

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	...		
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	...			
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	...		



A ARTICULAÇÃO DA ENGENHARIA DIDÁTICA COM A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: APLICAÇÃO AO ESTUDO DA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

Sumário pormenorizado de uma lição síntese

RESUMO

Usando as orientações da Engenharia Didática como metodologia de investigação, em associação com a Teoria das Situações Didáticas, como metodologia de ensino, apresentam-se duas etapas de organização do objeto histórico-matemático em estudo, a sequência de Fibonacci. Numa primeira etapa, realizamos um estudo prévio, caracterizado pela análise didática e epistemológica da sequência de Fibonacci, caracterizando a identificação e descrição de algumas propriedades do seu processo de generalização e extensão. A partir das propriedades consideradas, definimos, nas fases de conceção e análise “a priori” da Engenharia Didática, os contextos, objetivos e as hipóteses didáticas, bem como, orientados pelas etapas da Teoria das Situações Didáticas, apresentamos os possíveis comportamentos e resoluções dos alunos das quatro situações problemas, organizadas com o objetivo da experimentação.

Autor

Paula Maria Machado Cruz Catarino

PAULA MARIA MACHADO CRUZ CATARINO

A ARTICULAÇÃO DA ENGENHARIA DIDÁTICA COM A TEORIA
DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: APLICAÇÃO AO ESTUDO DA
SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

(Sumário pormenorizado de uma lição síntese)

Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

fevereiro de 2020

RESUMO

O trabalho aqui apresentado tem por finalidade refletir sobre alguns modelos de generalização e extensão de sequências numéricas. Assim, em consonância com as orientações da Engenharia Didática como metodologia de investigação e em complementaridade com a Teoria das Situações Didáticas, que permite uma análise minuciosa dos fenómenos relativos ao ensino e à aprendizagem de sequências, descreveremos os elementos principais que constituem as duas fases iniciais de uma Engenharia Didática clássica (Engenharia Didática de 1.^a geração), a saber, a fase da análise preliminar e a fase da concepção e análise *a priori*, ressaltando a concepção de “Situações didáticas” e os possíveis comportamentos e resoluções dos alunos perante essas situações-problema, organizadas com a finalidade de experimentação. Será nesta lição mostrada uma aplicação destas fases da Engenharia Didática e das etapas da Teoria das Situações Didáticas ao caso particular da tão conhecida sequência de Fibonacci.

Índice Geral

Índice de Figuras.....	7
Lista de Acrónimos/Abreviaturas	7
I – INTRODUÇÃO.....	9
II – A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS.....	11
III – A ENGENHARIA DIDÁTICA.....	19
V – ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	31
VI – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	33

Índice de Figuras

Figura 1: Triângulo didático de Brousseau	10
Figura 2: Esquema da definição de Transposição Didática	15

Lista de Acrónimos/Abreviaturas¹

IREM ----- Instituto de Investigação do Ensino de Matemática -----	17
IDR ----- Engenharia Didática para a Investigação -----	23
IDD ----- Engenharia Didática de Desenvolvimento -----	23
DBR ----- <i>Design-based research</i> -----	30

¹ A lista de acrónimos/abreviaturas é apresentada pela ordem por que aparecem no texto, excluindo as que constam nas referências bibliográficas.

I – INTRODUÇÃO

1.1. O sumário pormenorizado da lição síntese, que se segue, refere-se a questões respeitantes a alguns modelos de generalização e extensão de sequências e o modo como a Engenharia Didática articulada com a Teoria das Situações Didáticas pode contribuir para o ensino e a aprendizagem dessas sequências.

1.2. Nesta lição: apresentar-se-á aquilo que é essencial relativamente à Engenharia Didática e à Teoria das Situações Didáticas; não será esquecida a referência à Transposição Didática que tanta ligação e importância tem com a questão da preparação da matemática para os nossos alunos; referir-se-ão contribuições de diferentes autores nestes temas/tópicos; far-se-á a ligação entre estes instrumentos metodológicos.

1.3. É intenção do autor, nesta lição síntese, apresentar um estudo, onde foram usados de forma articulada os dois instrumentos metodológicos referidos anteriormente (a Engenharia Didática e a Teoria das Situações Didáticas) no ensino e aprendizagem da sequência de Fibonacci. O caminho seguido neste estudo poderá ser replicado, com as devidas adequações, ao estudo de outras sequências (numéricas, polinomiais, de quaterniões, de octoniões e suas generalizações).

1.4. Neste texto, apresentamos apenas o material essencial à exposição do assunto. Nas referências bibliográficas, tentaremos cobrir o que de essencial deve ser lembrado em relação a estes temas/tópicos.

II – A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

2.1. As origens da Teoria das Situações Didáticas serão abordadas e aspetos pontuais e relevantes que a norteiam serão lembrados; será feita uma breve referência aos vários tipos de “Situações didáticas” e “Situações adidáticas”. Serão lembrados alguns autores que se debruçaram sobre a génese desta teoria e as linhas orientadoras fundamentais à sua compreensão. É o caso de González-Martín, Bloch, Durand-Guerrier e Maschietto (2014), que lembram que a Teoria das Situações Didáticas remonta ao final da década de 1960, quando Brousseau (2008) começou a pensar, não só nas condições que assegurariam uma construção rigorosa do conhecimento matemático baseada num modelo de sistemas de ensino e de aprendizagem, bem como na determinação das condições da observação científica das atividades didáticas.

De acordo com Warfield (2006), Brousseau, ao refletir sobre estas questões, foi de opinião de que a psicologia não deveria ser usada única e exclusivamente para lhes dar resposta. Na altura, apontou três razões principais que o levaram a tomar esta posição, a saber: o facto do trabalho de Piaget se focar em cada criança de uma forma individual; o facto de as abordagens construtivistas serem insuficientes para modelar os processos de aprendizagem da matemática de uma forma satisfatória – ou seja, as suas dimensões sociais e culturais não serem suficientemente levadas em consideração (Artigue, 1999, p. 1378); e, ainda, o facto de essas abordagens não articularem totalmente as relações entre a atividade didática em apreço e o conteúdo matemático a ser estudado (Artigue, 2000).

