro assinalado por Schuyten (1991).

Os resultados obtidos, apresentados na Tabela 1, revelam a existência de uma percentagem muito baixa de respostas corretas (11,2%). Já de entre a elevada percentagem de respostas erradas, destaca-se a opção b, com uma percentagem de 49,3%, e a opção d, com uma percentagem de 26%. Conclui-se, assim, que a maioria dos alunos responderam incorretamente à pergunta, não sabendo reconhecer que a hipótese nula é formulada para um parâmetro

populacional. Vallecillos (1994) no seu estudo obteve uma percentagem de respostas corretas nesta questão superior (56%), mas a amostra utilizada era bastante superior, incluindo 436 alunos de vários anos e cursos distintos do presente estudo.

Tabela 1. Frequências (percentagens) das respostas da questão 1

Opções	Frequência (%)
a	18 (8,1%)
b	110 (49,3%)
c*	25 (11,2)%
d	58 (26%)
Não resposta	12 (5,4%)
Total	223 (100)

*Resposta correta.

Na Tabela 2 apresentam-se as categorias encontradas a partir das justificações apresentadas pelos alunos na questão 1.

Tabela 2. Frequências (percentagens) das categorias de justificação na questão 1

Justificação	Frequência (%)
Na hipótese nula estudam-se características populacionais e não da amostra	4 (1,8)
Só médias e proporções podem ser hipóteses nulas	20 (9,0)
O desvio padrão não é uma hipótese nula	33 (14,8)
As hipóteses têm que ser médias	7 (3,1)
As médias são iguais: $\mu_1 = \mu_2$	13 (5,8)
Justificação sem sentido	69 (30,9)
Não justificar	77 (34,5)
Total	223 (100)

Da análise da Tabela 2 observamos que a categoria “Não justificar” é que apresenta a percentagem mais elevada de alunos (34,5%). Estes alunos ao não justificarem a opção que escolheram, permitem que se levante a hipótese da sua escolha ter sido feita ao acaso.

Também um grupo numeroso de alunos não conseguiu apresentar uma justificação que fizesse sentido (30,9%). Agora, os alunos justificam as suas opções dizendo, por exemplo: “por exclusão de partes”; “pois existe uma média para um determinado conjunto”; “todas as outras são nulas, pois a sua relevância é nula”; “fazer um teste da média bilateral”.

Salienta-se que os alunos inseridos nas categorias “Só médias e proporções podem ser hipóteses nulas (9,0%)” e “As hipóteses têm que ser médias (3,1%)” apresentam justificações para a seleção da opção $\sigma = 3$. Esta justificação pode dever-se ao facto de os alunos não terem entendido que a hipótese inicial não é formulada com os valores das estimativas. Ainda para esta opção, 14,8% dos alunos apresentam como justificação de não ser uma hipótese nula que “O desvio padrão não é uma hipótese nula”. Ora, estes alunos com esta resposta não estão a

justificar a opção escolhida e, talvez como não o sabem fazer e para não deixarem de apresentar uma justificação, fazem-no da forma mais fácil que é escrever algo que, em termos de testes de hipóteses, não faz sentido.

Uma pequena percentagem de alunos (5,5%) integram-se na categoria “As médias são iguais: $\mu_1 = \mu_2$ ” para justificar a opção “ $\mu_1 = \mu_2$ ”. De entre estes alunos, uns dizem que não é uma hipótese nula porque as médias são iguais ou justificam que as médias são iguais e ao subtrair $\mu_1 - \mu_2$ o resultado dará zero, enquanto outros dizem que as médias são iguais e, portanto, é uma hipótese nula.

Finalmente, apenas 1,8% das justificações se incluem na categoria “Na hipótese nula estudam-se características populacionais e não da amostra” para justificar a resposta correta “ $\bar{x} = 35$ ”. Assim, podemos concluir que os alunos, em geral, não sabem que as hipóteses são formuladas com valores dos parâmetros da população e não com os valores de estimativas.

4.2. Respostas e justificações na questão 2

Questão 2. O candidato *A* a Presidente de Junta de Freguesia afirma que vai ser eleito com 60% dos votos. O outro candidato *B*, concorrente de *A*, deseja contestar esta afirmação, e decidiu, para isso, efetuar uma sondagem a 150 eleitores onde obteve 105 votos favoráveis à sua candidatura. Qual das seguintes hipóteses elegeria como hipótese nula?

- a. $p_A = 0,7$ ($105/150 = 0,7$).
- b. $p_A = 0,6$.
- c. $p_A < 0,6$.
- d. $p_A > p_B$.

Justifique a sua resposta.

A questão 2 foi elaborada pelo investigador, e pretende avaliar a aplicação de conceitos para resolução de um problema de estabelecimento da hipótese nula (estabelecer/formular), tendo em vista a realização de um teste de hipóteses, a partir de um enunciado escrito. Queremos também averiguar se os alunos têm ideia do que é uma hipótese nula e alternativa, e que são complementares.