Foi então que surgiu o conceito de *Situação* que foi encarado como um modelo ideal do sistema de relações que envolve alunos, professor e “meio matemático”. A aprendizagem dos alunos é vista então como um resultado de interações que ocorrem nesse sistema e depende das características dele.

Vários tipos de situações podem ocorrer quando este modelo é aplicado. Assim, a teoria está estruturada em torno das noções de “Situações didáticas” (que ocorrem quando há a intenção (implícita ou explícita) de aprendizagem) e “adidáticas” (Situação didática em que o aluno deve perceber as características e padrões que o ajudarão a compreender um novo saber, onde o professor age apenas como mediador/observador) e inclui um conjunto de conceitos relevantes para o ensino e a aprendizagem nas salas de aula de Matemática.

Uma “Situação didática” é formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre *professor*, *alunos* e o *saber*, com a finalidade de desenvolver atividades voltadas para o ensino e para a aprendizagem de um conteúdo específico.

Brousseau (1996, 1996a) propõe o triângulo didático



Figura 1: Triângulo didático de Brousseau²

composto por três elementos - o *aluno*, o *professor* e o *saber*. Estes três elementos fazem também parte de uma relação dinâmica e complexa - a *relação didática* – onde são

² Imagem retirada de

https://www.google.com/search?q=triangulo+did%C3%A1tico+brousseau&rlz=1C1GCEA_enPT876PT876&sxsrf=ACYBGNQ12PO3hiN7uwM5FBdthZI4Ix6tyA:1577998406654&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=vY6eEHlbELFLdM%253A%252Cz_HDh0bpGr1RIM%252C_&vet=1&usg=AI4_-kQJ9gliP-gVqVuqtAyA8aAv93dCSA&sa=X&ved=2ahUKewj_jvCT5uXmAUGXxoKXHVzgA7gQ9QEwAHoEC_AkQBA#imgsrc=vY6eEHlbELFLdM: a 2 de janeiro de 2020.

consideradas as interações entre professor e alunos, mediadas pelo saber que determina a forma como tais relações se irão desenvolver.

As Situações didáticas são categorizadas em: situações de *ação*, de *formulação*, de *validação* e de *institucionalização*.

- Situação de ação -

As “Situações didáticas” de *ação* são aquelas em que o aluno, que se encontra ativamente empenhado na procura de uma solução de um determinado problema, realiza determinadas ações mais imediatas, que resultam na produção de um conhecimento de natureza mais operacional;

- Situação de formulação -

As “Situações didáticas” de *formulação* são aquelas em que o aluno já utiliza na solução do problema estudado, alguns modelos ou esquemas teóricos explícitos para além de mostrar um evidente trabalho com informações teóricas de uma forma bem mais elaborada, podendo ainda utilizar uma linguagem mais apropriada para viabilizar esse uso da teoria;

- Situação de validação -

As “Situações didáticas” de *validação* são aquelas em que o aluno já utiliza mecanismos de prova e onde o saber é usado com esta finalidade;

- Situação de institucionalização -

As “Situações didáticas” de *institucionalização* são aquelas onde se visa estabelecer o carácter de objetividade e universalidade do conhecimento.

Já as Situações adidáticas são também divididas em: “Situações adidáticas” de *ação*, de *formulação*, de *validação* e de *institucionalização*.

- *Situação de ação* -

As “Situações adidáticas” de *ação* são aquelas em que o aluno procura recorrer a conhecimentos anteriores de forma a tentar resolver o problema;

- *Situação de formulação* -

As “Situações adidáticas” de *formulação* são aquelas em que o aluno tenta formular conjecturas gerais sobre o tipo de problema. Trata-se da fase em que o aluno começa a fazer generalizações, sejam elas verdadeiras ou não;

- *Situação de validação* -

As “Situações adidáticas” de *validação* são aquelas em que o aluno tenta explicitar algum tipo de prova para as conjecturas formuladas por ele próprio;

- *Situação de institucionalização* -

As “Situações adidáticas” de *institucionalização* são aquelas em que o professor expõe os conhecimentos relevantes levantados pelos alunos durante a validação e a sua ligação com os outros conhecimentos e saberes já estabelecidos.

Recapitulando, as etapas de desenvolvimento da Teoria das Situações Didáticas são as de: *ação*, *formulação*, *validação* e *institucionalização*. Na *ação*, os alunos analisam o contexto e tomam decisões, o que inclui o desenvolvimento de estratégias. Na *formulação*, o aluno retoma conhecimentos estabelecidos e envolve outros sujeitos que cooperam com a atividade. A *validação* é caracterizada pelo apoio dos alunos sobre o conjunto de dados obtidos ao longo da experimentação e observações do professor. Na

institucionalização, o professor expõe aquilo que de mais relevante surgiu durante a validação.

De acordo com Artigue (1999), para a construção de situações que otimizam as relações entre a atividade matemática do professor e a dos alunos por forma a maximizar a responsabilidade do aluno nessa atividade, a Teoria das Situações Didáticas desenvolve um conjunto de ferramentas conceituais que vão ser úteis nestes casos. Uma dessas ferramentas conceituais é a noção de *contrato didático* devida a Brousseau e que não é mais do que um conjunto implícito de expectativas que professor e aluno têm um do outro em relação ao conhecimento matemático e à distribuição de responsabilidades durante os processos de ensino e de aprendizagem. O *contrato didático* regula as intenções do aluno e do professor frente à “Situação didática”.

De acordo com Pomer (2013):

(...) a mobilização do aluno em enfrentar o problema e a conscientização de que o professor não deverá intervir na transmissão explícita de conhecimentos para o aluno revelam pleno aceite do contrato didático. Além disso, o aluno é sabedor que o professor elaborou uma situação que ele tem condições e pode fazer, pelo menos em parte, pois esta é justificada pela lógica interna e pelos conhecimentos anteriores dele, não sendo necessário recorrer a qualquer intervenção didática do docente. (p.19)

Um conceito também de extrema importância nesta teoria, é o conceito de “milieu” que é tudo o que interage com o aluno de forma antagónica, ou seja, de forma a desafiar o aluno a encontrar respostas às situações-problema. De acordo com Pomer (2013): “o “milieu” pode abranger, dentre outros recursos, situações-problema, jogos, os

conhecimentos dos colegas e do professor, uma história contada, uma simulação ou uma experiência realizada” (p.17).

2.2. A gênese e principais aspetos acerca da Transposição Didática serão recordados, tendo sempre em mente que a Transposição Didática nos vai ajudar no percurso do saber matemático (saber científico) ao saber para ser ensinado. Podemos então afirmar que a Transposição Didática não é mais do que um instrumento através do qual se transforma o conhecimento científico em conhecimento académico/escolar. A Transposição Didática permitirá que, para irmos do saber matemático (científico) ao saber para ser ensinado, façamos primeiro uma descontextualização do conceito a ser ensinado, seguida de uma recontextualização do saber a ser ensinado baseada num exemplo da prática quotidiana dos nossos alunos, e finalmente, se construa uma interação adequada e específica em relação ao saber a ensinar, para que possa ser ensinado pelos professores e aprendido pelos alunos.

De acordo com Menezes e Santos (2001), a Transposição Didática teve a sua gênese em 1975 “pelo sociólogo Michel Verret e teorizado por Yves Chevallard no livro *La Transposition Didatique*, onde mostra as transposições que um saber sofre quando passa do campo científico para a escola”.

Na opinião de Polidoro e Stigar (2010), a definição adotada por Chevallard para Transposição Didática é a de “um processo no qual um conteúdo do saber que foi designado como saber a ensinar sofre, a partir daí, um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto para ocupar um lugar entre os objetos de ensino” (p.2).

Há autores que defendem que a transformação do saber científico em saber escolar se faz em duas etapas: uma transposição externa, no plano do currículo formal e dos livros didáticos, e outra interna, no decorrer do currículo em ação, em sala de aula.

Pereira, Paiva e Freitas (2018) são de opinião que esta transformação sofre ainda mais etapas. É interessante o esquema que estes autores (Pereira et al., 2018) adotaram para tornar elucidativa a definição de Transposição Didática.



Figura 2: Esquema da definição de Transposição Didática³

Estes autores referem que os processos da Transposição Didática são: - a epistemologia do regime didático do saber (noções matemáticas); - a noosfera (onde ocorre a interação entre o sistema de ensino (professor-aluno-saber) e a sociedade); - as criações didáticas (“conteúdos” criados motivados pelas necessidades do ensino para atuarem como recursos para outras aprendizagens); - a vigilância epistemológica (vigilância exercida para que não haja distorções conceituais no objeto ensinado que pode ser provocado pelo processo de adaptação do saber científico para o ensinável); - a dessincretização (denominação adotada por Verret (1975)) do saber (associada à construção textual de um determinado conteúdo ou teoria matemática que diz respeito à separação e organização da teoria em áreas); - a despersonalização do saber (associada à construção textual de um determinado conteúdo ou teoria matemática que torna um determinado saber desvinculado do seu autor); - a programabilidade do saber (consiste em estabelecer uma programação segundo uma sequência didática progressiva e racional); - a publicidade do saber (definição explícita do saber que deverá ser ensinado); - o controle social das aprendizagens (que se expressa nas práticas de avaliação para

³ Retirado de Pereira, Paiva e Freitas (2018, p. 44).

certificações oficiais); - a dialética antigo/novo (a construção do saber matemático é motivada por uma problemática que deve ser tratada por conhecimentos matemáticos antigos e novos); - a obsolescência externa (processo que ocorre em relação à sociedade, ou seja, é um desgaste histórico e cultural do saber, que já não é mais útil para a economia do sistema de ensino) e interna (refere-se ao saber escolar em relação à duração de um ciclo de ensino); - a cronogénese (assenta no facto de o professor saber mais conteúdos matemáticos, nas diversas áreas e suas inter-relações, o que o instrumentaliza para programar o tempo de ensino e de aprendizagem) e a topogénese (diz respeito à dimensão e ao domínio do objeto de saber que o professor detém e que o aluno ainda não).

Na investigação francesa, relacionada com a didática da matemática, a questão da preparação da matemática para os alunos está inserida numa junção entre dois campos teóricos não independentes, mas ainda assim distintos: a Teoria da Transposição Didática, desenvolvida desde o início de 1980 por Y. Chevallard (Chevallard, 1991, 1992), e a Teoria das Situações Didáticas, iniciada por G. Brousseau (1986) no início de década de 1970 e desenvolvida por vários investigadores desde então.

III – A ENGENHARIA DIDÁTICA

3.1. As origens da Engenharia Didática serão abordadas e os principais princípios/fases que a norteiam serão apresentados de uma forma sucinta. Será com base naquilo que é importante realçar nas diferentes fases que compõem a Engenharia Didática que apresentaremos as duas primeiras fases da aplicação desta metodologia com um exemplo inserido no ensino de sequências numéricas.

A noção de “Engenharia Didática” foi introduzida em França no início dos anos 80 para descrever uma abordagem de investigação em educação matemática comparável a um trabalho de um engenheiro. Tal comparação tem a ver com o facto de que ao executar um projeto, o engenheiro conta com conhecimento científico do seu domínio, concorda em submeter o projeto ao escrutínio científico, ao mesmo tempo em que é forçado a resolver questões mais complexas do que as da ciência e, portanto, a resolver problemas que a ciência ainda não pode assumir (Artigue, 1988). Na realidade, de acordo com Pomer (2013), a Engenharia Didática surgiu em França no final da década de 1960, no decorrer das discussões desenvolvidas no Instituto de Investigação do Ensino de Matemática (IREM). Nos primeiros tempos, o IREM tinha como objetivo desenvolver um complemento na formação de professores de Matemática e no incentivo à produção de meios materiais de apoio para a sala de aula.