Tabela 3. Frequências (percentagens) das respostas da questão 2

Opções	Frequência (%)
a	58 (26%9)
b*	110 (49,3%)
c	25 (11,2%)
d	26 (11,7%)
Não resposta	4 (1,8%)
Total	223 (100)

*Resposta correta.

Na Tabela 3 podemos observar que a opção mais frequente foi a b, que é a correta, com 49,3% de respostas. Embora a questão 1 mantenha semelhanças com a questão 2, neste caso os resultados foram bastante melhores, ou seja, só o facto da questão 2 ter um enunciado de um problema concreto já fez a diferença entre os resultados obtidos nas duas questões.

Na Tabela 4 apresentam-se as categorias encontradas a partir das justificações dadas pelos alunos na questão 2.

Tabela 4. Frequências (percentagens) das categorias de justificação na questão 2

Justificação	Frequência (%)
A hipótese nula pretende avaliar a afirmação do presidente de freguesia. É sempre uma condição de igualdade	59 (26,5)
Existem duas hipóteses: a hipótese em que $P(A) = 0,7$ ou a hipótese alternativa $P(A) < 0,7$	11 (4,9)
O candidato A põe como hipótese ser eleito com 60% dos votos, sendo 0,7 a hipótese do candidato B, segundo a amostra	5 (2,2)
Só o P_B é que poderia ser 0,7, pois os dados (105/150) foram obtidos na sondagem do candidato B	3 (1,3)
Nesta hipótese é que temos os dados amostrais	3 (1,3)
Uma vez que os dados representam a população, então é uma hipótese nula	2 (0,9)
Se o candidato A afirma que vai ser eleito com 60% dos votos, logo H_0 tem de ser $P_A > P_B$ pois para ser como o candidato A diz a hipótese tem de mostrar que ele tem mais probabilidade de ser eleito que o B	12 (5,4)
Se o candidato B pretende contestar a afirmação do candidato A, então, como são “adversários”, o candidato B pretende mostrar que o candidato A, na amostra considerada, irá obter uma percentagem de votos inferior a 60%, logo $P_A < 0,6$	7 (3,1)
Justificação sem sentido	59 (26,5)
Não justificar	62 (27,8)
Total	223 (100)

A análise da Tabela 4 permite observar que as categorias “Justificação sem sentido” (26,5%) e “Não justificar” (27,8%) foram, em conjunto, a maioria das respostas. Tal leva a concluir que, destes alunos, uns não souberam justificar e outros apresentaram justificações que não fazem sentido. Esta constatação é bastante preocupante porque mostra que os alunos não compreenderam os testes de hipóteses. No caso das respostas sem sentido, os alunos apresentaram justificações como as seguintes: “A hipótese nula devia ser $P_1 - P_2$, $P_1 = P_2$ ”; “ $P_B = 0,7$ e $P_A = 0,3$, então $P_A < 0,6$ ”; “ $P_A = 0,7$ visto que $P_B = 0,7$ (70%) apenas 30% ($P_A = 0,3$, $P_A \neq 0,6$) comprovaria que o candidato A estaria a falsificar as votações, não obtendo os dados apresentados, $P_A > P_B$, para vencer a eleições”.

Ainda se salienta a percentagem de alunos que justifica corretamente a pergunta (27,4%). Estes alunos conseguiram interpretar corretamente o enunciado da pergunta escolhendo a opção correta e justificando que a hipótese nula é aquela que se pretende avaliar, que é sempre uma igualdade, que os dados representam a população e que é o valor que está a ser contestado. Na situação estabelecida no enunciado o que se pretendia era confirmar se o candidato A a presidente da junta de freguesia seria eleito com 60% dos votos.

Um outro grupo de alunos justifica que “Se o candidato A afirma que vai ser eleito com 60% dos votos, logo H_0 tem de ser $P_A > P_B$ pois para ser como o candidato A diz a hipótese tem de

mostrar que ele tem mais probabilidade de ser eleito do que B” (5,4%). Este grupo de alunos não soube interpretar o enunciado da pergunta e também não sabe que a hipótese nula é apresentada como uma igualdade.

Um outro grupo de alunos (3,1%), tal como o anterior, comete o mesmo tipo de erro, ou seja não soube interpretar o enunciado da pergunta e também desconhece que a hipótese nula é sempre apresentada como uma igualdade. Estes alunos apresentaram a justificação de que “Se o candidato B pretende contestar a afirmação do candidato A, então, como são ‘adversários’, o candidato B pretende mostrar que o candidato A, na amostra considerada, irá obter uma percentagem de votos inferior a 60%, logo $P_A < 0,6$ ”.