Douady (1995) refere que o matemático francês Henri Léon Lebesgue (1875 – 1941), no início do século, manifestou sérias preocupações sobre as condições de ensino e da formação de professores. Refere ainda que reformas de programas foram determinadas, decisões pedagógicas foram tomadas e que sob a insistência de pesquisadores de áreas diferentes: matemática, psicologia, ciências da educação, e também linguística, história, sociologia, sobretudo na França, se registou uma forte

mobilização de mudanças e uma substituição de paradigmas no campo do ensino da Matemática.

Desde então, em França, no campo da investigação em educação matemática, a Engenharia Didática tem tido um impacto importante no seu desenvolvimento e o uso desta abordagem metodológica levou a um maior desenvolvimento dessa noção e das suas práticas de investigação (Margolinas & Drijvers, 2015).

De acordo com Tempier, (2016), a Engenharia Didática é uma metodologia de investigação para o *design* de tarefas com base em implementações didáticas em sala de aula, ou seja, no *design*, implementação, observação e análise de sequências de ensino. Assim, a Engenharia Didática é uma metodologia que segue a tradição existente na investigação no ensino da Matemática, dando um papel central ao *design* das propostas de tarefas e à implementação/experimentação em sala de aula. É uma metodologia de cariz qualitativo e no início teve como principal objetivo estudar problemas relacionados com a aprendizagem de conhecimentos específicos de matemática, como sendo o diagnóstico de concepções, as dificuldades e obstáculos, a compreensão dos níveis de desenvolvimento das estratégias dos alunos, a aprendizagem, a introdução e construção de conhecimentos específicos, a formação de professores, e, ainda, explicitar a relação entre temas de matemática e outras áreas de conhecimento, de entre outras (Pomer, 2013).

De acordo com Lima e Ferreira (2020):

(...) a Engenharia Didática tem se estabelecido em duas formas de aplicações: uma como ferramenta metodológica de pesquisa qualitativa na área da Matemática e outra com a dinâmica norteadora para elaboração e análise de situações didáticas que possuam objetivo de criar um cenário de aprendizagem

significativa em sala de aula ampliando a sua aplicabilidade para diversas áreas de ensino. (p. e20190021-2)

A Engenharia Didática, como metodologia descrita por Brun (2000), compreende quatro fases: a 1ª fase é a da *análise preliminar*, a 2ª fase é a da *concepção e análise a priori das situações de Engenharia Didática*, a 3ª fase é a da *experimentação* e a 4ª e última fase, é a da *análise a posteriori e validação*.

Na fase da

- **Análise preliminar**

são feitas, não só, ponderações envolvendo o quadro teórico-didático mais geral, como também, ponderações sobre os conhecimentos mais específicos envolvendo o tema da pesquisa (Pomer, 2013). Nesta fase, segundo Pomer (2013):

(...) é feita uma revisão bibliográfica envolvendo as condições e contextos presentes nos vários níveis de produção didática e no ambiente onde ocorrerá a pesquisa, assim como uma análise geral quanto aos aspectos histórico-epistemológicos dos assuntos do ensino a serem trabalhados e dos efeitos por eles provocados, da concepção, das dificuldades e obstáculos encontrados pelos alunos dentro deste contexto de ensino. (p.23)

A fase da

- **Concepção e análise *a priori* das situações da Engenharia Didática**

é pautada pela definição de um certo número de variáveis que supostamente interferem no ensino e na aprendizagem. Com a influência dos resultados obtidos na fase anterior, o

investigador gere as suas escolhas e determina a quantidade de variáveis didáticas que poderão vir a ser pertinentes no seu estudo. A análise *a priori* deve comportar um carácter descritivo e antecipado, sendo a análise vinculada às características da “Situação adidática” desenvolvida e aplicada aos alunos. O carácter descritivo e o antecipado são pertinentes dentro do papel do aluno.

Tendo em conta Lima e Ferreira (2020), na fase de

- **Experimentação**

(...) é vivenciada a aplicação da sequência didática projetada e construída, além de ser um dos momentos em que o pesquisador faz a sua coleta de dados e executa o registro destas experiências, podendo ser na forma de gravação de áudios, preenchimento de fichas de observação, filmagens dentre outros recursos. (p. e20190021-3)

Esta fase pode ser constituída por uma ou mais aulas/sessões, havendo a preocupação de o professor descrever, no início, detalhadamente, de forma clara e perceptível quais os seus objetivos.

Finalmente, a fase de

- **Análise *a posteriori* e validação**

é dedicada ao tratamento e análise do conjunto de dados obtidos ao longo da fase de experimentação. Para a validação é feita uma confrontação com a análise *a priori*, permitindo a interpretação dos resultados e em que condições as questões levantadas foram respondidas. Nesta fase é realizada a confirmação ou não das hipóteses concebidas na pesquisa efetuada.

Algumas características da Engenharia Didática que resumidamente destacamos são então:

- Esta metodologia baseia-se em intervenções de ensino em sala de aula, ou seja, na concepção, implementação, monitorização e análise de sequências de ensino.
- A validação é essencialmente interna, com base no confronto entre as análises *a priori* e *a posteriori* (não há validação externa, com base na comparação de desempenhos nos grupos experimental e controle).

Também Godino, Batanero, Contreras, Estepa, Lacasta e Wilhelmi (2013) apontam e realçam estas características essenciais, sendo de opinião de que a Engenharia Didática é um exemplo de investigação baseada em *design*, mas com algumas particularidades: é apoiada por uma teoria de base explícita de nível intermediário, a Teoria de Situações Didáticas (Brousseau 1997); as questões epistemológicas são cruciais, e o método de validação é, principalmente, interno e realizado através do confronto de análises *a priori* e *a posteriori*.

3.2. Breve referência a outras formas/versões de Engenharia Didática, nomeadamente, a Engenharia Didática para o desenvolvimento de um recurso e formação de professores e a Engenharia Didática de desenvolvimento; serão abordados os principais aspetos a realçar de uma forma sucinta de cada uma das versões referidas anteriormente.

Há alguns anos, a Engenharia Didática, dita clássica, foi questionada em França (Margolinas et al., 2011) devido a dificuldades na disseminação de produtos de Engenharia Didática para o ensino comum (Artigue, 2011, 2011a; Perrin-Glorian, 2011).

Nesse sentido, Perrin-Glorian (2011) argumenta que o problema não é apenas o relacionado com a determinação e implementação dos princípios teóricos que norteiam a

Engenharia Didática. Também está relacionado com as possibilidades de os professores adaptarem esses princípios às condições normais de ensino. Assim, Perrin-Glorian (2011) propõe uma metodologia de Engenharia Didática para o desenvolvimento de um recurso e formação de professores que examina a difusão de conhecimentos didáticos e que visa o desenvolvimento de recursos de formação profissional. Muitas vezes, esta versão da Engenharia Didática é conhecida na literatura por Engenharia Didática de 2.^a geração (ou Engenharia Didática de formação), enquanto a Engenharia Didática clássica é conhecida por Engenharia Didática de 1.^a geração. Recentemente, Perrin-Glorian e Bellemain (2019) focaram mais especificamente a Engenharia Didática como recurso para o ensino e a formação de professores, ilustrando-a com investigações sobre o ensino de geometria no ensino fundamental e na formação de professores nessa área.

Para um entendimento preciso e esclarecedor a respeito da Engenharia Didática de 2.^a geração, registamos as seguintes reflexões de Pastré, Mayen e Vergnaud (2006) quando realçam que a Engenharia Didática de 2.^a geração não é mais do que:

(...) um campo de práticas que consiste em construir dispositivos de formação correspondentes às necessidades identificadas, para um público dado, no quadro do seu meio de trabalho. A formação escolar possui, como tendência, a descontextualização das aprendizagens. A engenharia da formação deve, precisamente, insistir no contrário, sobre o contexto social, no qual devem ser efetuadas a aprendizagem dos adultos em formação. [...] A engenharia de formação se concretiza, principalmente, a partir de duas práticas: análise das necessidades e dos dispositivos de formação (...) (p.146 – 147).

Também para Oliveira e Pereira (2018), a Engenharia Didática de 2.^a geração “(...) é uma metodologia que possibilita ao pesquisador a análise das situações didáticas voltadas para formação de professores e elaboração de materiais para uso de professores” (p.56). De acordo com Almouloud e Silva (2012) *apud* Perrin-Glorian (2009) ainda se podem considerar mais versões de Engenharia Didática. De acordo com estes autores, em relação à Engenharia Didática de 2.^a geração, é afirmado que:

Uma engenharia didática de segunda geração (...) tem por primeiro objetivo o desenvolvimento de recursos (ou objeto de aprendizagem) para o ensino regular, ou a formação de professores. O que, conseqüentemente, necessita de vários níveis de construção. Podem-se distinguir dois tipos de engenharias didáticas em função da pergunta inicial da investigação, sendo a Engenharia Didática para a Investigação (IDR) e a Engenharia Didática de Desenvolvimento (IDD).

Na IDR procura-se fazer emergir fenômenos didáticos e estudá-los, com a intenção de um avanço nos resultados da investigação, por meio de experimentações montadas em função da questão de pesquisa, sem preocupação imediata de uma eventual divulgação mais ampla das situações utilizadas. Por outro lado, na IDD, o objetivo é a produção de recursos para professores ou para a formação de professores. (p.28)

De notar que nesta citação também é referido pelos autores o caso de ainda ser possível ter em conta mais versões da Engenharia Didática consoante a questão inicial de investigação a ser considerada. Não é nossa intenção nesta aula desenvolver estes e outros tipos de Engenharia Didática, pelo facto de, por um lado não haver tempo para um aprofundamento merecido e necessário que estes temas necessitam, e por outro lado, pelo

facto de apenas estarmos preocupados em, nesta aula, mostrar uma aplicação da Engenharia Didática de 1.^a geração no ensino de um conteúdo matemático em particular.

IV – A ARTICULAÇÃO DA ENGENHARIA DIDÁTICA COM A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

Ser professor traz inúmeros desafios, necessitando de permanente atualização dos conhecimentos e estratégias para ensinar. Um dos pressupostos fundamentais para o trabalho em sala de aula é que o professor elabore e aplique estratégias de ensino sequenciadas, de modo a que o próprio aluno se enquadre numa dinâmica iterativa e autónoma para desenvolver e promover a sua própria aprendizagem.

A preparação da matemática para os alunos não pode ser percebida como um simples processo de concretização do conhecimento estabelecido noutros lugares, como a simples busca de uma apresentação de algum conteúdo matemático adaptado aos conhecimentos e habilidades cognitivas anteriores dos alunos. É percebida como uma tarefa didática que requer uma análise sistémica mais global.

Para colocar em prática os pressupostos apresentados nos capítulos anteriores, escolhemos como mote exemplificar uma sequência didática envolvendo o estudo de sequências numéricas.

No trabalho que apresentamos, é acentuada a relevância do papel fundamental das definições matemáticas. Neste sentido, as definições matemáticas não apenas nos auxiliam na demarcação de um terreno sólido e confiável dos modelos teóricos vinculados e derivados de uma noção formal, mas, também, podem proporcionar uma compreensão sobre o processo de generalização dos objetos concetuais (Alves, 2016).

A seguir apresentar-se-á um exemplo de estudo de uma sequência onde esta temática é aplicada. Em muitos trabalhos deste género, um dos aspetos que é tido em conta é a possibilidade de realizar transposições didáticas (Chevallard, 1991) eficientes,

com o objetivo de efetuar modificações necessárias sobre um conhecimento matemático específico, muitas vezes discutido apenas num círculo restrito cuja disseminação é feita através de artigos científicos e revistas especializadas. Pretendemos destacar elementos e abordagens para a exploração de certos conteúdos matemáticos em sala de aula que possam proporcionar uma compreensão do processo epistemológico, histórico e matemático evolutivo, como foi feito nos trabalhos de Alves (2015, 2016a, 2016b, 2016c).