Finalmente, uma percentagem relativamente pequena (4,9%), apesar de ter escolhido a hipótese nula na forma de igualdade, não interpreta corretamente o enunciado porque justifica a sua escolha com, por exemplo: “O candidato A põe como hipótese ser eleito com 60% dos votos, sendo 0,7 a hipótese do candidato B, segundo a amostra. Nesta hipótese é que temos os dados amostrais e só o P_B é que poderia ser 0,7, pois os dados (105/150) foram obtidos na sondagem do candidato B”.

5. Conclusões

Tal como relatam os estudos de Vallecillos e Batanero (1997) e Sebastiani e Viali (2011), também aqui se constatou que alguns alunos não compreendem que num teste de hipóteses são testados valores hipotéticos de parâmetros populacionais (questão 1) e cometeram erros quando enunciavam as hipóteses a partir do contexto de um problema (questão 2).

Tanto neste estudo, como no de Sotos, Vanhoof, Noorgate e Onghena (2007) verificou-se que os conceitos não compreendidos são causadores de erro, destacando-se as dificuldades dos alunos em compreender o significado da hipótese nula e alternativa (questão 1 e 2).

Comparativamente com os estudos aqui revistos, no presente estudo destacam-se as categorizações apresentadas para as justificações que os alunos apresentaram para cada uma das respostas selecionadas nas duas questões propostas. As elevadas percentagens de alunos nas categorias “Justificação sem sentido” e “Não justificar”, cujas justificações ou a sua ausência podem ser interpretadas como ideias erradas ou falta de conhecimentos. Este facto salientara as dificuldades dos alunos ao recusarem a definição de uma hipótese nula a partir de uma estimativa, mais agravado neste estudo do que no estudo de Vallecillos (1994), bem como a formulação da hipótese nula a partir de uma desigualdade. Por outro lado, a discrepância entre as percentagens de respostas corretas nas duas questões, que diminuíram em termos de justificações adequadas, parece perspetivar um conhecimento pouco consolidado dos alunos nos conceitos envolvidos.

Em resumo, os alunos mostraram ter muita dificuldade no tema “testes de hipóteses”, principalmente na interpretação das perguntas e na justificação da forma como pensam em estatística, isto é, a forma como explicitam o seu raciocínio estatístico. Perante esta situação, esta análise aponta no sentido da necessidade de rever a forma de ensino referente a este tema. Para além de motivar os alunos para o tema, é imprescindível ajudá-los através de um ensino centrado em dados, encorajando o uso de dados reais e de tarefas de grupo como forma de melhorar as suas habilidades comunicativas por meio de discussões estatísticas, tal como propõem Ben-Zvi e Garfield (2005) e Batanero (2001 e 2013).

Referências

- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Batanero C., Vera, O., & Díaz, C., (2012). Dificultades de estudiantes de Psicología en la comprensión del contraste de hipótesis. *Números*, 80, 91-101.
- Batanero C. (2013). Sentido estadístico: Componentes y desarrollo. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*. (pp. 55-61). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2005). Research on statistical literacy, reasoning, thinking: issues, challenges and implications. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 397-409). Netherlands: Springer.
- DES (2001). *Programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais*. ME, Departamento do Ministério da Educação (2007). Programa de matemática do ensino básico. Lisboa, Portugal: DGIDC.
- Olivo, E. (2008). *Significado de los intervalos de confianza para los estudiantes de ingeniería en México*. Tese de doutoramento, Universidad de Granada, Espanha.
- Rodríguez, I. (2006). Estudio teórico y experimental sobre dificultades en la comprensión del contraste de hipótesis en estudiantes universitarios. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 19, 162-168.
- Sebastiani R. (2010). *Análise de erros em testes de hipóteses: um estudo com alunos de engenharia*. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Católica, Rio Grande do Sul, Brasil.
- Sebastiani R. & Viali, L. (2011). Teste de hipóteses: uma análise dos erros cometidos por alunos engenharia. *Bolema*, 24 (40), 835-854.
- Sotos, C., Vanhoof S., Noortgate W. & Onghena P. (2007). Student's misconceptions of statistical of inference: a review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review*, 2, 98-113.
- Schuyten, G. (1991). Statistical thinking in psychology and education. In D. Vere-Jones (Eds.), *Proceeding of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 486-490). Voorburg, Netherlands: International Statistical Institute.
- Vallecillos, A. (1996). Inferencia estadística y enseñanza: un análisis didáctico del contraste de hipótesis estadísticas. Recife. Comares.
- Vallecillos, A., & Batanero, C. (1997). Conceptos activados en el contraste de hipótesis estadísticas y su comprensión por estudiantes universitarios. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17(1), 29-48.
- Vallecillos A., Batanero C. & Godino J. (1992). Student's understanding of the significance level on statistical tests. En W. Geesling & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the XVII Conference on the Psychology of Mathematics Education*, 4 (pp.271-378). Universisad de Valencia.