Pretendemos acentuar elementos e roteiros de aprendizagem (Civiero & Sant’Ana, 2013) para a exploração de certos conteúdos matemáticos em sala de aula e que proporcionam um entendimento do processo epistemológico, histórico e matemático evolutivo ininterrupto (Alves, 2015, 2016a, 2016b, 2016c).

O trabalho que vai ser apresentado nesta aula está inserido no artigo

Arlem Atanazio dos Santos & Francisco Regis Vieira Alves. (2017). A Engenharia Didática em articulação com a Teoria das Situações Didáticas como percurso metodológico ao estudo e ensino de Matemática, *Acta Scientiae*, Canoas, 19 (3), maio/junho de 2017, 447 – 465.

onde se descrevem as duas primeiras etapas (- Análise Preliminar; - Conceção e análise *a priori*;) da Engenharia Didática com o tema relacionado com as propriedades da sequência de Fibonacci. As palavras-chave enquadradas neste estudo são as de “sequência de Fibonacci”, “Engenharia Didática” e “Teoria das Situações Didáticas”. Naturalmente a primeira não precisa de qualquer explicação, pois trata-se do objeto de estudo (ponto de partida) a partir do qual se desenvolveu todo o estudo; as outras duas são aqui incluídas, uma vez que, neste estudo, é feito o uso destas metodologias em articulação como

aplicação ao estudo. Apresentamos quatro situações problema (“Situações didáticas”), onde a Teoria das Situações Didáticas será usada de forma a indicar possíveis interações que podem ser exploradas envolvendo o trinómio (Professor – saber – aluno). Em cada “Situação didática” são descritas as quatro fases por que se regem as Situações didáticas: - Situação didática de ação; - Situação didática de formulação; - Situação didática de validação; - Situação didática de institucionalização. Também em cada “Situação didática” apresentaremos o Contexto, o Objetivo da atividade e a Hipótese Didática.

Neste estudo, abordamos uma proposta de descrição teórico-concetual, correspondentemente às duas primeiras etapas de uma Engenharia Didática que se enquadra num contexto de preocupação em proporcionar um dispositivo técnico e um conjunto de Situações didáticas comunicáveis e reprodutíveis, em sala de aula, envolvendo a noção de sequência de Fibonacci.

Foi pensado neste trabalho a realização de um estudo, com vias ao ensino, de propriedades relacionadas com o processo de generalização da sequência de Fibonacci, apoiado em aspetos históricos, epistemológicos e matemáticos. Para tal mote foi colocada a seguinte questão: *como desenvolver um estudo sobre o processo de generalização da sequência de Fibonacci que promova situações didáticas envolvendo a identificação, descrição e exploração de propriedades do seu modelo generalizado?* (Santos & Alves, 2017, p.448 – 449).

Com o objetivo de termos condições para responder à questão foi considerado o seguinte objetivo geral: *descrever elementos de um estudo relativo aos modelos de generalização da sequência de Fibonacci que promovam a identificação, descrição e exploração de propriedades relativas a estes modelos* (Santos & Alves, 2017, p.449).

Para a possibilidade de vir a ser atingido o objetivo geral referido anteriormente, foram pensados os seguintes objetivos específicos:

- i) *analisar o desenvolvimento histórico-matemático-epistemológico de generalização da Sequência de Fibonacci;*
- ii) *analisar o desenvolvimento histórico-matemático-epistemológico da fórmula de Binet;*
- iii) *descrever situações didáticas envolvendo o modelo de generalização da sequência de Fibonacci (Santos & Alves, 2017, p.449).*

V – ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS

Deste estudo os elementos pertinentes a destacar são:

- a necessária revisão bibliográfica com relação ao conhecimento (dimensão epistemológica). A procura das origens dos conhecimentos de matemática permite ao professor aprimorar a relação com o saber, o que incrementa a crítica em relação aos materiais didáticos disponíveis e pode fomentar o trabalho em sala de aula;

- o domínio dos aspetos metodológicos pode imprimir uma rotina criativa e autónoma para o aluno, algo pouco trabalhado no ensino de Matemática;

- a utilização da Engenharia Didática em associação com a Teoria das Situações Didáticas permitiu-nos a organização da pesquisa em etapas condizentes com objetivos definidos;

- ao realizarmos as análises preliminares, construímos o quadro teórico do objeto matemático de estudo, a sequência de Fibonacci. Esta etapa permitiu-nos identificar e descrever outras propriedades de generalização da sequência de Fibonacci, caracterizando, desse modo, a consecução dos objetivos relativos a *analisar o desenvolvimento histórico-matemático-epistemológico de generalização da sequência de Fibonacci, através da fórmula de Binet*.

- a partir da fundamentação teórica da sequência de Fibonacci, realizada na etapa das análises preliminares, obtivemos o suporte teórico necessário a ser explorado na etapa da conceção e análise *a priori*, etapas em que estruturamos todo o plano de ação e as “Situações didáticas” aplicáveis, na experimentação. Nesse sentido, conseguimos *descrever quatro situações didáticas envolvendo o modelo de generalização da sequência de Fibonacci*.

- é de realçar que as etapas apresentadas são essenciais à organização das etapas seguintes de *experimentação* e de *análise a posteriori* e *validação*.

Concluimos esperando que o percurso metodológico seguido nestas etapas seja uma referência de orientação à organização de outras investigações, fundamentadas nas orientações da Engenharia Didática em articulação com a Teoria das Situações Didáticas.

A Engenharia Didática como uma pesquisa baseada em *design*, tem sido aplicada em variados campos da Educação. São disso testemunhos os trabalhos no campo da Educação Musical (Angel-Alvarado, Wilhelmi, & Belletich, 2017), no ensino da Física (Lima & Ferreira, 2020), no ensino das Ciências Exatas (Berenguer, 2010), no ensino de Ciências (Guimarães, Barlette, & Guadagnini, 2015).

Muitos outros trabalhos relacionados com a Engenharia Didática podem ser encontrados na literatura, como os de Godino, Rivas, Arteaga, Lasa e Wilhelmi (2014), onde os autores analisaram as possíveis conexões entre a Engenharia Didática e a abordagem da investigação no ensino de Matemática – “Design-based research” (DBR) – tendo concluído que a Engenharia Didática pode ser vista como um caso particular de DBR, vinculada à Teoria das Situações Didáticas, ou que o DBR é uma generalização da Engenharia Didática que usa outros marcos teóricos como fundamentos para o planeamento de experiências de ensino.

No Brasil, vários autores brasileiros dedicam-se ao estudo da Engenharia Didática e suas aplicações, por exemplo, os trabalhos de Almouloud (2007), Machado (2002), Alves (2017, 2018), Souza e Alves (2018), Alves e Alves Dias (2017) e ainda em colaboração com o autor desta aula temos a destacar nesta temática os trabalhos de Alves e Catarino (2017, 2018, 2019).

Em futura publicação, apresentaremos novos exemplos de aplicação da Engenharia Didática (nas suas várias versões) a estudos das mais variadas sequências (de quaterniões, de octoniões, de números híbridos, etc.) que permitirão dar um certo sentido às nossas atividades de investigação no tópico relacionado com sequências.

VI – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da Didática da Matemática*. Paraná: UFPR, 2007.
- Almouloud, S. A. & Silva, M. J. F. (2012). Engenharia Didática: Evolução e Diversidade. *Revemat - R. Eletr. de Edu. Matem., Florianópolis*, 7 (2), 22 – 52.
- Alves, F. R. V. (2015). Sobre a evolução histórica do modelo de Fibonacci: a classe das funções hiperbólicas de Fibonacci. *VYDLA Educação*, 35 (1), 133 – 146.
- Alves, F. R. V. (2016). Didática da Matemática: seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitiva. *Interfaces da Educação, Paranaíba*, 7 (21), 131 – 150.
- Alves, F. R. V. (2016a). Engenharia Didática para a generalização da Sequência de Fibonacci na disciplina de História da Matemática: uma experiência num curso de licenciatura. *Educação Matemática Pesquisa*, 18 (1), 61 – 93.
- Alves, F. R. V. (2016b). Descobrimos definições matemáticas no contexto de investigação histórica: o caso da Sequência Generalizada de Fibonacci. *Boletim GEPEM*, 68, 112 – 117.
- Alves, F. R. V. (2016c). Sequência Generalizada de Pell – SGP: aspectos históricos e epistemológicos sobre a evolução de um modelo. *Revista THEMA*. 13 (2), 27 – 41.
- Alves, F. R. V. (2017). Engenharia Didática para a s-Sequência Generalizada de Jacobsthal e a (s, t) - Sequência Generalizada de Jacobsthal: análises preliminares e a priori. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 51, dezembro de 2017, 83 – 106.

- Alves, F. R. V. (2018). Engenharia Didática de Formação (EDF): sobre o ensino dos Números (Generalizados) de Catalan (NGC). *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, 20 (2), 47 – 83.
- Alves, F. R. V. & Alves Dias M. (2017). Formação de Professores de Matemática: um contributo da Engenharia Didática. *Revemat, Florianópolis*, (SC), 12 (2), 192 – 209.
- Alves, F. R. V. & Catarino, P. M. C. (2017). Engenharia Didática de Formação (EDF): repercussões para a formação de professores de Matemática no Brasil. *Educação Matemática em Revista – RS*, 2 (18), 121 – 137.
- Alves, F. R. V. & Catarino, P. M. C. (2018). Engenharia Didática de 2.^a geração com o tema: $h(x)$ -polinômios de Jacobsthal. *Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista*, 8 (3), 28 – 55.
- Alves, F. R. V. & Catarino, P. M. C. (2019). Situação Didática Profissional: um exemplo de aplicação da Didática Profissional para a pesquisa objetivando a atividade do professor de Matemática no Brasil. *Indagatio Didactica*, 11 (1), 103-129.
- Angel-Alvarado, R., Wilhelmi, M. R., & Belletich, O. (2017). Design-based research for Music Education: Didactical engineering. In Proceedings of ECER 2017- *Reforming Education and the Imperative of Constant Change: Ambivalent roles of policy and educational research*, (pp. 21 – 25) August at University College UCC, Copenhagen.
- Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9 (3), 281 – 308.

- Brun, J. (2000). *Didáctica das Matemáticas*. Horizontes Pedagógicos, Instituto Piaget, 4ª edição, Lisboa, ISBN: 9789727712205.
- Artigue, M. (1999). The teaching and learning of mathematics at the university level. Crucial questions for contemporary research in education. *Notices of the AMS*, 46 (11), 1377 – 1385.
- Artigue, M. (2000). Didactic engineering and the complexity of learning processes in classroom situations. In C. Bergsten, G. Dahland, & B. Grevholm (Eds.), *Proceedings of the MADIF 2 - the 2nd Swedish Mathematics Education Research Seminar*, (pp. 5 – 20), January 26-27, Gothenburg: Swedish Society for Research in Mathematics Education.
- Artigue, M. (2011). L'ingénierie didactique comme thème d'étude. In C. Margolinas, et al. (Eds.) (2011), *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (pp. 15–25). Grenoble: La Pensée Sauvage Editions.
- Artigue, M. (2011a). L'ingénierie didactique: un essai de synthèse. In C. Margolinas, et al. (Eds.) (2011), *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (pp. 225–237). Grenoble: La Pensée Sauvage Editions.
- Berenguer, M. I. S. (2010). *A aplicação da Engenharia Didática no Ensino das Ciências Exatas*. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Cândido Mendes, Rio de Janeiro.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et methodes de la Didactiques des Mathématiques. *Recherche en Didactiques des Mathématiques*. 7(2), 33 – 115.

- Brousseau, G. (1996). Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. In Brun, J., *Didática das Matemáticas*. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 1. p.35 – 113.
- Brousseau, G. (1996a). Os diferentes papéis do professor. In Parra, C. & Saiz, I., *Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas*. Tradução de: Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: ArtMed, 1996. Cap. 4. p. 48 – 72.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Brousseau, G. (2008). Research in mathematics education. In M. Niss (Ed.), *Proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education* (pp. 244 – 254). IMFUFA: Denmark.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique* (2nd ed.). Grenoble: La Pensée Sauvage Editions.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une perspective anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12 (1), 73 – 112.
- Civiero, P. A. G. & Sant’Ana, M. de F. (2013). Roteiros de Aprendizagem a partir da Transposição Didática Reflexiva. *Bolema, Rio Claro (SP)*, 27 (46), 681 – 696.
- Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento. In Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., & Gómez, P. (Ed.), *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática* (pp. 61 – 96) Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericano.

- Godino, J. D., Batanero, C., Contreras, A., Estepa, A., Lacasta, E., & Wilhelmi, M. R. (2013). Didactic Engineering as Design-Based Research in Mathematics Education. In Ubuz, B., Haser, C., & Mariotti, M. A. (Eds.). (2013). *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* pp. 2810 – 2819, (CERME 8, February 6 - 10, 2013). Ankara, Turkey: Middle East Technical University and ERME.
- Godino, J. D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A., & Wilhelmi, M. R. (2014). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico-semiótico del conocimiento y de la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1 – 37.
- González-Martín, A. S., Bloch, I., Durand-Guerrier, V., & Maschietto, M. (2014). Didactic Situations and Didactical Engineering in university mathematics: cases from the study of Calculus and proof. *Research in Mathematics Education*, 16 (2), 117 – 134, doi: 10.1080/14794802.2014.918347.
- Guimarães, R. S., Barlette, V. E. & Guadagnini, P. H. (2015). A engenharia didática da construção e validação de sequências de ensino: um panorama com foco no ensino de ciências. *Polyphonia*, 26 (1), 211 – 226.
- Lima, J. R. & Ferreira, H. (2020). Contribuições da Engenharia Didática como elemento norteador no Ensino de Física: estudando o fenômeno de Encontro de Corpos com atividades da Robótica Educacional. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 42, e20190021 (2020), 12p., doi: <http://dx.doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2019-0021>.
- Machado, S. D. A. (2002). Engenharia Didática. In Machado, S. D. A. (org.). *Educação Matemática: Uma introdução*, (pp. 197 – 208), 2 ed. São Paulo: EDUC, 2002.

- Margolinas, C., Abboud-Blanchard, M., Bueno-Ravel, L., Douek, N., Fluckiger, A., Gibel, P., et al. (Eds.). (2011). *En amont et en aval des ingé'nieries didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions.
- Margolinas, C. & Drijvers, P. (2015). Didactical engineering in France; an insider's and an outsider's view on its foundations, its practice and its impact. *ZDM Mathematics Education*, 47 (6), 893 – 903. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0698-z>.
- Menezes, E. T. de, Santos, T. H. dos. (2001). Verbete transposição didática. *Dicionário Interativo da Educação Brasileira - Educabrazil*. São Paulo: Midiamix, 2001. Disponível em: <<https://www.educabrazil.com.br/transposicao-didatica/>>. Acesso em: 08 de fevereiro de 2020.
- Oliveira, G. P. & Pereira, A. C. C. (2018). O uso da Engenharia Didática como ferramenta facilitadora para utilização e produção de Objetos de Aprendizagem a partir da formação inicial e continuada de professores de Matemática. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, 5 (13), 48 – 65, doi: 10.30938/bocehm.v5i13.19.
- Pastré, P., Mayen, P. & Vergnaud, G. (2006). La didactique professionnelle. *Revue Française de Pédagogie*, 154, 145 – 198.
- Pereira, R. C., Paiva, M. A. V. & Freitas, R. C. de O. (2018). A transposição didática na perspectiva do saber e da formação do professor de matemática. *Educ. Matem. Pesq., São Paulo*, 20 (1), 41 – 60.
- Perrin-Glorian, M. J. (2011). L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement de ressources et formation des enseignants. In C.

- Margolinas, et al. (Eds.) (2011), *En amont et en aval des ingenieries didactiques* (pp. 57 – 74). Grenoble: La Pensée Sauvage Editions.
- Perrin-Glorian, M. J. & Bellemain, P. M. B. (2019). L’Ingenierie Didactique entre Recherche et Ressource pour L’Enseignement et la Formation des Maitres. *Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online*, 9 (1), 45 – 82.
- Polidoro, L. de F. & Stigar, R. (2010). A Transposição Didática: a passagem do saber científico para o saber escolar. *Ciberteologia - Revista de Teologia & Cultura* - Ano VI, 27, 1 – 7.
- Pomer, W. M. (2013). *A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares*, 72p., ils.: Tabs. ISBN: 978-85-914891-1-4.
- Santos, A. A. dos & Alves, F. R. V. (2017). A Engenharia Didática em articulação com a Teoria das Situações Didáticas como percurso metodológico ao estudo e ensino de Matemática. *Acta Scientiae*, Canoas, 19 (3), 447 – 465.
- Souza, T. S. A. de & Alves, F. R. V. (2018). Engenharia Didática como instrumento metodológico no estudo e no ensino da sequência de Jacobsthal. # Tear: *Revista de Educação Ciência e Tecnologia*, Canoas, 7 (2), 1 – 19.
- Tempier, F. (2016). New perspectives for didactical engineering: an example for the development of a resource for teaching decimal number system. *J. Math. Teacher Educ.*, 19 (2-3), 261 – 276, doi: 10.1007/s10857-015-9333-8.
- Verret, M. (1975). *Le Temps des Études*. Tese de Doutorado. Paris, França: disponível em <http://www.sudoc.fr/000031526>. Acesso em 11 de fevereiro de 2020.
- Warfield, V. (2006). *Invitation to Didactique*. Seattle: University of Washington.